

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Máquinas Hidráulicas

Teoría y Problemas

Blas Zamora Parra
Antonio Viedma Robles





Universidad Politécnica de Cartagena



Máquinas Hidráulicas

Teoría y Problemas

Blas Zamora Parra
Antonio Viedma Robles

Universidad Politécnica de Cartagena



CRAI biblioteca
Plaza del Hospital, 1
30202 Cartagena
968325908
ediciones@upct.es



Primera edición, 2016

ISBN: 978-84-16325-19-1

Imagen de la cubierta: Elaboración del autor.



Contenido

PRÓLOGO

El texto al que estas líneas quieren hacer de pórtico nació, como muchos otros en el ámbito universitario, por la necesidad de establecer el contenido de la asignatura de Máquinas Hidráulicas en las titulaciones vinculadas con Ingeniería Industrial. Es a su vez fruto de un compromiso entre dos ideas contrapuestas.

Por un lado la formación universitaria debe llevar asociada la familiaridad con los textos científicos y técnicos más importantes en la materia, y el alumno debe adquirir soltura en la búsqueda, selección y aprovechamiento de la consulta en textos de autores, nomenclatura y enfoques diferentes.

Por otro, el ritmo impuesto por los planes actuales, con gran número de asignaturas impartidas simultáneamente y por un período cuatrimestral, apenas permite la tranquilidad necesaria para la lectura contrastada de los textos recomendados.

En esta tesitura, el profesor, que ha definido el contenido de la materia en el concurso con el que obtuvo la plaza, y que hizo también una gran revisión bibliográfica durante la preparación del mismo, tiene que seguir un difícil equilibrio entre lo deseable y lo materialmente posible. Por eso en muchos casos opta por definir en unos apuntes por él preparados el contenido mínimo y exigible de la materia, fruto de sus propias notas de preparación de las clases.

Un aspecto de crucial importancia, que en muchas ocasiones es desatendida por los textos docentes, es la aplicación de la teoría en los ejercicios o problemas. Éstos son los que realmente dan la capacidad al estudiante de pasar de las presentaciones y razonamientos teóricos al mundo aplicado del cálculo, el diseño y la predicción de las actuaciones de las Máquinas Hidráulicas y de sus instalaciones. Después del estudio y asimilación personal de los principios físicos que se deben emplear, estas capacidades serán las que distingan al Ingeniero y significarán la transformación del joven, que unos años antes se sentó por primera vez en un aula universitaria, en un profesional capacitado.

Después de tres ediciones en papel, se presenta esta edición electrónica, con el ánimo de facilitar el acceso a cualquier lector interesado en las Máquinas Hidráulicas. Se ha prestado mayor atención a los aspectos energéticos y a las Centrales Hidroeléctricas, buscando una respuesta adecuada a las nuevas necesidades competenciales de los Másteres relacionados con la Energía, en particular los relacionados con las Energías Renovables, además de los más generalistas y con atribuciones profesionales como el Máster en Ingeniería Industrial.

El contenido se ha dividido en 4 grandes bloques:

I *Generalidades sobre las máquinas hidráulicas. Energía hidráulica*

II *Teoría general de turbomáquinas hidráulicas*

III *Flujo real, pérdidas y cavitación en turbomáquinas*

IV *Cálculo de turbomáquinas y de sus instalaciones. Otras máquinas hidráulicas*

Cada uno de los bloques anteriores está compuesto por varios capítulos, hasta un total de 16. Después de cada bloque, se presentan diversos problemas resueltos, y otros propuestos (con indicación de los resultados numéricos finales), preparados para el aprendizaje de los contenidos teóricos fundamentales.

Los autores

Cartagena, septiembre de 2016

LISTA DE SÍMBOLOS

Caracteres latinos

a	velocidad de propagación del sonido en un fluido
a	anchura de la sección anular de fugas volumétricas
a_V	relación de velocidades V_2/V_1 en un rotor eólico
$a(x)$	abertura adimensional del inyector de una turbina Pelton
a,b,c	constantes de ajuste de la curva característica a una parábola
A_t	área de la sección transversal
b	altura (o anchura) del álabe
B	holgura lateral entre el rodete y la carcasa
c	calor específico
c	celeridad o velocidad de las ondas de presión en un líquido
C	constante (en general), o bien factor de fricción en holguras, $C = \pi C_f/10$
C_D	coeficiente de resistencia de un perfil
C_f	coeficiente de fricción
C_L	coeficiente de sustentación de un perfil
C_T	coeficiente adimensional de par
C_W	coeficiente adimensional de potencia
d	deslizamiento (en un acoplamiento hidráulico)
D	diámetro (normalmente del rodete, o interior de una tubería)
D_1	diámetro del inyector en una turbina Pelton
D_m	diámetro medio en una rueda Pelton
e	energía interna
e	espesor efectivo del disco de un rodete
e	espesor de la pared de una tubería
$\vec{e}_x, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta$	vectores unitarios para las coordenadas cilíndricas ortogonales
$\vec{e}_x, \vec{e}_s, \vec{e}_n$	vectores unitarios para las coordenadas intrínsecas ortogonales
E	energía mecánica específica
E	módulo de elasticidad del material de una tubería
E_0	módulo de elasticidad de un líquido
f	frecuencia de oscilación de la corriente alterna (o de un órgano alternante)
f_u	factor de utilización (de una central hidroeléctrica)
$\vec{f}_m$	vector de fuerzas másicas
F	fuerza (en general)
F_D	fuerza de resistencia sobre un perfil
F_L	fuerza de sustentación sobre un perfil

g	aceleración de la gravedad
G	gasto másico
h	entalpía
h_Ω	factor de rotación inducida en el rotor de un aerogenerador
H	energía mecánica específica en altura o carga
H_0	altura manométrica para caudal nulo, o nominal en algunos casos
H_b	altura bruta en una instalación de turbinado
H_g	altura geométrica (o geodésica) en una instalación de bombeo
H_{inst}	altura resistente o altura de una instalación (normalmente de bombeo)
ΔH	altura de pérdida de carga
ΔH_i	altura de pérdidas hidráulicas internas en una máquina hidráulica
ΔH_{inst}	altura de pérdidas hidráulicas en una instalación
H_m	altura manométrica
H_n	altura neta
H_t	altura teórica o de Euler, o altura del rotor
H_u	altura útil (o de Euler)
H^*	altura neta de aspiración
i	ángulo de ataque de la pala de un aerogenerador $i = I - \alpha$
I	ángulo de inclinación de la pala de un aerogenerador (entre $\vec{w}$ y $-\vec{u}$)
k	rugosidad absoluta de una superficie
K	coeficiente de pérdida localizada o secundaria
K_1, K_2	factores de pérdidas hidráulicas internas (por fricción y por choque)
l	cuerda de un álabe en una máquina axial
l_c	longitud característica
L	longitud en general (también carrera de un émbolo)
n	velocidad de giro en revoluciones por minuto
n_p	numero de pares de polos de un alternador
n, s	coordenadas intrínsecas, normal y tangencial a la línea de corriente
N	número de álabes del rodete de una turbomáquina
p	presión o presión reducida
p_a	presión ambiente o atmosférica
p_0	presión de remanso
p_v	presión de saturación del vapor de agua
p_x	presión mínima en el interior de una bomba o de una turbina
p_∞	presión de referencia
q	caudal adimensional $Q/\Omega D^3$
$\vec{q}$	flujo de calor por conducción
Q	caudal
Q_0	caudal para altura nula, o bien caudal nominal en algunos casos
Q_V	calor por unidad de tiempo y por unidad de volumen
Q_r	calor generado internamente por unidad de tiempo y por unidad de volumen
$\overline{Q}_V$	calor total por unidad de tiempo recibido en el volumen de control
Q_1	caudal medio o módulo de un río
r	radio
x, r, θ	coordenadas cilíndricas ortogonales
R_c	radio de curvatura
Re	número de Reynolds, Re = $\rho VD/\mu$

S superficie
S velocidad específica de aspiración
t separación o paso entre dos álabes en una cascada (máquinas axiales)
t_i separación o paso entre dos álabes en la entrada de un rotor centrífugo
t tiempo
t_{iv} tiempo de ida y vuelta de las ondas de presión en una tubería
t_o tiempo característico o tiempo de cierre de una válvula
t_r tiempo de residencia de una partícula fluida
T temperatura
T par
T_0 par de arranque
u velocidad de arrastre, $u = \Omega r$
U velocidad de arrastre fuera de la capa límite cuando se estudia el flujo real
U_P potencial de fuerzas másicas
$\vec{u}$ vector velocidad de arrastre
v velocidad absoluta
v_1 velocidad del chorro en el inyector de una turbina Pelton
v_a velocidad axial (meridiana) en turbomáquinas axiales
v_m velocidad meridiana
V velocidad absoluta fuera de la capa límite cuando se estudia el flujo real
V_c volumen de control
V_f volumen fluido
$\vec{v}$ vector velocidad absoluta
$\vec{v}_c$ vector velocidad de las superficies del volumen de control
w velocidad relativa
W velocidad relativa fuera de la capa límite cuando se estudia el flujo real
W potencia (en general)
W_B potencia necesaria en una bomba
W_e potencia eléctrica
W_i potencia interna (en una máquina hidráulica)
W_f potencia perdida por fricción (en el disco del rodete de una turbomáquina)
W_o potencia mecánica (orgánica) perdida
W_S coeficiente adimensional de potencia específica (turbinas)
W_u potencia útil (en bombas y en turbinas)
W_T potencia producida por una turbina (potencia en el eje)
W_V potencia necesaria para un ventilador
$\vec{w}$ vector velocidad relativa
x, y, z coordenadas cartesianas
$\vec{x}$ vector de posición

Símbolos griegos

α ángulo de calado de un perfil en una turbomáquina axial
α ángulo entre la velocidad absoluta y la de arrastre (ángulo del flujo)
α_a ángulo de ataque, entre V_∞ y la línea de sustentación nula de un perfil
α_F, α_∞ ángulo entre V_∞ y la dirección acimutal.
β ángulo formado entre $\vec{w}$ y $-\vec{u}$ (ángulo del álabe)
Γ circulación de la velocidad alrededor de un perfil en una cascada de álabes
Γ_0 circulación de la velocidad alrededor de un perfil aislado

δ espesor de la capa límite
Δ incremento (en general)
Δ diámetro específico
ε coeficiente de corrección de Stodola
ε factor de disminución de presión en el estudio de la cavitación
ζ coeficiente de pérdidas por fricción en la cuchara de una turbina Pelton
ζ_r coeficiente de pérdidas por fricción en una cascada de álabes
η_c rendimiento global de una central hidroeléctrica
η_e rendimiento eléctrico
η_h rendimiento hidráulico
$\eta_{h,c}$ rendimiento hidráulico de la cuchara en una turbina Pelton
$\eta_{h,i}$ rendimiento hidráulico del inyector en una turbina Pelton
η_m rendimiento manométrico (o hidráulico) en bombas
η_o rendimiento orgánico
η_t rendimiento total
η_v rendimiento volumétrico
λ coeficiente de pérdida de presión de Darcy
λ_0 velocidad específica para aeroturbinas
μ viscosidad dinámica
μ coeficiente de disminución de trabajo
μ_t coeficiente de torsión para ventiladores
ν viscosidad cinemática
ξ ángulo de planeo de un perfil en una cascada
ρ densidad
σ parámetro de cavitación de Thoma
σ_R grado de reacción en una turbomáquina
$\overline{\tau}'$ tensor de esfuerzos viscosos
τ_p esfuerzo cortante en la pared
ϕ coeficiente de velocidad en máquinas axiales, v_a / u
ϕ_V potencia de deformación de las fuerzas viscosas por unidad de volumen
Φ_V potencia de deformación de las fuerzas viscosas en el volumen de control
χ factor de corrección en la teoría bidimensional de turbomáquinas
ψ factor de corrección de Pfleiderer
ψ coeficiente de presión en máquinas axiales
ψ_p coeficiente de presión en ventiladores
Ψ función de corriente
ω frecuencia de oscilación
Ω velocidad de giro
Ω_0 rotación inducida en la pala de una aeroturbina
Ω_S velocidad específica (adimensional)
$\Omega_{S,t}$ potencia específica para turbinas (adimensional)

Subíndices

0 perfil aislado
0 entrada al distribuidor
0 condiciones nominales o bien condiciones de caudal nulo
1 entrada al álabe (rodete)
2 salida del álabe (rodete)

3	salida del difusor
4	salida de la voluta (en una bomba)
asp	aspiración
c	cuchara de una rueda Pelton
d	salto de presión dinámica
des	descarga
D	disponible
e	entrada de la máquina hidráulica
e	salto de presión estática
$ecol$	caudal ecológico
eq	caudal de equipamiento
ext	exterior o externo
exp	experimental
i	cavitación incipiente; interno; pérdidas hidráulicas internas
i	inyector de una turbina Pelton
int	interior, interno
$inst$	instalación
$máx$	máximo, rendimiento máximo
$mín$	mínimo
mt	caudal mínimo técnico
N	número de álabes finito
N	necesario o requerido
p	punta del álabe en una turbomáquina axial
p	eje primario en un acoplamiento hidráulico
r	raíz del álabe en una turbomáquina axial
R	rodete
s	salida de la máquina hidráulica
s	eje secundario en un acoplamiento hidráulico
t	teórico
t	total
t	turbina; también salto de presión total
∞	número de álabes infinito
θ, u	proyección en la dirección acimutal

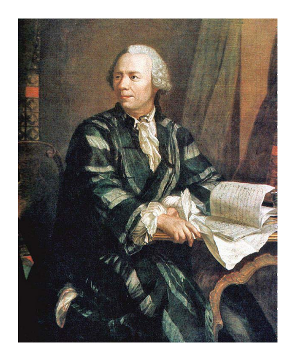
Superíndices

‘	corrección por desviación del flujo cuando éste no está perfectamente guiado por los álabes (en determinados problemas, también indica alguna condición alternativa de funcionamiento).

Abreviaturas

asp	aspiración (bombas)
cte	constante
des	descarga (turbinas)
EIA	Estudio de Impacto Ambiental
m c.a.	metros de columna de agua
NPSE	‘Net Positive Suction Energy’
NPSH	‘Net Positive Suction Head’
r.p.m.	revoluciones por minuto

BLOQUE I. INTRODUCCIÓN A LAS MÁQUINAS HIDRÁULICAS



A ***Leonhard Euler*** *(1707-1783) se le debe la ecuación de comportamiento más importante para el estudio de las turbomáquinas hidráulicas: la Ecuación de Euler (cuya lectura constituye el Teorema de Euler).*

Leonhard Euler. Wikipedia, La enciclopedia libre.
Fecha de consulta: 3 octubre 2016 de https://es.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler

1. GENERALIDADES SOBRE LAS MÁQUINAS HIDRÁULICAS. ENERGÍA HIDRÁULICA

1.1 Introducción a las máquinas hidráulicas

Con carácter general, puede decirse que una máquina de fluido es un sistema mecánico que intercambia energía mecánica con el fluido que está contenido o que circula a través de él. En este texto, se tratan las máquinas hidráulicas, que pueden considerarse máquinas de fluidos en las que los efectos de compresibilidad del fluido son despreciables (en la Sección 1.2 se tratará esto con mayor detalle).

Las máquinas de fluidos, y particularmente las máquinas hidráulicas, han sido utilizadas desde tiempos históricos. La bomba es uno de los ingenios más antiguos que se conocen para intercambiar energía mecánica con un fluido. La noria y el tornillo de Arquímedes, por ejemplo, se emplean desde varios siglos antes de Jesucristo. En concreto, la rueda hidráulica de paletas, auténtica precursora de las actuales turbomáquinas hidráulicas, se desarrolló en Egipto, Mesopotamia y China al menos mil años antes de la era cristiana. Se conoce también que en la Persia y China antiguas, se desarrollaron molinos eólicos para aprovechar la fuerza del viento. Al parecer, las panémonas chinas (construidas con madera y tela) pudieron ser los primeros ingenios eólicos, antecesores de los molinos persas. Posteriormente, se emplearon con profusión en el mundo islámico a partir del siglo VII. Ya en épocas más modernas, en el Renacimiento, puede atribuirse a Leonardo da Vinci (1452-1519) la invención de la primera bomba centrífuga. Sin embargo, fue en el siglo XVIII cuando el estudio de las máquinas hidráulicas, y en particular de las turbomáquinas, adquirió categoría de ciencia o rama de la Ingeniería, a raíz de la publicación en 1754 de los estudios de Leonhard Euler (1707-1783) sobre esta materia. Como se verá más adelante, se debe a Euler la ecuación de comportamiento más importante en turbomáquinas hidráulicas.

Por supuesto, las máquinas de fluidos constituyeron uno de los motores de la Revolución Industrial. Las contribuciones de ingenieros tales como Burdin, Fourneyron, Sablukow, Pelton, Francis o Kaplan, sobre todo a lo largo de los siglos XIX y XX, fueron decisivas para la fabricación de máquinas hidráulicas de elevado rendimiento. Algunos de ellos han dado sus nombres a distintos tipos de turbinas hidráulicas, tales como Pelton, Kaplan o Francis. Cabe señalar la primera patente de una bomba centrífuga multietapa similar a las actuales, debida a Osborne Reynolds (1842-1912). En la actualidad, los procesos de mejora y perfeccionamiento de nuevos modelos son incesantes.

El estudio de la materia de interés debe partir del conocimiento de las ecuaciones generales de conservación de la Mecánica de Fluidos, de modo que puede considerarse a las máquinas hidráulicas como un aspecto particular de esta ciencia. Aunque en el texto se comienza presentando a las máquinas hidráulicas directamente, se explicarán aquellas

partes y ecuaciones de la Mecánica de Fluidos necesarias para la comprensión de la materia que se va a exponer.

El flujo del fluido a través de una máquina hidráulica puede ser laminar (en cuyo caso las partículas fluidas siguen trayectorias ordenadas, y pueden determinarse en algunos casos soluciones analíticas), o turbulento (en cuyo caso las trayectorias fluidas son aparentemente desordenadas, con un fuerte incremento de los fenómenos de transporte y difusión de las propiedades fluidas, no pudiendo encontrarse una solución analítica). El número de Reynolds es el parámetro adimensional que relaciona los efectos convectivos y difusivos, de modo que por encima de un cierto valor crítico, puede decirse que el flujo pasa de laminar a turbulento. En las máquinas hidráulicas, particularmente en aquellas en las que el intercambio de energía tiene lugar en un elemento giratorio llamado rodete (turbomáquinas), el flujo es en general a altos números de Reynolds.

En estas condiciones, el flujo del fluido que atraviesa una máquina hidráulica es normalmente turbulento, tridimensional y no estacionario, no existiendo en general soluciones exactas de las ecuaciones de Navier-Stokes (ecuaciones de continuidad y de conservación de la cantidad de movimiento). Pueden efectuarse distintas simplificaciones, como por ejemplo considerar el flujo casiestacionario, al estudiarlo en un intervalo de tiempo lo suficientemente grande como para que las magnitudes fluidas promediadas puedan considerarse constantes con el tiempo.

Cabe destacar el distinto enfoque que debe darse por un lado al análisis y por el otro al diseño de las máquinas hidráulicas. El análisis del comportamiento de una máquina hidráulica puede realizarse con ayuda de las teorías simplificadas que se han comentado anteriormente. Sin embargo, el diseño debe apoyarse en la experimentación previa de máquinas ya construidas que funcionen de forma satisfactoria.

El análisis y estudio del flujo en las máquinas hidráulicas puede llevarse a cabo mediante técnicas de análisis dimensional y semejanza física, o bien mediante teorías simplificadas (teorías unidimensional y bidimensional). El primer enfoque consiste en poder predecir mediante técnicas de semejanza física el comportamiento de una máquina a partir de las condiciones de otra máquina en un punto de funcionamiento dado.

Lógicamente, el problema del diseño de una máquina nueva no se resuelve con la técnica que se acaba de comentar, sino que es preciso un segundo enfoque, consistente en la suposición de flujo unidimensional (es decir, perfectamente guiado por los álabes de una turbomáquina); esta teoría se ve ampliada con la teoría bidimensional, que supone el flujo en superficies bidimensionales de revolución concéntricas con el eje (máquinas axiales), o perpendiculares a éste (máquinas radiales). En estas “teorías clásicas” resulta imprescindible utilizar datos experimentales que acercan la “idealidad” de las mismas a la realidad del funcionamiento de las máquinas hidráulicas, lo que hace que estas teorías no sean lo suficientemente generales.

En los últimos años se ha avanzado de forma considerable en el estudio de las máquinas hidráulicas. El hecho de considerar, por ejemplo, ciertos efectos tridimensionales aun suponiendo flujo ideal, o de intentar evaluar los efectos de pérdidas por efectos de fricción y turbulencia, han supuesto aportaciones importantes. No obstante, la extraordinaria complejidad del flujo en estas máquinas convierte estos temas en materia de investigación en los campos analítico, numérico y experimental, lo que cae fuera de los límites de este texto.

Hasta el momento, todo lo comentado se refiere principalmente al tipo de máquina hidráulica llamada turbomáquina, cuyas características comienzan a estudiarse en la siguiente sección. En este texto, el estudio de las máquinas hidráulicas se realizará siguiendo un esquema similar al expuesto en esta introducción. Se aplicarán las ecuaciones de conservación de la Mecánica de Fluidos en forma integral a las máquinas hidráulicas y se definirán los distintos rendimientos; se aplicarán las herramientas del análisis dimensional y de la semejanza física; se expondrán las teorías unidimensional y bidimensional con un enfoque en primer lugar ideal, tanto a bombas como a turbinas, y para máquinas axiales y

radiales (más adelante se clasifican las máquinas hidráulicas y se explican estos tipos), y posteriormente se expondrán distintos aspectos del comportamiento real y del diseño de bombas y turbinas. Se analizarán con mayor detalle las turbomáquinas, puesto que son las máquinas hidráulicas más utilizadas, y son además las más interesantes desde el punto de vista fluidomecánico. Las máquinas hidráulicas denominadas de desplazamiento positivo o volumétricas y las transmisiones hidráulicas recibirán en este texto una atención más limitada.

Con el objeto de asentar los conocimientos que se vierten a lo largo del texto, al final de cada bloque se presentan una serie de problemas propuestos, y otros resueltos (se ha pretendido que estos fueran lo suficientemente representativos).

1.2 Clasificación de las máquinas de fluidos

Las máquinas de fluidos pueden clasificarse siguiendo distintos criterios. Se han escogido los tres normalmente más utilizados: según el sentido de la transmisión de la energía entre el fluido y la máquina, según la compresibilidad del fluido de trabajo, y según el principio de funcionamiento.

SEGÚN EL SENTIDO DE LA TRANSMISIÓN DE LA ENERGÍA, pueden distinguirse los siguientes tipos:

- *Máquinas generadoras*. Comunican energía mecánica al fluido, como ocurre con las bombas, los compresores, los ventiladores y las hélices[1]. La energía mecánica que consume una máquina generadora debe ser suministrada por un motor.
- *Máquinas motoras*. Extraen energía mecánica del fluido, como ocurre con las turbinas hidráulicas, las turbinas de vapor, las turbinas de gas y las aeroturbinas.
- *Máquinas reversibles*. Su diseño les permite funcionar alternativamente como máquinas generadoras o motoras, como por ejemplo los grupos turbina-bomba de las centrales de acumulación por bombeo.
- *Máquinas transmisoras*. Transmiten la energía entre dos sistemas mecánicos o dos fluidos, combinando una máquina motora y otra generadora. Pueden citarse los acoplamientos fluidos, los convertidores de par, las transmisiones hidráulicas y neumáticas, o los turbocompresores. La función de estas máquinas puede ser la transmisión o el cambio de un par, o el cambio de una velocidad de giro, evitando la transmisión de vibraciones y otros problemas de las conexiones mecánicas. El esquema de funcionamiento de estas máquinas puede ser: eje-bomba-fluido-turbina-eje (véase la Figura 1.1) o fluido-turbina-eje-bomba-fluido.

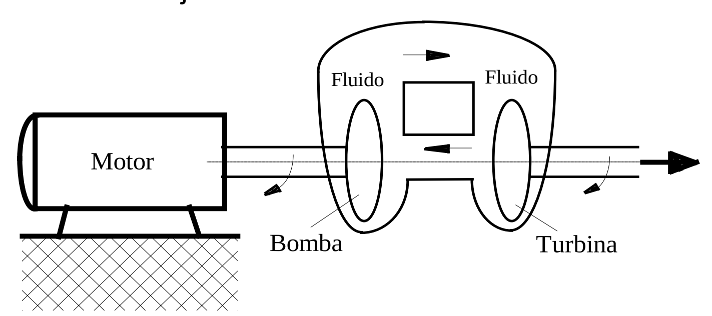


Figura 1.1: Esquema de una transmisión hidráulica.

[1] En realidad, en las hélices marinas y aéreas el objetivo es conseguir un empuje sobre el cuerpo (un buque, un avión) que se mueve dentro del fluido.

SEGÚN LA COMPRESIBILIDAD DEL FLUIDO, la clasificación clásica atiende a la modificación de la densidad del fluido al atravesar la máquina. Si el fluido es un líquido sin cambio de fase, o un gas en el que las diferencias de presión y los efectos térmicos al atravesar la máquina son despreciables, la máquina en cuestión se denomina *máquina hidráulica.* Si por el contrario el líquido sufre un cambio de fase o el gas sufre cambios importantes de presión o temperatura, que modifican de forma apreciable su densidad, se aplicará la denominación habitual de *máquina térmica* aunque su función principal no sea la transmisión de energía térmica. Esta nomenclatura puede parecer contradictoria, al mezclar de algún modo líquidos y gases; por ejemplo, una turbina de vapor que funciona con agua (que es un líquido en condiciones atmosféricas) sería una máquina térmica y no una máquina hidráulica. Una aeroturbina que funciona con aire (que es un gas) sería una máquina hidráulica, y no una máquina térmica. En definitiva, la frontera entre flujo compresible e incompresible no es muy clara. Como criterio, podría establecerse que por debajo de velocidades de trabajo del 30 % de la velocidad del sonido, los efectos de compresibilidad pueden considerarse despreciables.

En este texto, se estudiarán las máquinas hidráulicas, bien de líquidos (considerados estos con densidad estrictamente constante), bien de gases con cambios de densidad despreciables al atravesar la máquina (como ocurre por ejemplo con el aire al atravesar el rotor de una aeroturbina).

SEGÚN EL PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DE LA MÁQUINA, pueden distinguirse los siguientes tipos:

- *Máquinas rotodinámicas, o turbomáquinas*, en las que se produce un intercambio de cantidad de movimiento entre el fluido y la máquina a través de una pieza giratoria, llamada *rotor* o *rodete* (véase la Figura 1.2). El fluido circula de forma continua a través de los canales que forman los álabes del rotor. Las fuerzas son sobre todo de dirección tangencial, por lo que hay un cambio en el momento cinético del fluido cuando atraviesa el rotor, y por ello se transmite un par entre el rotor y el fluido, y un intercambio de energía mecánica.

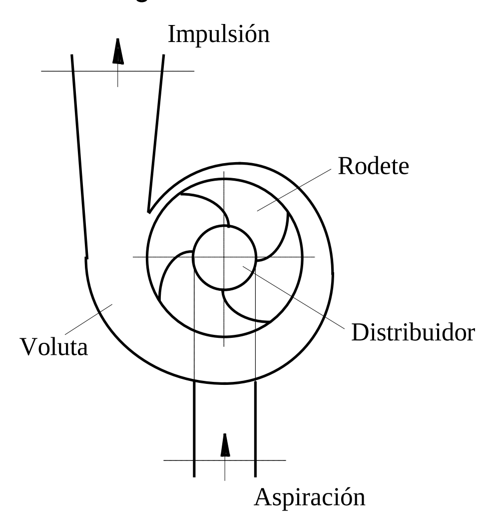


Figura 1.2: Esquema de una bomba centrífuga. El distribuidor puede consistir únicamente en un tubo de entrada, o disponer de álabes guía que conducen el flujo hacia el rodete. En la salida se dispone a menudo de una corona de álabes fijos denominada *difusor*. Sus álabes pueden ser orientables, aunque esto es muy poco frecuente en bombas. Por su forma característica, la voluta también recibe la denominación de *caracol*.

- *Máquinas de desplazamiento positivo o volumétricas*, en las que el intercambio de energía es sobre todo en forma de presión mediante el paso del fluido a través de una cámara de trabajo, en la que entra y sale en un proceso alternativo. El órgano de trabajo es el elemento desplazador y no hay conexión simultánea a través del fluido entre la entrada y la salida. Existe una fuerza entre el fluido y otros órganos móviles que da lugar al intercambio de energía. Estas máquinas se pueden clasificar a su vez en *alternativas* (por ejemplo, de émbolo, véase la Figura 1.3a), que requieren válvulas de admisión y expulsión, y *giratorias* o *rotativas* (de engranajes, levas, tornillos, …, véanse

las Figuras 1.3b y 1.4), cuyo diseño evita la necesidad de colocar válvulas de paso a las cámaras.

- *Máquinas gravimétricas*. Aunque actualmente son de menor interés, se puede completar la clasificación con aquellas máquinas cuyo intercambio de energía sea sobre todo de tipo potencial gravitatoria, como los elevadores de cangilones, la rueda hidráulica o el tornillo de Arquímedes.

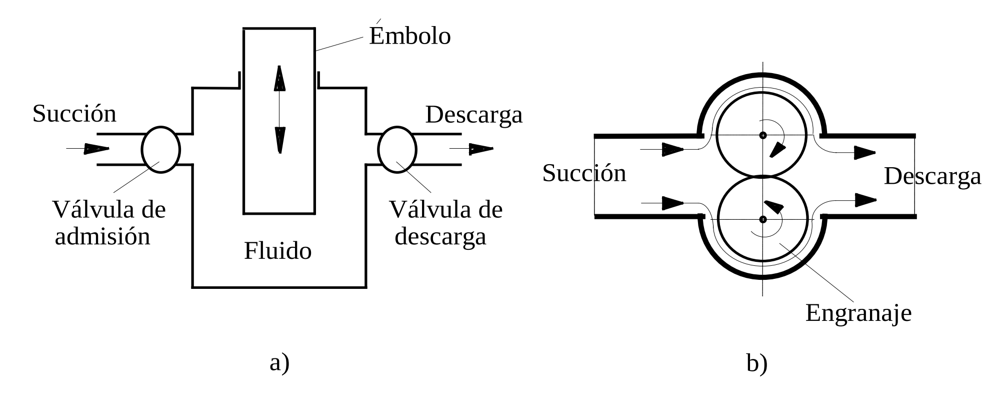


Figura 1.3: Máquinas volumétricas o de desplazamiento positivo. a) Alternativa de émbolo. b) Rotativa de engranajes.

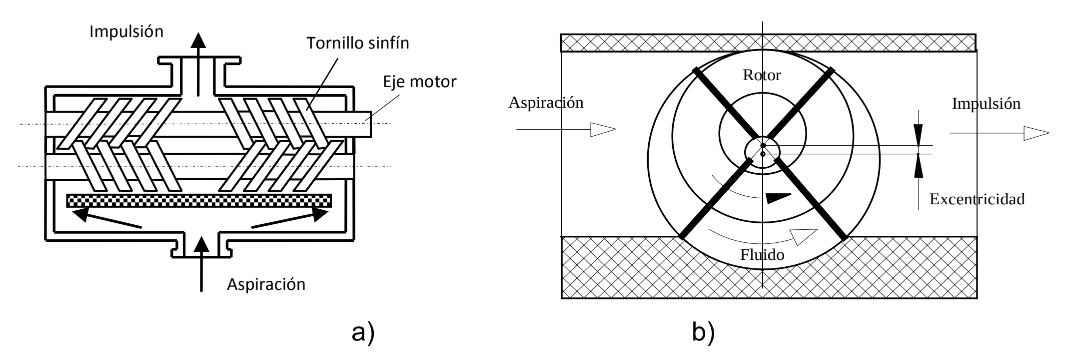


Figura 1.4: Bombas volumétricas rotativas: a) De tornillo sin fin. b) Excéntrica de paletas deslizantes.

1.3 Elementos característicos de una turbomáquina hidráulica

Una turbomáquina hidráulica es una máquina rotodinámica de fluido incompresible. Este tipo de máquina puede tener una sola etapa o célula, o varias dispuestas en serie; cada etapa está compuesta por un elemento fijo (estátor) y otro móvil (rotor o rodete). El rodete o rotor es el elemento principal de una turbomáquina hidráulica, y es donde se produce fundamentalmente el intercambio de energía entre el fluido y la máquina. Según el modo con el que el fluido atraviesa el rodete, se pueden clasificar las turbomáquinas hidráulicas en radiales, axiales, o mixtas, como se verá en la sección siguiente. En el estátor pueden distinguirse a su vez varios componentes:

- El *distribuidor*, que es el elemento que conduce al fluido hacia la sección de entrada del rodete en dirección y magnitud apropiadas. En algunas turbinas es un conjunto de álabes fijos (en el sentido de no giratorios) pero regulables en orientación para controlar el caudal. En otros casos, como en las bombas, es un simple *conducto de admisión o de aspiración*.
- El *difusor*, que recoge el fluido que sale del rodete y lo guía (en ocasiones mediante álabes) de forma eficiente para que reduzca su energía cinética y recupere presión

estática. En las turbinas se le denomina también *tubo de aspiración* pues desagua y crea depresión en la salida del rodete.

- La *voluta,* consistente en un canal de sección creciente (bombas) o decreciente (turbinas) que rodea al rodete, recogiendo el fluido que sale del mismo en el caso de las bombas o distribuyéndolo en la periferia de las turbinas. En turbinas es frecuente llamarle *caja espiral*. Por su forma característica, a veces se le denomina simplemente *caracol*.

No todas las turbomáquinas han de tener todos estos elementos fijos. Así, en muchas de ellas no existe distribuidor o voluta, e incluso en algunas turbomáquinas como en las aeroturbinas o en las hélices, no hay ni distribuidor, ni voluta, ni difusor, consistiendo la máquina únicamente en el rotor. En el caso de contar con todos los elementos mencionados, en una bomba el fluido atraviesa por orden el distribuidor, el rodete, el difusor y la voluta; en una turbina, el orden es caja espiral o voluta, distribuidor, rodete, y tubo difusor.

1.4 Clasificación y tipos de turbomáquinas hidráulicas

1.4.1 Clasificación de las turbomáquinas según la dirección del flujo

Según la dirección que el flujo sigue en el elemento principal de la turbomáquina, el rodete, se puede clasificar a éste y por extensión a toda la turbomáquina. Así, pueden distinguirse los tipos siguientes:

- *Máquinas radiales*, en las que las trayectorias de las partículas fluidas están contenidas principalmente en planos perpendiculares al eje, como ocurre en las bombas centrífugas (véase la Figura 1.5) y en las turbinas centrípetas.
- *Máquinas axiales*, en las que las líneas de corriente están contenidas en superficies de revolución paralelas al eje, esto es, cilíndricas.
- *Máquinas mixtas o helicocentrífugas* (en bombas) o *helicocentrípetas* (en turbinas). En estas máquinas, las trayectorias están contenidas en superficies de revolución no cilíndricas, por lo que se acercan o alejan del eje, a la vez que tienen una componente importante paralela a dicho eje.

1.4.2 Tipos y denominaciones característicos de turbinas hidráulicas

Además de los ya expuestos, existe un criterio adicional de clasificación de las turbinas, que junto con alguno de los anteriores dan lugar a tipos muy concretos que reciben el nombre de sus primeros diseñadores. Así puede distinguirse en primer lugar entre *turbinas de acción o impulso* por un lado, y *turbinas de reacción* por otro.

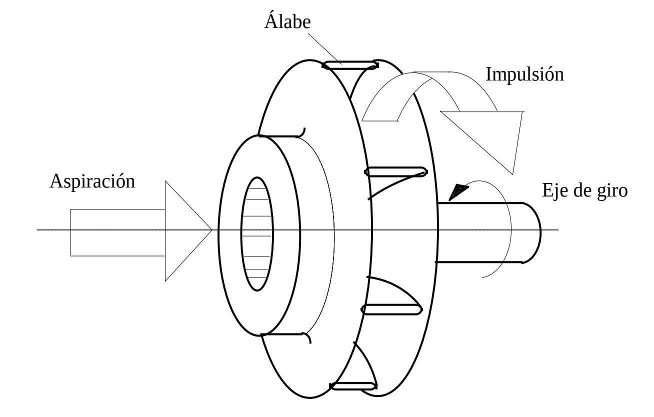


Figura 1.5: Trayectorias que siguen las partículas fluidas al atravesar el rodete de una bomba centrífuga. El flujo del fluido tiene lugar en planos perpendiculares al eje de la máquina, fundamentalmente con dos componentes de velocidad: radial y acimutal (se estudiará con mayor detalle más adelante).

- En las TURBINAS DE ACCIÓN O IMPULSO no se produce variación de presión estática a través del rotor, por lo que el fluido no precisa llenar todo el espacio entre álabes (Figura 1.6). Toda la caída de presión estática se sitúa en la tobera del inyector y el agua sólo incide sobre los sucesivos álabes en forma de uno o varios chorros discretos con gran energía cinética. Este tipo (el más conocido de las turbinas de acción) se denomina *turbina Pelton* en honor a Lester A. Pelton (1829-1908) que la patentó hacia 1880[2]. Son características de saltos con desniveles superiores a 400 m y presentan algunos elementos característicos como son la válvula de aguja del inyector para regular el caudal, el deflector para desviar el chorro si la carga disminuye rápidamente, y un contrachorro para frenar la turbina rápidamente cuando sea preciso. Este tipo de turbina carece de difusor por lo que se denominan también de *escape libre*. Por la forma de incidir el chorro de agua sobre el rodete, en algunos textos reciben igualmente la denominación de *tangenciales*.

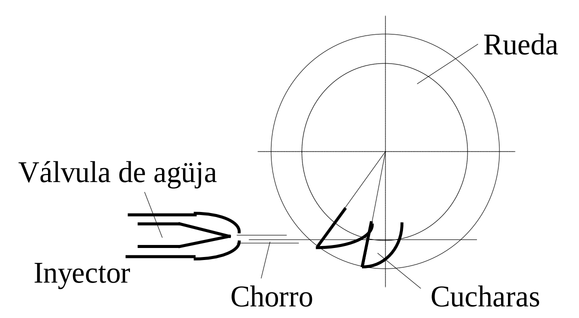


Figura 1.6: Esquema básico de una turbina de acción tipo Pelton.

- En las TURBINAS DE REACCIÓN, se produce una caída de presión estática en el rotor, por lo que el líquido debe llenar todo el canal entre álabes (Figura 1.7). Según la dirección del fluido, se pueden distinguir a su vez entre los siguientes tipos:

  Turbinas radiales o Francis. Aunque el primer diseño de James B. Francis (1815-1892) de 1849 era una turbina estrictamente de flujo radial, con bordes de entrada y de salida paralelos al eje, hoy en día la mayor parte de los diseños bajo esta denominación son helicocentrípetos (mixtos) teniendo en la salida del rotor componentes axiales y radiales de velocidad. Son características de saltos entre 40 y 500 m, por lo que son las más frecuentemente empleadas. Algunos diseños especiales en que los álabes son orientables reciben la denominación de *turbinas Deriaz.*

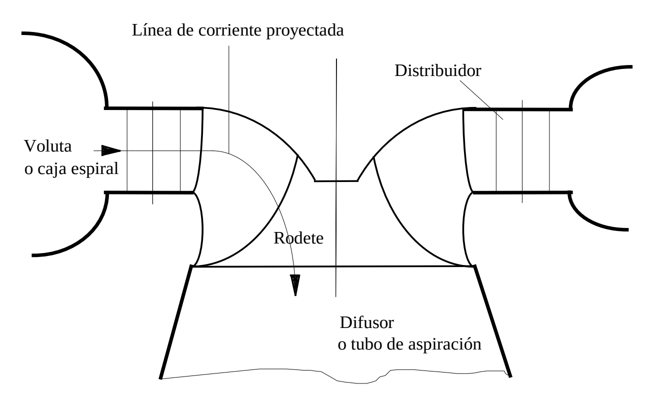


Figura 1.7: Esquema básico de una turbina de reacción Francis típica.

[2] La principal novedad de este diseño consistía en una arista que separaba en dos partes el flujo incidente; el diseño elipsoidal de la cuchara que conocemos actualmente se debe a W.A. Doble.

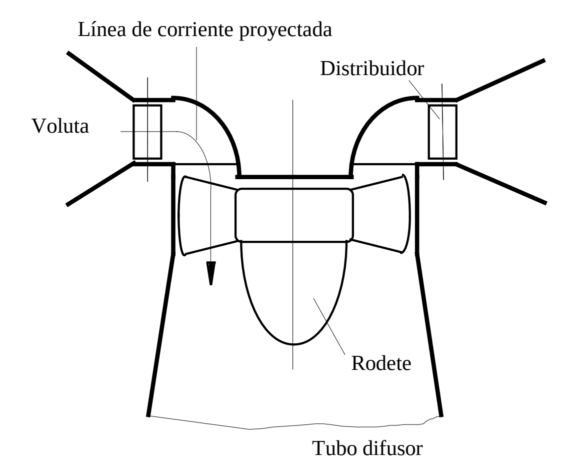


Figura 1.8: Dibujo esquemático de una turbina Kaplan de eje vertical. Como en las turbinas de tipo Francis, el agua es conducida hacia el rodete de forma apropiada mediante la voluta o caja espiral. El distribuidor consiste normalmente en una corona de palas o álabes orientables (no rotativos), constituyendo el principal órgano de regulación de la turbomáquina.

Turbinas axiales o Kaplan. En estas máquinas, el flujo es totalmente axial y los álabes son fijos (en cuyo caso se denominan *turbinas de hélice*) o bien orientables para regular la carga (*turbinas Kaplan*[3], véase la Figura 1.8). Se emplean cuando el salto es muy pequeño (inferior a 60 m). Si además no existe voluta y la turbina de hélice o Kaplan está colocada axialmente en el centro de un conducto forzado, se denominan *turbinas tubulares* o de *bulbo*; estas turbinas se emplean en los casos con saltos muy pequeños (entre 2 y 15 m). Las turbinas tubulares presentan ventajas adicionales como abaratar el coste de producción, disminuir el impacto ambiental, y poder funcionar como máquinas reversibles (indistintamente como turbinas o como bombas).

1.4.3 Otros criterios de clasificación

Además de los tipos anteriores, se pueden distinguir entre las turbomáquinas de *una sola etapa o escalón* y las *multicelulares o multietapa*. Como se ha explicado anteriormente, en estas últimas, el caudal que pasa por cada etapa es el mismo, pero la carga producida o absorbida es la suma de la proporcionada por cada una de las etapas.

También se puede señalar la posible clasificación en turbomáquinas de *aspiración simple,* en las que el fluido entra sólo por un lado del rotor, y turbomáquinas de *aspiración doble*, en las que el fluido entra por ambos lados del rotor. Estas últimas tienen la ventaja de su simetría, por lo que se equilibra y compensa el empuje axial.

Pueden clasificarse incluso las turbomáquinas hidráulicas según la proporción de energía de presión estática intercambiada en el rodete, y la energía mecánica total (lo que se conoce como *grado de reacción*); este concepto se estudiará con mayor detalle más adelante. Puede adelantarse que las turbinas Pelton se mueven como consecuencia de la variación del momento cinético que se produce en el rodete al incidir un chorro con una energía cinética elevada sobre las cucharas dispuestas en la periferia de la rueda; este tipo de máquinas tiene un grado de reacción nulo. Las turbinas Francis, en cambio, son máquinas con un grado de reacción no nulo, porque intercambian presión estática en el rodete.

1.5 La Energía Hidráulica

Dentro del término general de Energía Hidráulica, es decir de energía relacionada con el agua (del griego *ὕδωρ → hydor → hidro*) se agrupan distintos conceptos que conviene distinguir: la Energía Hidráulica Convencional o Hidroeléctrica, con sus variantes Minihidráulica o Microhidráulica, o las diversas y novedosas tecnologías incluidas en la

[3] En la década de 1920, Victor Kaplan (1876-1934) construyó la primera turbina de estas características.

denominación general de Energía del Mar. Además, conceptos como el Recurso Hidráulico o la consideración de la Energía Hidráulica dentro de las Energías Renovables también merecen atención. Todas estas cuestiones se tratarán brevemente a continuación.

1.5.1 Energía Hidráulica Convencional

Las caídas de masas de agua, producidas por los desniveles existentes en los cauces por donde estas aguas discurren, han sido utilizadas desde la antigüedad para producir energía mecánica por medio de ruedas de paletas y de cajones que, aunque eran artefactos rudimentarios, tenían aplicaciones tales como elevar agua de riego o mover molinos de grano.

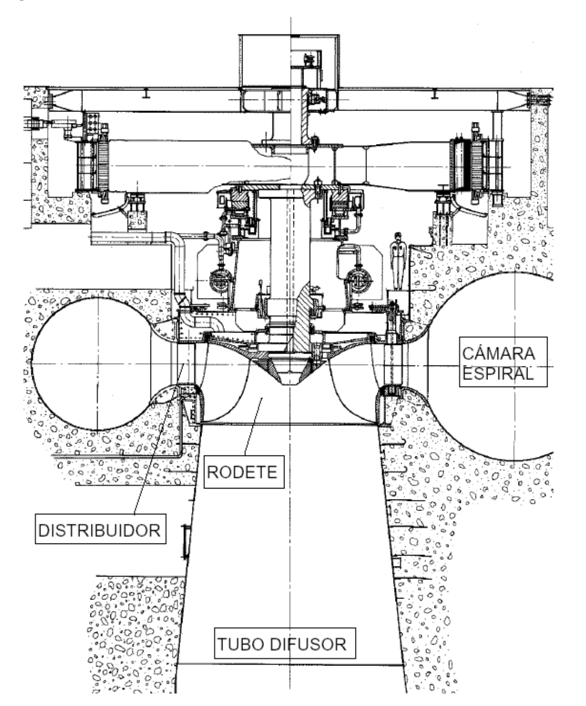


Figura 1.9: Central hidroeléctrica con turbina de tipo Francis.

Figura 1.10: Central hidroeléctrica con turbina de tipo Kaplan.

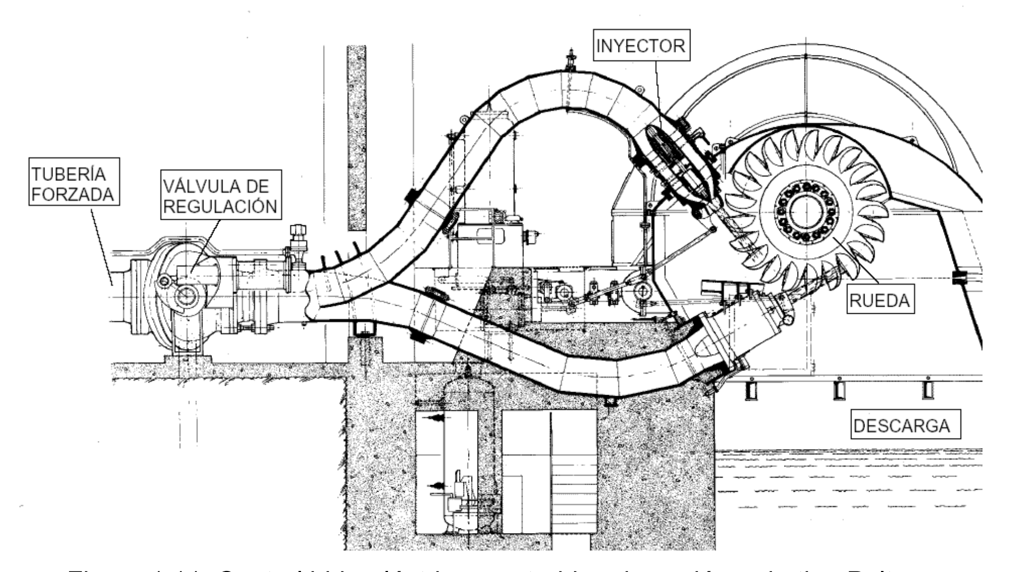


Figura 1.11: Central hidroeléctrica con turbina de acción o de tipo Pelton.

Actualmente, el aprovechamiento de la energía hidráulica disponible en los saltos de agua mediante turbinas en las centrales hidroeléctricas constituye un importante recurso para la producción de energía eléctrica, y una de las principales aplicaciones de la maquinaria hidráulica (Figuras 1.9, 1.10 y 1.11). Podría decirse que esta es la forma más conocida de aprovechamiento de la energía hidráulica. La energía hidráulica convencional se ha relacionado tradicionalmente con la energía potencial disponible en un salto o desnivel entre masas de agua. La denominación *Energía Hidroeléctrica* se asocia entonces a la obtención de energía mecánica en un sistema rodete-eje, aprovechada en un generador eléctrico. Es la conocida como *Energía Hidráulica Convencional*.

Existen dos formas básicas de aprovechamiento de la energía hidráulica convencional. La primera es la *interceptación de la corriente* a través de una presa, lo que da lugar a las clásicas centrales a pie de presa. La segunda es la *desviación de la corriente fluida*, lo que origina las llamadas centrales en derivación o en ocasiones centrales fluyentes. Se ha incorporado en los últimos años un tercer tipo, consistente en la interceptación de la corriente en sistemas de redes de agua. Está relacionada con la obtención de potencias reducidas, y por tanto se asocia a las *Energías Minihidráulica* y *Microhidráulica*. Presentan algunas diferencias significativas con respecto a la Energía Hidráulica Convencional, aunque realmente los principios de funcionamiento son los mismos, como se comenta a continuación.

1.5.2 Las Energías Hidráulica, Minihidráulica y Microhidráulica

Puede establecerse una diferenciación entre las *Energías Hidráulica*, *Minihidráulica* y *Microhidráulica*, en función del umbral de potencia obtenida de la central. Una minicentral hidroeléctrica tiene (por convenio) una potencia instalada inferior a 10 MW. Por encima de este nivel de referencia, se sigue la denominación tradicional de central hidroeléctrica. En general, una central hidroeléctrica requerirá forzosamente la construcción de un embalse (o de un canal en derivación), desde el que se conducirá el agua a través de tuberías forzadas hasta la estación de turbinado. Así pues, la obra civil y el impacto ambiental serán grandes condicionantes en el diseño y construcción de estas centrales. Las grandes centrales hidroeléctricas, compuestas por varias turbinas en paralelo, pueden producir varios gigawatios de potencia. En una minicentral, sin embargo, puede estar presente un embalse o bien no ser necesario, al obtenerse el salto de energía directamente sobre el curso de un río, por ejemplo. Aparte de estos condicionantes, no existe ninguna razón técnica de diferenciación entre la Energía Hidráulica y la Energía Minihidráulica.

En los últimos años, la denominación de *Energía Microhidráulica* se ha aplicado a las centrales de abastecimiento eléctrico muy localizado, con máquinas de potencia del orden o inferior incluso a 1 kW (por ejemplo, ruedas Pelton "domésticas" que aprovechan cursos hidráulicos de montaña de poco caudal, para el abastecimiento eléctrico de una casa rural; en realidad, estos sistemas de producción distribuida en escalas pequeñas han existido desde muchos años atrás).

Otra aplicación interesante puesta en boga en los últimos tiempos consiste en aprovechar energéticamente los sistemas de reparto de agua (agua potable, de riego…). Por ejemplo, en los puntos en los que forzosamente debe bajarse la presión en sistemas de abastecimiento de agua potable, la válvula de reducción o de rotura de carga puede sustituirse por una pequeña turbina. En este caso, sí que se establecen diferencias técnicas significativas con la Energía Hidráulica Convencional, puesto que se puede recurrir a turbinas hidráulicas con diseños especiales.

1.5.3 La Energía del Mar

La Energía Hidráulica podría definirse en realidad de un modo más genérico, si tenemos en cuenta que son posibles diferentes modos de aprovechamiento de la energía de una masa

de agua: potencial, cinética, de agitación (olas, ondas), térmica… La denominación entonces será válida siempre que en la instalación energética el agua se mantenga como un fluido incompresible, con densidad fundamentalmente constante. Las distintas denominaciones aparecen como consecuencia de los distintos niveles de potencia, o del tipo de la energía aprovechada.

Con este planteamiento general, la denominada *Energía Maremotriz* o *Energía del Mar* debería considerarse fundamentalmente como una Energía Hidráulica, aunque por desarrollarse en el mar y aprovechar otros modos distintos de energía a la Hidráulica Convencional, hasta el momento ha merecido una atención separada. De entre los distintos modos de aprovechamiento de la energía hidráulica de origen marino, la *mareomotriz* (energía de las mareas), la *undimotriz* (energía de agitación de las olas), y la energía de las *corrientes marinas* (aprovechamiento de las corrientes marinas de poca profundidad) pueden incorporar turbinas hidráulicas con diseños similares a los utilizados en la Energía Hidráulica convencional. Otros modos de aprovechamiento como la *energía térmica oceánica* (aprovechamiento del gradiente térmico con la profundidad a través de ciclos termodinámicos), o la *energía osmótica o azul* (potencia osmótica entre volúmenes de agua con diferente salinidad), están más alejados de la Energía Hidráulica clásica.

1.5.4 El Recurso Hidráulico

Es habitual denominar a la cantidad de agua aprovechable, o bien a la potencia que se estima aprovechable mediante algún tipo de instalación, *Recurso Hidráulico*. La Energía Hidráulica es por supuesto una energía renovable, puesto que aprovecha un recurso, el hidráulico, en un ciclo inagotable. Como cualquier otro tipo de energía renovable, el recurso hidráulico procede del Sol; efectivamente, nuestro astro da lugar al llamado *ciclo hidrológico*, así como a otros tipos de movimientos de gran escala, como las mareas, que pueden ser aprovechados en las centrales mareomotrices. Para la determinación del recurso hidrológico en la Energía Hidráulica convencional, es preciso efectuar un estudio hidrológico de la zona de interés, es decir, un análisis de las entradas y salidas de los volúmenes de agua en una zona que forma una *cuenca vertiente* (que puede entenderse como la porción de terreno en la que el agua drena hacia un cierto curso fluvial) en la que puede almacenarse una cierta cantidad de agua para posteriormente ser turbinada en una cota inferior. Por tanto, en la Energía Hidráulica terrestre (convencional), la *Hidrología* es un ingrediente importante en la determinación del recurso hidráulico. En el campo de la Energía del Mar, sería preciso estimar por ejemplo la altura media de oleaje (o más importante, la *altura significativa de ola*, relacionada con la energía concernida) en un área dada del océano, o la velocidad y regularidad de las corrientes submarinas.

1.5.5 La Energía Hidráulica como energía renovable

La Energía Hidráulica sigue siendo hoy en día la energía renovable más importante a nivel mundial. Existen países en América del Sur y en el Norte de Europa que consiguen más del 70 % de su producción total de electricidad a partir de la Energía Hidráulica. En términos totales, las Energías Eólica e Hidráulica son, junto con la Biomasa, las energías renovables que copan prácticamente la producción europea. Lógicamente, en los países con más horas de sol anuales, la Energía Solar ocupa una posición cada vez más relevante. Los países europeos con mayor producción hidráulica son Francia, Suecia, Italia, Austria y España; estos países superan conjuntamente como media el 80 % de la producción en Europa.

En España, la Energía Hidráulica ha sido tradicionalmente la principal fuente de energía renovable; actualmente, tiene una importancia relativa equiparable a la Energía Eólica (que ha experimentado un avance muy significativo en los últimos años). Como término medio en los últimos años, la producción de electricidad procedente de la Energía Hidráulica se aproxima al 15 %. El Real Decreto 661/2007 de Régimen Especial de Producción de

Electricidad, concede el régimen de tarificación especial a la Energía Hidráulica con una potencia instalada inferior a 10 MW, es decir, considera como energía estrictamente renovable a la Energía Minihidráulica, aunque se mantiene la tarificación especial hasta el nivel de potencia de 50 MW. Esta consideración también se ha visto reflejada en el Plan de Energías Renovables (PER) 2005-2010, y en su sucesor, el PER 2011-2020. En ambos planes, se clasifica a la *Gran Hidráulica* con potencias superiores a 50 MW, *Hidráulica* a aquella con potencias en el rango 10 a 50 MW, y *Minihidráulica* a aquella con potencia inferior a 10 MW.

El PER 2011-2020 sigue apostando por el incremento de la potencia instalada en Energía Minihidráulica. En este sentido, apunta que se primará la rehabilitación de centrales abandonadas, así como el desarrollo de sistemas de turbinado con acumulación por bombeo. Por otro lado, efectúa una firme apuesta por el desarrollo de los sistemas de aprovechamiento de la Energía del Mar. Cabe indicar no obstante que las previsiones de producción de Energía Minihidráulica fueron más optimistas que lo conseguido hasta la fecha, y que es preciso seguir los planes de implantación y desarrollo pertinentes.

Bibliografía consultada

Agüera Soriano, J., *Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas*, 5º ed., Ciencia, Madrid, 2002.

Charlier, R.H., y Finkl, C.W., *Ocean energy*, Springer-Verlag, Berlin, 2009.

Fernández Díez, P., *Energía del mar*, www.es.pfernandezdiez.es (edición electrónica), 2016.

Henry, P., *Turbomachines hydrauliques*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1992.

Hernández Krahe, J.M., *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, UNED, Madrid, 1976.

Lecuona, A., y Nogueira, J.I., *Turbomáquinas*, Ariel Ciencia y Tecnología, Barcelona, 2000.

Mataix, C., *Turbomáquinas hidráulicas*, 2ª ed., ICAI-ICADE, Madrid, 2009.

McNaughton, K., *Bombas: Selección, uso y mantenimiento*, McGraw-Hill, 1987.

Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.

Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.

White, F.M., *Mecánica de fluidos*, McGraw Hill, 1983.

2. BALANCE ENERGÉTICO DE UNA MÁQUINA HIDRÁULICA. INSTALACIONES DE BOMBEO Y TURBINADO

2.1 Introducción

Después de haber introducido a las máquinas hidráulicas como sistemas que intercambian energía mecánica entre el fluido y el exterior, con la restricción de que los cambios de densidad deben ser nulos o despreciables, se aborda en este capítulo el balance energético de una máquina hidráulica, utilizando para ello las ecuaciones generales de conservación en forma integral para un volumen de control, convenientemente elegido. Se entiende como tal un volumen definido entre las secciones de entrada y de salida de la máquina y que contiene a todo el fluido del interior de la máquina, por lo que las superficies interiores sólidas fijas y móviles en contacto con el fluido lo serán también del volumen de control. La posición exacta y la interpretación de estas superficies de control habrá de dejarse para cada caso y tipo de máquina en particular, pero las ideas generales que se van a desarrollar serán válidas con independencia de la morfología de la máquina.

También se utilizará la hipótesis de condición globalmente estacionaria o casiestacionaria, que para turbomáquinas resulta apropiada en la mayoría de ocasiones. Igual que en el caso de máquinas de desplazamiento positivo, la hipótesis mencionada será válida si se considera un promediado temporal lo suficientemente amplio como para que las condiciones en la entrada y en la salida del sistema sean constantes con la suficiente aproximación, sin acumulación de masa o energía en el interior. Si esto no fuera posible sería necesario conservar los términos no estacionarios, y el análisis que se desarrolla a lo largo del capítulo no sería aplicable.

La obtención de relaciones simplificadas de "balance" o de conservación de las propiedades, permitirá la definición de una serie de rendimientos que contribuyen a la caracterización de la turbomáquina estudiada, siendo el más representativo el rendimiento hidráulico, que como se verá más adelante recibe también la denominación de rendimiento manométrico en el caso de las bombas.

2.2 Ecuación de conservación de la energía

El *teorema del transporte de Reynolds* permite expresar la variación respecto del tiempo de la energía total (térmica y cinética) en un volumen fluido, $V_f(t)$, en función de su variación

respecto del tiempo en un volumen de control arbitrariamente definido, $V_c(t)$, y de su flujo a través de la superficie de éste, $S_c(t)$, de la forma siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{Vf(t)}\rho(e+\tfrac{1}{2}v^2)\,\mathrm{d}V &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{Vc(t)}\rho(e+\tfrac{1}{2}v^2)\,\mathrm{d}V+\int_{Sc(t)}\rho(e+\tfrac{1}{2}v^2)(\vec{v}-\vec{v}_c)\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}S\\ &=\int_{Sc(t)}-p\vec{n}\cdot\vec{v}\,\mathrm{d}S+\int_{Sc(t)}\vec{n}\cdot\bar{\tau}'\cdot\vec{v}\,\mathrm{d}S+\int_{Vc(t)}\rho\vec{f}_m\cdot\vec{v}\,\mathrm{d}V-\int_{Sc(t)}\vec{q}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}S+\int_{Vc(t)}Q_r\,\mathrm{d}V,\end{aligned} \tag{2.1}$$

donde ρ es la densidad del fluido, p la presión, e la energía interna, $\vec{v}$ la velocidad del fluido, $\vec{v}_c$ la velocidad de las superficies del volumen de control, $\bar{\tau}'$ el tensor de esfuerzos viscosos, $\vec{f}_m$ las fuerzas másicas por unidad de masa, $\vec{q}$ el flujo de calor por conducción, y Q_r la potencia calorífica generada internamente por reacción química. Las fuerzas másicas pueden ponerse en general como sigue: $\vec{f}_m=\vec{g}-\vec{a}_0-(\mathrm{d}\vec{\Omega}/\mathrm{d}t)\times\vec{x}-\vec{\Omega}\times\vec{\Omega}\times\vec{x}-2\vec{\Omega}\times\vec{v}$, siendo $\vec{g}$ la aceleración de la gravedad, $\vec{a}_0$ la aceleración del sistema de referencia, $\vec{\Omega}$ la velocidad de giro del rodete (o la frecuencia de oscilación de un mecanismo alternativo), y $\vec{x}$ una cierta coordenada sobre la que se toma un vector de posición. En la mayoría de los casos, la velocidad de giro puede suponerse constante, y $\vec{a}_0=0$, de modo que salvo la fuerza de Coriolis, $-2\vec{\Omega}\times\vec{v}$, puede suponerse que $\vec{f}_m=-\nabla U_p$, con $U_P = gz - \Omega^2 r^2/2$, es decir, que las fuerzas másicas derivan de un potencial U_p, en el que intervienen únicamente fuerzas gravitatorias y centrífugas. Resulta entonces que la única fuerza de inercia que no deriva de un potencial es la de Coriolis, que a su vez no realiza trabajo por ser perpendicular a la velocidad. Mediante operaciones vectoriales, puede ponerse el trabajo de las fuerzas másicas sobre una partícula fluida de la forma

$$\rho\vec{f}_m\cdot\vec{v}=-\rho\vec{v}\cdot\nabla U_P=U_P\nabla\cdot(\rho\vec{v})-\nabla\cdot(\rho\vec{v}U_P), \tag{2.2}$$

y teniendo en cuenta por la ecuación de continuidad que $\nabla\cdot(\rho\vec{v})=-\partial\rho/\partial t$, puede ponerse[4]

$$\rho\vec{f}_m\cdot\vec{v}=-\frac{\partial(\rho U_p)}{\partial t}-\nabla\cdot(\rho\vec{v}U_p), \tag{2.3}$$

con lo que el trabajo para todo el volumen de control es, utilizando el teorema de Gauss-Ostrogradsky,

$$\begin{aligned}\int_{Vc(t)}\rho\vec{f}_m\cdot\vec{v}\,\mathrm{d}V &= -\int_{Vc(t)}\left[\frac{\partial(\rho U_P)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho U_P\vec{v})\right]\mathrm{d}V=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{Vf(t)}\rho U_P\,\mathrm{d}V\\ &=-\frac{d}{dt}\int_{Vc(t)}\rho U_P\,\mathrm{d}V-\int_{Sc(t)}\rho U_P(\vec{v}-\vec{v}_c)\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}S.\end{aligned} \tag{2.4}$$

Introduciendo la expresión anterior en la ecuación de conservación de la energía en forma integral, resulta

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{Vc(t)}\rho(e+\tfrac{1}{2}v^2+U_p)\,\mathrm{d}V+\int_{Sc(t)}\rho(e+\tfrac{1}{2}v^2+U_p)(\vec{v}-\vec{v}_c)\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}S\\ &=\int_{Sc(t)}-p\vec{n}\cdot\vec{v}\,\mathrm{d}S+\int_{Sc(t)}\vec{n}\cdot\bar{\tau}'\cdot\vec{v}\,\mathrm{d}S-\int_{Sc(t)}\vec{q}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}S+\int_{Vc(t)}Q_r\,\mathrm{d}V.\end{aligned} \tag{2.5}$$

La Ecuación (2.5) indica que la variación en el volumen de control de la suma de la energía total (energía interna más energía cinética) y de la energía potencial, más el flujo de esta cantidad a través de la superficie del volumen de control, está producida por el trabajo

[4] Puede suponerse que U_p no depende del tiempo (U_p no depende entonces de las variables fluidas, sino de las geométricas). Posteriormente la condición de flujo casi-estacionario se impone con carácter general, de modo que la variación temporal de cualquier variable fluida se tomará despreciable.

sobre la superficie del volumen de control de las fuerzas superficiales (presión y esfuerzos viscosos) y por el calor recibido por conducción, o generado en el interior del volumen por una posible reacción química, o de alguna otra naturaleza. Si se aplica esta ecuación a un volumen de control en una turbomáquina, pueden distinguirse en la superficie de control tres partes diferentes (véase la Figura 2.1),

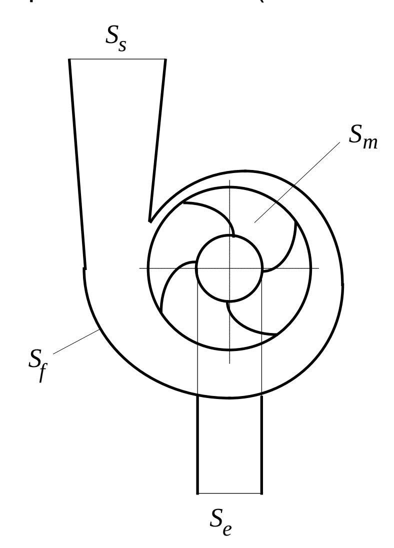


Figura 2.1: Superficies de control en una turbomáquina hidráulica:

Secciones fijas de entrada y de salida, S_S y S_e, únicas en las que existe intercambio de masa con el exterior.

Paredes fijas, S_f, en el interior de la máquina, en contacto con el fluido.

Paredes móviles, S_m, del rotor o de otros elementos móviles.

Si se toma como hipótesis que el flujo es globalmente estacionario, las integrales sobre el volumen de control de las energías térmica, cinética y potencial no variarán con el tiempo. Si además se supone que en las secciones de entrada y de salida las condiciones del flujo son uniformes (por lo que los efectos viscosos pueden considerarse despreciables), puede tomarse entonces un valor constante en estas secciones para cada variable fluida, de modo que la Ecuación (2.5) se transforma en:

$$\begin{aligned}&\rho_s(h+\tfrac{1}{2}v^2+U_P)_s v_s A_s - \rho_e(h+\tfrac{1}{2}v^2+U_P)_e v_e A_e \\ &= \int_{Sm}(-p\vec{n}+\vec{n}\cdot\bar{\tau}')\cdot\vec{v}_c\,\mathrm{d}S - \int_{Sc}\vec{q}\cdot\vec{n}\,dS + \int_{Vc}Q_r\,\mathrm{d}V.\end{aligned} \tag{2.6}$$

Se ha utilizado en la expresión anterior la condición de que la velocidad del fluido en las superficies sólidas fijas es nula, e igual a v_c en aquellas superficies móviles del volumen de control, por la condición de adherencia. Además, el trabajo de la presión en la entrada y en salida se ha agrupado con la energía interna para formar la entalpía ($h = e + p/\rho$). Puede agruparse también el trabajo por unidad de tiempo sobre las superficies móviles de la presión y de los esfuerzos viscosos en un término W, que será el trabajo por unidad de tiempo que las partes móviles realizan sobre el fluido, al que se le denominará *potencia útil* y que puede ser tanto positivo como negativo. De igual modo, todo el calor recibido por el fluido a través de la superficie del volumen de control o el generado en su interior, se agrupa en el término $\overline{Q}_V$.

Si además se hace uso de la ecuación integral de continuidad, se obtiene que por no variar la masa en el interior del volumen, el gasto másico de entrada y salida se mantiene,

$$G = \rho_s v_s A_s = \rho_e v_e A_e\,, \tag{2.7}$$

igualdad que se puede incluir en la ecuación de la energía para indicar que el producto del gasto másico por la variación entre la salida y la entrada de la suma de la entalpía, energía cinética y energía potencial es el trabajo recibido por unidad de tiempo, más el calor por unidad de tiempo recibido por el fluido en el interior de la turbomáquina,

$$G[(h+\tfrac{1}{2}v^2+U_P)_s-(h+\tfrac{1}{2}v^2+U_P)_e] = W+\overline{Q}_V\,. \tag{2.8}$$

Si se divide por el gasto la ecuación anterior, se obtiene que la suma de todo tipo de energía por unidad de masa es el trabajo y el calor recibido también por unidad de masa,

$$\left(h+\frac{v^2}{2}+U_P\right)_s-\left(h+\frac{v^2}{2}+U_P\right)_e=\frac{W+\overline{Q}_V}{G}. \tag{2.9}$$

Si en la salida el flujo resulta con turbulencia alta, aunque su velocidad media pueda considerarse uniforme, al evaluar la energía cinética debe considerarse también la energía cinética de la fluctuación turbulenta promediada de salida, de modo que la ecuación anterior resultaría

$$\left(h+\frac{v^2}{2}+U_P\right)_s-\left(h+\frac{v^2}{2}+U_P\right)_e=\frac{W+\overline{Q}_V}{G}-\underbrace{\frac{\overline{v_s'^2}}{2}}_{\substack{\text{energía}\\ \text{turbulenta}\\ \text{de salida}}}. \tag{2.10}$$

2.3 Ecuación de conservación de la energía interna

Con el objeto de separar los aspectos térmicos de los mecánicos, se plantea ahora la ecuación integral de la energía interna. Se puede partir de la ecuación de conservación de la energía interna en forma diferencial, que puede ponerse del modo siguiente:

$$\rho\left(\frac{\partial e}{\partial t}+\vec{v}\cdot\nabla e\right)=-p\nabla\cdot\vec{v}+\phi_V-\nabla\cdot\vec{q}+\overline{Q}_r, \tag{2.11}$$

siendo ϕ_V la potencia de deformación de los esfuerzos viscosos, por unidad de volumen. Puesto que sólo se consideran fluidos incompresibles, puede eliminarse el trabajo de compresión (el primero de los sumandos a la derecha de la ecuación). Extendiendo ahora esta ecuación a un volumen fluido, y por el teorema del transporte de Reynolds aplicado al volumen de control establecido en la máquina, se obtiene

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{Vc(t)}\rho e\,\mathrm{d}V+\int_{Sc(t)}\rho e(\vec{v}-\vec{v}_c)\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}S=\int_{Vc(t)}\phi_V\,\mathrm{d}V-\int_{Sc(t)}\vec{q}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}S+\int_{Vc(t)}Q_r\,\mathrm{d}V. \tag{2.12}$$

Se supondrá una situación casi estacionaria, y que por tanto la energía interna del fluido en el interior no cambia con el tiempo. De igual modo, el flujo convectivo de energía interna solo existe en la entrada y en la salida, que es donde hay intercambio de masa. Suponiendo como antes condiciones uniformes y denominando respectivamente por Φ_V y $\overline{Q}_V$ a las integrales correspondientes a toda la disipación viscosa en el volumen y a todo el calor recibido por el fluido, respectivamente, resulta

$$G(e_s-e_e)=\Phi_V+\overline{Q}_V, \tag{2.13}$$

lo que indica que el fluido varía su energía interna, se calienta o se enfría, por dos razones: por la energía específica disipada por efectos viscosos, y por el calor recibido por unidad de masa. El primero de los efectos es siempre positivo, esto es, de calentamiento, mientras que el segundo depende del sentido de la transmisión del calor.

EVALUACIÓN DEL CALENTAMIENTO EN BOMBAS Y TURBINAS HIDRÁULICAS

La ecuación de la energía interna permite obtener el calentamiento del fluido que atraviesa la máquina hidráulica, como se verá a continuación. Suponiendo que la energía interna es $e = cT$, siendo c el calor específico del fluido, se tiene que tanto para una bomba como para una turbina, $T_s-T_e=(\Phi_V+\overline{Q}_V)/Gc$.

En una máquina hidráulica normalmente no se producen procesos de calentamiento o de enfriamiento, por lo que se puede suponer que $\overline{Q}_V$ es nulo. La variación de temperatura será por tanto sólo debida a la disipación viscosa y puede demostrarse que es muy pequeña. Así por ejemplo, en una turbina de agua con altura neta (que se definirá más adelante, aunque puede adelantarse que representa el salto energético total a través de la máquina, expresado en unidades de longitud) del orden de 100 m y una altura de pérdidas internas (puede apuntarse que se definirá a partir de la potencia de disipación viscosa) de un 10 % de la altura neta, la gran capacidad calorífica del agua hace que el aumento de temperatura de la misma sea solamente del orden de 10^{-2} K, es decir, el término Φ_V / Gc normalmente es muy pequeño en máquinas hidráulicas.

Por lo tanto las pérdidas por disipación viscosa, y la turbulencia excesivamente alta en la salida, que se había asimilado también a este tipo de pérdidas por disipación, pueden tener gran importancia en cuanto a las características mecánicas de la máquina, pero son totalmente despreciables en cuanto al efecto térmico sobre el líquido que se mueve a través de ella. En adelante, y a lo largo de todo el texto, se despreciará cualquier tipo de efecto térmico en una máquina hidráulica.

2.4 Ecuación de conservación de la energía mecánica

Restando de la Ecuación (2.9) de la energía total, la Ecuación (2.13) de la energía interna, se obtiene la ecuación de la energía mecánica. Definiendo la energía mecánica específica por

$$E = \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_P, \tag{2.14}$$

la ecuación integral de la energía mecánica proporciona el incremento de energía mecánica específica a través de la máquina, resultando igual al trabajo recibido por unidad de masa menos la energía específica disipada por efectos viscosos,

$$E_s - E_e = \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_P \right)_s - \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_P \right)_e = \frac{W - \Phi_V}{G}. \tag{2.15}$$

Esta ecuación solo es válida para fluidos incompresibles, y si la viscosidad presente en la función de disipación fuese independiente de la temperatura, el problema mecánico aparecería completamente desacoplado del térmico. Una vez resuelto el problema mecánico, se podrá obtener el incremento de la temperatura del fluido haciendo un balance energético mediante la ecuación integral de la energía interna, en el caso de que fuera de interés. Si en la salida el movimiento fuese muy turbulento, la energía cinética de la fluctuación de velocidad turbulenta aparecería como una disminución de la energía mecánica suministrada al fluido, de forma similar a como se ha puesto anteriormente,

$$E_s - E_e = \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_P \right)_s - \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_P \right)_e = \frac{W - \Phi_V}{G} - \frac{\overline{v_s'^2}}{2}. \tag{2.16}$$

2.5 Balance de energía mecánica y rendimientos en bombas hidráulicas

Si la máquina que se considera es una bomba, la potencia útil comunicada W es positiva, y según la ecuación anterior, esta potencia se emplea en aumentar por un lado la energía

mecánica específica, y por el otro en lo que puede llamarse pérdidas por disipación viscosa y turbulenta en el interior y por turbulencia presente en la salida. Es decir, en el término Φ_V / G interviene la energía mecánica degradada en el interior de la máquina por disipación viscosa por un lado, y por disipación turbulenta, por el otro, mientras que en el término $\overline{v_s'^2} / 2$ se incluye la energía cinética turbulenta en la salida. Como esta energía residual finalmente se disipará en forma de calor aguas abajo, podría englobarse en cualquier caso dentro del término de disipación viscosa.

Por otra parte, aunque el aumento de la energía específica puede ser en forma de presión, energía cinética o potencial, se suele emplear el término de *altura manométrica* para denominar a este incremento, midiéndolo en unidades de longitud utilizando la constante de la gravedad. Se define por tanto la *altura manométrica*, H_m, suministrada por la bomba como

$$gH_m = \left[\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_P \right]_e^s . \tag{2.17}$$

Si también se mide la energía mecánica específica que significan las pérdidas por disipación y turbulencia en la salida, en altura, puede definirse la *altura de pérdidas internas*, ΔH_i, como

$$g\Delta H_i = \frac{\Phi_V}{G} + \frac{\overline{v_s'^2}}{2} , \tag{2.18}$$

lo que permite poner la potencia que recibe el fluido[5] como la suma de la empleada en la altura manométrica conseguida y de la correspondiente a las pérdidas internas,

$$W = Gg(H_m + \Delta H_i) . \tag{2.19}$$

Se puede así definir el *rendimiento hidráulico* o *manométrico* como el cociente entre la potencia manométrica realmente comunicada al fluido y la suma de ésta con las pérdidas internas,

$$\eta_m = \eta_h = \frac{GgH_m}{GgH_m + \Phi_V + (G\overline{v_s'^2} / 2)} = \frac{H_m}{H_m + \Delta H_i} . \tag{2.20}$$

Por otro lado, aunque el gasto que impulsa la bomba es G, por el rotor de la misma es preciso considerar que pasa un gasto mayor, suma de éste más el de fugas, tanto hacia el exterior, $G_{f,e}$, como el de recirculación en el interior, $G_{f,i}$, es decir, que el gasto total de fugas es $G_f = G_{f,e} + G_{f,i}$ (véase la Figura 2.2). Se puede definir el *rendimiento volumétrico* como el cociente entre el gasto realmente impulsado por la bomba y el total que pasa por el rotor,

$$\eta_v = \frac{G}{G + G_f} = \frac{Q}{Q + Q_f} , \tag{2.21}$$

donde la segunda igualdad se pone como consecuencia de la consideración de fluido de densidad constante, de modo que el caudal o gasto volumétrico es $Q = G/\rho$, siendo la densidad ρ una constante propia del fluido. Hoy en día, en cualquier máquina hidráulica, las fugas al exterior son prácticamente nulas, de modo que el rendimiento volumétrico evalúa sobre todo la parte de caudal que permanece "residual" en el interior de la bomba, pero que

---

[5] Por coherencia con la denominación para turbinas, que se verá más adelante, debiera llamarse a esta potencia *potencia útil* y hacer $H_u = H_m + \Delta H_i$, lo que puede conducir a equívocos, pues la verdadera potencia "útil" es la manométrica, diferencia entre las energías mecánicas específicas de salida y de entrada.

no contribuye a elevar la energía mecánica del fluido que la atraviesa. Podría definirse entonces un cierto gasto interno $G_i = G + G_{f,i}$, que coincide aproximadamente en la mayor parte de ocasiones con $G + G_f$.

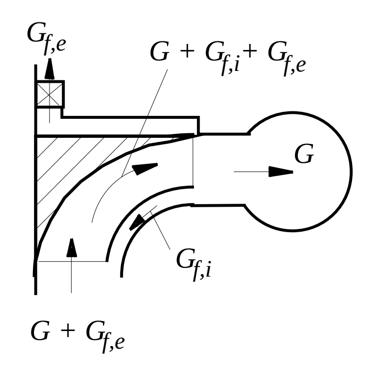


Figura 2.2: Gastos másicos en una bomba hidráulica rotodinámica.

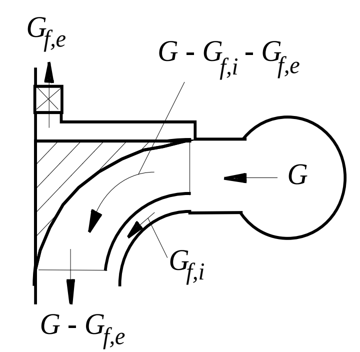


Figura 2.3: Gastos másicos en una turbina hidráulica rotodinámica.

La potencia que el rotor precisa, y que puede llamarse *potencia interna*, es superior a la que recibe el fluido que sale de la bomba, y viene dada por lo tanto por

$$W_i = (G + G_f)g(H_m + \Delta H_i)\,. \tag{2.22}$$

Además existirán unas *pérdidas mecánicas*, también llamadas *orgánicas*, W_O, por el rozamiento del eje con los prensaestopas, los cojinetes o el fluido en las holguras entre el rodete y la carcasa. Todo esto hace que la potencia que es preciso suministrar en el eje de la bomba sea mayor. Se definirá por tanto el *rendimiento orgánico* como el cociente entre la potencia interna y la suministrada al eje de la bomba, $W_B = W_i + W_O$,

$$\eta_o = \frac{W_i}{W_B} = \frac{W_i}{W_i + W_O}\,. \tag{2.23}$$

Puede definirse finalmente el *rendimiento total* como sigue:

$$\eta_t = \frac{GgH_m}{W_B} = \frac{H_m}{H_m + \Delta H_i}\,\frac{G}{G + G_f}\,\frac{(G + G_f)g(H_m + \Delta H_i)}{W_B}\,, \tag{2.24}$$

es decir, como el cociente entre la potencia manométrica suministrada al caudal de fluido que sale de la bomba[6], y la total suministrada al eje de la misma. Puede comprobarse además que el rendimiento total se puede poner como el producto de los rendimientos hidráulico, volumétrico y orgánico,

$$\eta_t = \eta_h \eta_v \eta_o\,. \tag{2.25}$$

2.6 Balance de energía mecánica y rendimientos en turbinas hidráulicas

Una turbina es un sistema mecánico que extrae energía del fluido circulante a través de él. Cuando la potencia comunicada al fluido es negativa, esto es, se extrae, el incremento de la energía mecánica específica será también negativo. Esta diferencia, cambiada de signo

[6] Esta potencia GgH_m, es realmente una potencia "útil" puesto que se invierte en elevar la energía mecánica del fluido impulsado entre las secciones de entrada y de salida de la bomba. Puede denominarse también "potencia fluida", aunque esta denominación es poco rigurosa, o "potencia manométrica".

para tratar con términos positivos, se mide también en altura y se define así la *altura neta* de la turbina como

$$gH_n = E_e - E_s = \left[\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_P \right]_s^e . \qquad (2.26)$$

La altura neta representa la energía aprovechable por la turbina a partir de la disponible en una central (salto hidráulico, o altura bruta), descontando las pérdidas exteriores a la misma turbina (tuberías de conexión, etc.). Comparando la definición que se acaba de efectuar con la Ecuación (2.17), puede decirse que la altura neta en turbinas es equivalente a la altura manométrica en bombas, aunque como se deduce de sus definiciones respectivas, la primera es una energía mecánica puesta a disposición de la máquina, mientras que la segunda es una energía mecánica que comunica la máquina al fluido.

Llamando igual que en el caso de bombas $g\Delta H_i$ a la *energía específica perdida* por disipación viscosa y por disipación turbulenta en el interior de la máquina, la relación entre la *potencia extraída* del fluido, que ahora recibe apropiadamente el nombre de *potencia útil*, y las *alturas neta* y *de pérdidas* será

$$W_u = GgH_u = -W = Gg(H_n - \Delta H_i). \qquad (2.27)$$

Se ha englobado por simplicidad el término de turbulencia en la salida $\overline{v_s'^2}/2$ en el de $g\Delta H_i$. Se puede definir por lo tanto el *rendimiento hidráulico* como el cociente entre la potencia útil extraída por el rotor del fluido y la neta disponible,

$$\eta_h = \frac{W_u}{G(E_e - E_s)} = \frac{H_u}{H_n} = \frac{H_u}{H_u + \Delta H_i} . \qquad (2.28)$$

Por otra parte, por los álabes de la turbina no pasa todo el gasto G que entra en la máquina. Es preciso considerar la existencia de unas fugas exteriores e interiores (véase la Figura 2.3), y se puede definir por lo tanto un rendimiento volumétrico,

$$\eta_v = \frac{G - G_f}{G} = \frac{Q - Q_f}{Q} . \qquad (2.29)$$

La potencia que recibe el rotor de la turbina, y que puede llamarse *potencia interna* vendrá dada por el gasto real que pasa entre los álabes y la energía específica útil absorbida,

$$W_i = (G - G_f)gH_u . \qquad (2.30)$$

Pero la potencia realmente disponible en el eje de la turbina, W_T, será la interna menos todas las pérdidas mecánicas por rozamiento con los cojinetes, cierres laberínticos, con el líquido entre el rotor y la carcasa, etc., y a las que se les puede llamar *potencia orgánica perdida*, W_O. Así, se tendrá un *rendimiento orgánico* definido por

$$\eta_o = \frac{W_T}{W_i} = \frac{W_T}{W_T + W_O} . \qquad (2.31)$$

Al igual que en bombas, puede definirse finalmente el *rendimiento total* como el cociente entre la potencia obtenida realmente en el eje y la originalmente disponible por la altura neta entre la entrada y la salida de la turbina[7],

---

[7] Esta potencia, GgH_n, puede llamarse “potencia neta”.

$$\eta_t = \frac{W_T}{GgH_n} = \frac{H_n - \Delta H_i}{H_n} \frac{G - G_f}{G} \frac{W_T}{(G - G_f)g(H_n - \Delta H_i)}, \tag{2.32}$$

que con todas las definiciones anteriores, se puede también expresar como el producto de los rendimiento hidráulico, volumétrico y orgánico,

$$\eta_t = \eta_h \eta_v \eta_o, \tag{2.33}$$

que es una expresión idéntica a la (2.25), aunque lógicamente las definiciones de los rendimientos hidráulico, volumétrico y orgánico son diferentes.

Los balances energéticos que se han llevado a cabo pueden representarse de forma gráfica mediante un tipo de diagrama llamado de Sankey. Se han incluido al final de este capítulo.

2.7 Instalaciones de bombeo y turbinado

Se han definido distintos parámetros característicos de funcionamiento de las bombas y de las turbinas tales como las alturas manométrica y neta. Sin embargo, los parámetros de funcionamiento reales de las máquinas hidráulicas vienen condicionados por los requerimientos de la instalación en la que están dispuestas. En esta sección se introducirán los parámetros básicos de funcionamiento de bombas y turbinas instaladas.

2.7.1 Instalaciones de bombeo. Cálculo de las pérdidas de carga

En una bomba, la energía suministrada al fluido se invierte a menudo simplemente en vencer una diferencia de cotas, como ocurre en la instalación de la Figura 2.4. La bomba B impulsa agua desde el depósito abierto 1 al depósito 2. La condición de funcionamiento consiste en que la altura manométrica suministrada por la bomba tiene que ser igual a la denominada *altura resistente* de la instalación H_{inst}; esta última se compone de dos partes: una diferencia de cotas fija, H_g (que en este texto se denominará *altura geométrica*, o también *altura geodésica*) y otra parte de pérdidas por fricción del fluido con las tuberías y pérdidas secundarias en codos, válvulas, etc., que depende cuadráticamente (suponiendo flujo turbulento) del caudal que circula por la tubería,

$$H_m = H_{inst} = H_g + \Delta H_{inst}, \tag{2.34}$$

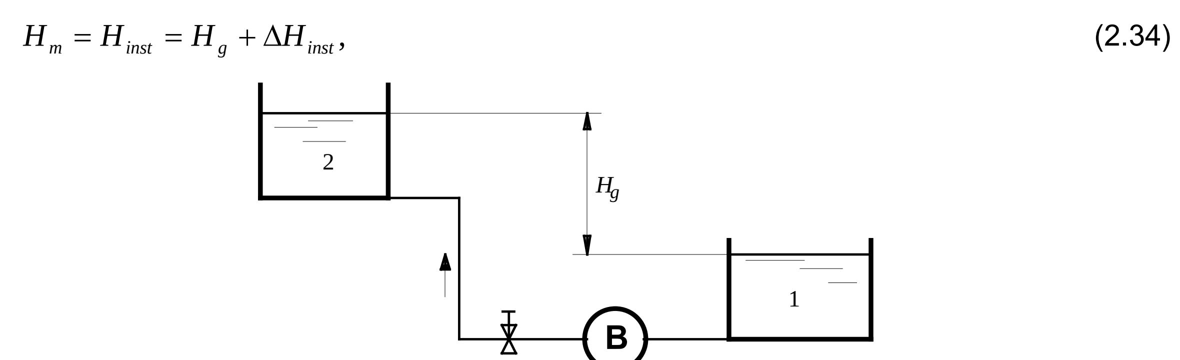


Figura 2.4: Esquema de una estación de bombeo.

La Ecuación (2.34) simplemente expresa una condición de conservación global de la energía mecánica en la instalación de bombeo, y en su punto de funcionamiento. Las pérdidas en la instalación se calculan utilizando la expresión general de Darcy-Weisbach,

$$\Delta H_{inst} = \left[\lambda \frac{L}{D} + \Sigma_i K_i \right] \frac{V^2}{2g}, \tag{2.35}$$

siendo λ el coeficiente de pérdida de presión por fricción[8] (o pérdida de carga primaria); L y D la longitud y el diámetro[9] de la tubería, respectivamente; K es el coeficiente de pérdida de presión por torbellinos, desprendimientos, etc. (o pérdida de carga secundaria o localizada) en los elementos singulares tales como codos, cambios de sección, válvulas o descarga en un depósito, y V es la velocidad media en la tubería, calculada a partir del caudal.

El coeficiente de pérdida de presión (conocido como de Darcy),

$$\lambda = \frac{\Delta p / L}{\frac{1}{2}\rho V^2 / D}, \tag{2.36}$$

se lee en general en el diagrama teórico-experimental de Moody en función del número de Reynolds (Re = $\rho VD/\mu$, siendo μ la viscosidad dinámica) y de la rugosidad relativa de la tubería. Existen fórmulas analíticas que representan parcialmente los resultados del diagrama de Moody, como la siguiente:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0{,}87\,\ln(\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}) - 0{,}8, \tag{2.37}$$

válida para tubo liso.

Para un tubo muy rugoso (es decir, en la parte del diagrama de Moody en la que λ no depende del número de Reynolds),

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0{,}87\,\ln\left(\frac{D}{k}\right) + 1{,}14, \tag{2.38}$$

siendo k la rugosidad absoluta de la tubería. En la Tabla A4.3 del Apéndice pueden encontrarse algunos valores característicos de rugosidad para distintos materiales. Para situaciones intermedias entre rugoso y liso, se utiliza frecuentemente la fórmula de Darcy-Colebrook,

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -0{,}87\,\ln\left(\frac{k/D}{3{,}71} + \frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}\right). \tag{2.39}$$

Existen otras expresiones más sencillas de manejar que las anteriores. Para tubo liso, Blasius ha demostrado que de forma muy aproximada, se puede calcular el coeficiente de fricción por

$$\lambda = \frac{0{,}316}{\mathrm{Re}^{1/4}}, \quad 3.000 < \mathrm{Re} < 100.000. \tag{2.40}$$

Otras ecuaciones, también aproximadas, para tubo liso son las siguientes:

$$\lambda = 0{,}184\,\mathrm{Re}^{-1/5}, \quad \lambda = 0{,}0056 + 0{,}5\,\mathrm{Re}^{-0{,}32}, \tag{2.41}$$

para el intervalo $10^5 < \mathrm{Re} < 10^6$.

Para tubo rugoso, una fórmula muy aproximada es la que sigue:

$$\lambda = 0{,}16\left(\frac{k}{D}\right)^{0{,}31}, \quad 20 < D/k < 2.000. \tag{2.42}$$

[8] Puede encontrarse en la bibliografía que a λ se le denomina simplemente “factor de fricción”, denotándole también como f. No hay que confundir con el coeficiente de fricción, $C_f = 2\tau_p/\rho V^2$ (siendo τ_p el esfuerzo cortante en la pared), cuya relación con λ es $C_f = \lambda/4$, en conductos de sección circular.

[9] Se entiende que D es el diámetro de una tubería de sección circular. Para cualquier otra sección, es preciso emplear el diámetro equivalente, $D_{eq} = 4\,r_h$, con el radio hidráulico r_h = área de la sección/perímetro de la sección.

Pueden encontrarse en la bibliografía sobre Mecánica de Fluidos expresiones alternativas a las Ecuaciones (2.37)–(2.42) para el cálculo del coeficiente de pérdida de presión, así como el diagrama de Moody (que puede encontrarse en el Anexo A3). De la misma manera, será preciso encontrar en la bibliografía gráficas y ábacos que permitan conocer los coeficientes de pérdida de carga de los elementos singulares que pueden aparecer en general en cualquier instalación hidráulica (Tabla A3.4 del Anexo A3). Un ejemplo de cálculo del coeficiente de pérdida de presión puede encontrarse en el Problema I-6.

2.7.2 Instalaciones de turbinado

En una central hidroeléctrica, la turbina aprovecha un salto hidráulico natural. Esta energía "bruta" aprovechable se caracteriza mediante la denominada altura bruta (o salto bruto), que puede definirse como la diferencia de cotas entre la superficie libre del agua en el embalse, y la superficie libre en el canal de restitución o desagüe en el que la turbina descarga el agua. Es decir, la altura bruta H_b es la energía potencial máxima aprovechable por la turbina, y puede medirse geométricamente en un salto hidráulico natural. La altura neta H_n que se pone a disposición entre la entrada y la salida de la turbina se ve disminuida por las pérdidas en la instalación ΔH_{inst},

$$H_n = H_b - \Delta H_{inst} \,. \tag{2.43}$$

En este texto, se considerará que el sistema llamado "turbina" incluye al difusor. Es decir, el tubo difusor (también llamado de aspiración), que descarga el agua desde la salida del rodete hacia el canal de restitución, forma parte de la turbina como pueden hacerlo la caja espiral o el distribuidor. De esta manera, las pérdidas en la instalación ΔH_{inst} se calcularán sobre los sistemas de tuberías que conducen el agua a la entrada de la turbina (tuberías forzadas, galerías de presión, colectores, etc.), no incluyendo los tubos de descarga que se encuentran situados después de que el agua atraviese el rodete. Las pérdidas producidas en el difusor deberán ser cuantificadas como pérdidas hidráulicas internas de la turbina. Este es el enfoque adoptado en los problemas resueltos y propuestos de este texto.

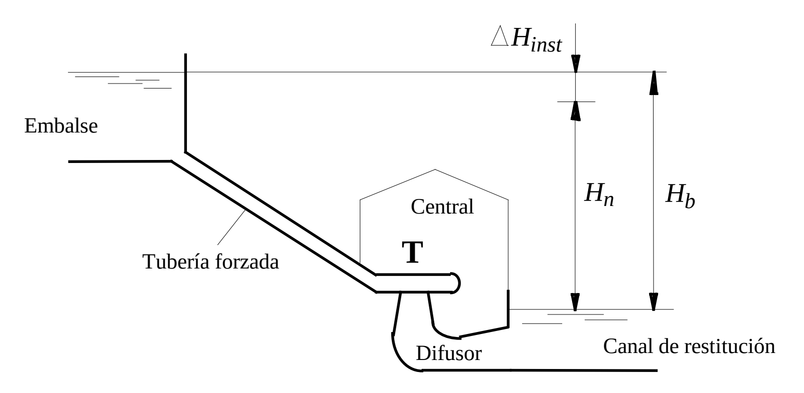


Figura 2.5: Esquema básico de una estación de turbinado.

Es preciso tener en cuenta que, en general, H_g y H_b no tienen por qué deberse únicamente a una diferencia de potencial gravitatorio, aunque cualquier otro tipo de diferencia de energía mecánica puesta en juego puede asimilarse a una diferencia de alturas. En cuanto al cálculo de las pérdidas de carga en la instalación, se realizará como se ha indicado en la sección anterior.

2.7.3 Punto de funcionamiento de una instalación hidráulica

El comportamiento de bombas y turbinas viene dado por la *curva característica*, que relaciona la altura manométrica o la altura neta en función del caudal trasegado por la máquina, es decir, $H_m = f(Q)$ y $H_n = f(Q)$, manteniendo constantes el resto de parámetros que pueden intervenir. Suponiendo que la máquina se ha ensayado en el laboratorio, la curva característica vendrá dada en forma de gráfica, de modo que el *punto de funcionamiento* de la máquina en la instalación (es decir, el caudal y la altura con la que está funcionando) podrá determinarse gráficamente, mediante la intersección con la curva resistente. De forma analítica, el punto de funcionamiento viene dado por

$$H_m(Q) = H_{inst}(Q) = H_g + \Delta H_{inst}(Q), \tag{2.44}$$

para el caso de bombas, y por

$$H_n(Q) = H_{inst}(Q) = H_b - \Delta H_{inst}(Q), \tag{2.45}$$

para el caso de turbinas.

En la Figura 2.6 se ha representado gráficamente el punto de funcionamiento en una instalación de bombeo con una bomba centrífuga.

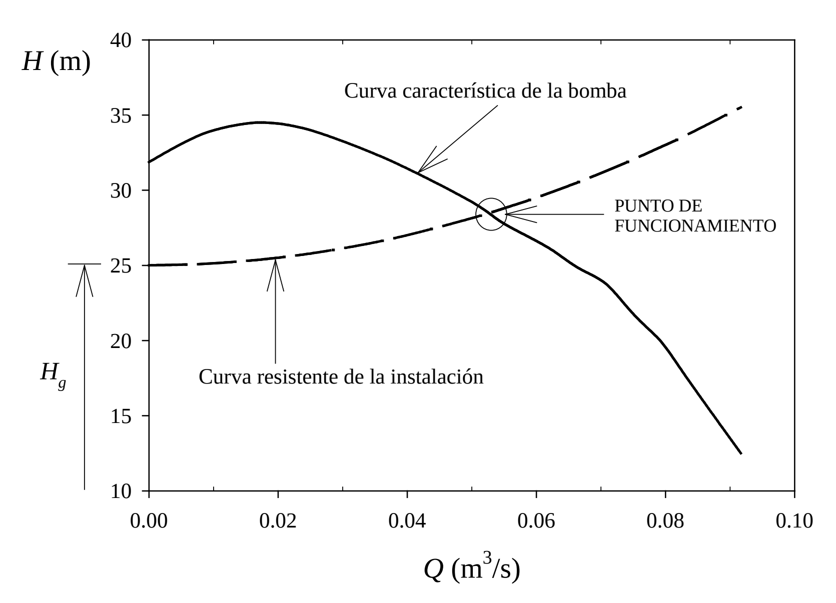


Figura 2.6: Curva característica típica de una bomba centrífuga. La intersección de la curva resistente de la instalación con la curva característica proporciona el punto de equilibrio o de funcionamiento del sistema.

Bibliografía consultada

Agüera Soriano, J., *Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas*, 5º ed., Ciencia, Madrid, 2002.

Comolet, R., *Mécanique expérimentale des fluides*, Tomo 3, Masson, Paris, 1963.

Crane, *Flujo de Fluidos*, McGraw-Hill, 1992.

Crespo, A., *Mecánica de fluidos*, Thomson, 2006.

Hernández, J., y Crespo, A*., Problemas de Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas*, UNED, Madrid, 1996.

Pfleiderer, C., *Bombas centrífugas y turbocompresores*, Labor, Barcelona, 1960.

Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.

Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.
White, F.M., *Mecánica de fluidos*, McGraw Hill, 1983.
Yeaple, F., *Fluid Power Design Handbook*, 3ª ed., Dekker, 1995.

DIAGRAMA ENERGÉTICO DE SANKEY PARA BOMBAS HIDRÁULICAS

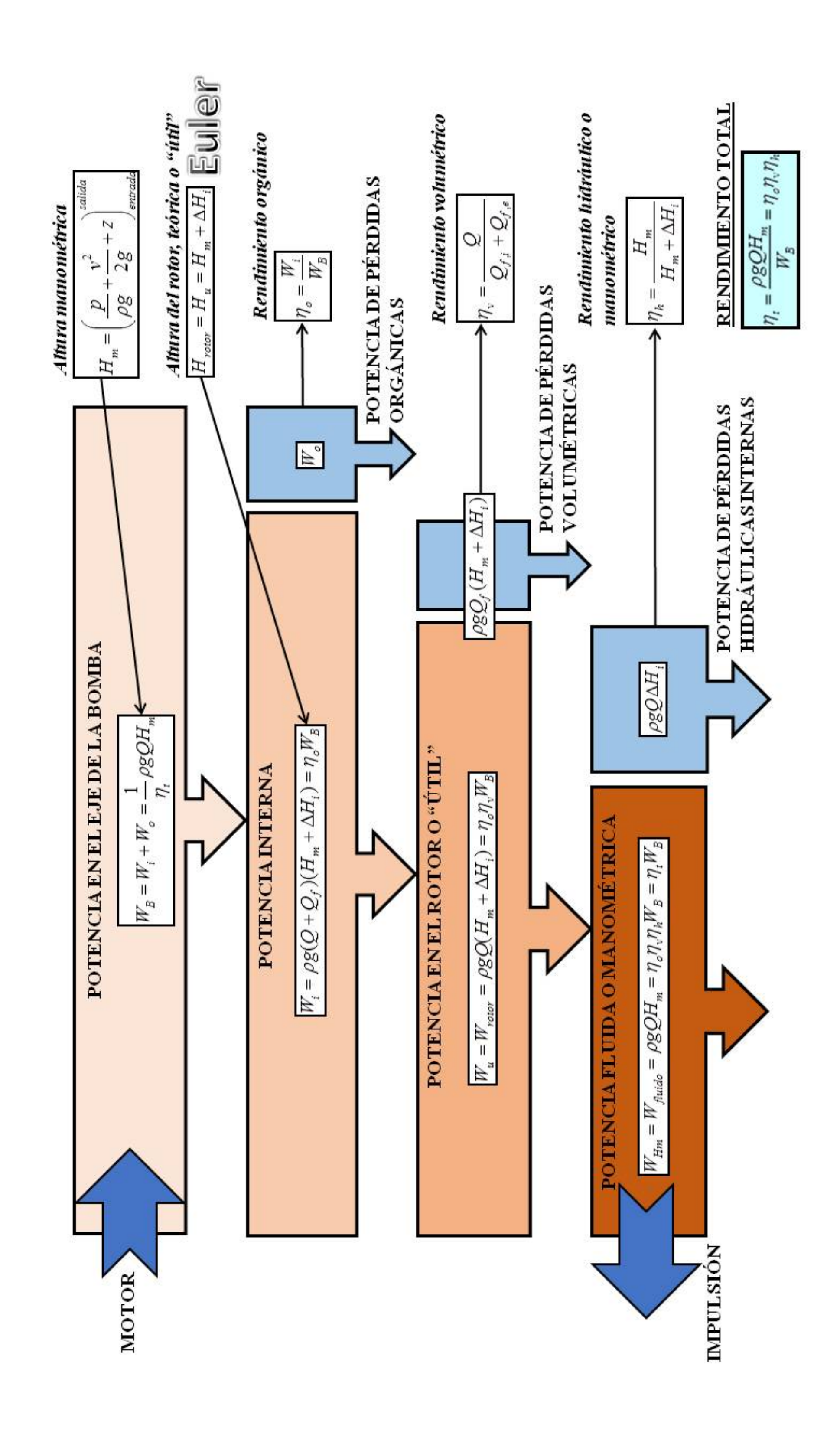
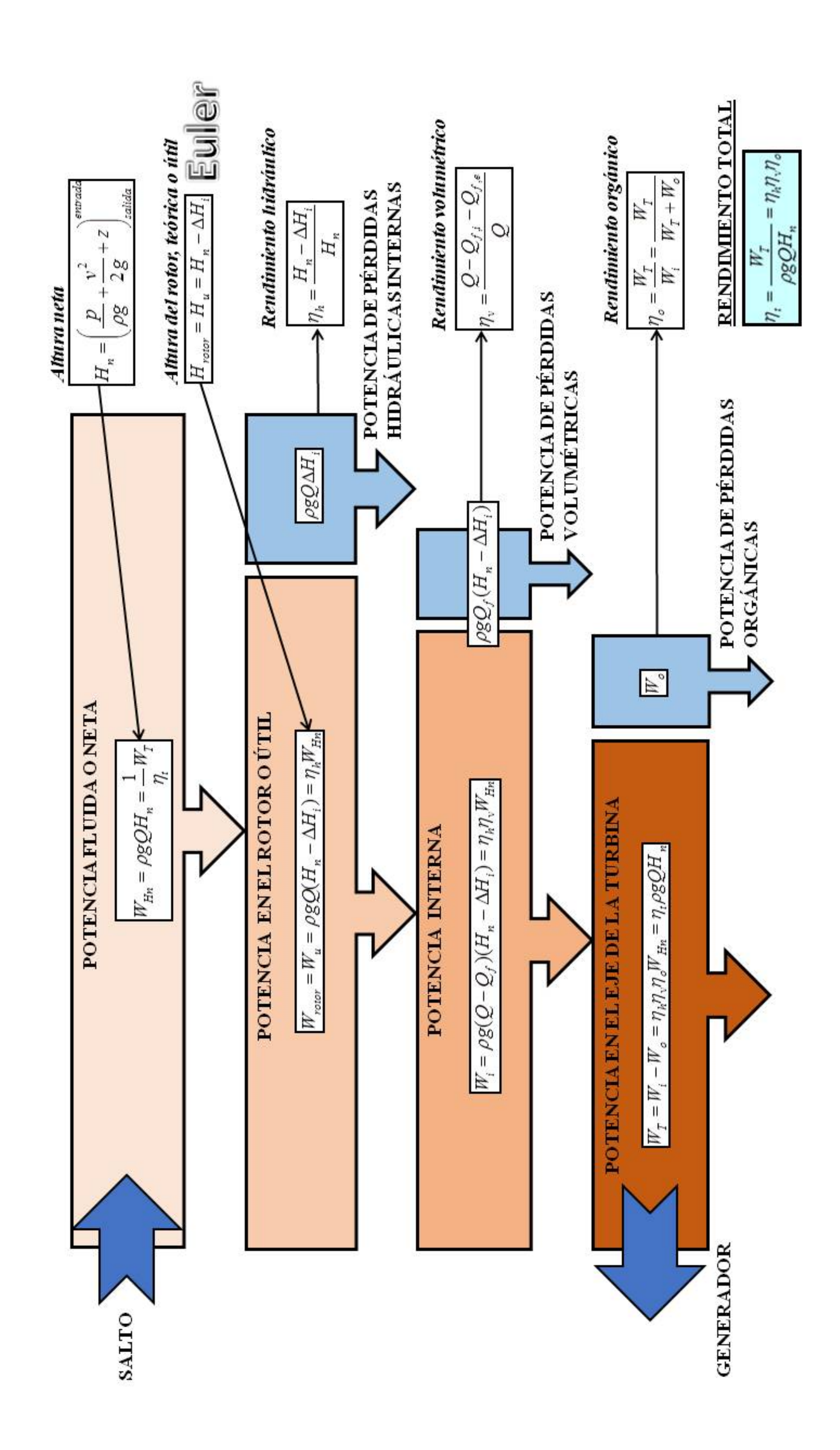


DIAGRAMA ENERGÉTICO DE SANKEY PARA TURBINAS HIDRÁULICAS



3. ANÁLISIS DIMENSIONAL Y SEMEJANZA FÍSICA EN TURBOMÁQUINAS

3.1 Introducción a la herramienta de la semejanza física

En este capítulo se va a utilizar la técnica del análisis dimensional para obtener las relaciones funcionales entre las variables y los parámetros de funcionamiento de una turbomáquina hidráulica, con objeto de poder caracterizar correctamente su comportamiento (y por extensión de cualquier tipo de máquina hidráulica[10]). Se verá por tanto que el modo idóneo de presentar este comportamiento es mediante la confección teórica o experimental de las llamadas *curvas características*, en forma adimensional. Una vez determinados los parámetros adimensionales relevantes, mediante las leyes de *semejanza física* podrá predecirse el comportamiento de una turbomáquina a partir de los datos de otra turbomáquina previamente estudiada, físicamente semejante, aunque pueda tener un tamaño distinto o girar con diferente velocidad. Por otra parte, la utilización de parámetros en forma adimensional conlleva un importante ahorro de tiempo y esfuerzo en las mediciones experimentales en el laboratorio a la hora de caracterizar una máquina.

Como se verá a lo largo del capítulo, se supondrá válida la hipótesis simplificadora de despreciar la influencia del número de Reynolds, por ser en general muy elevado sobre todo en el caso de las turbomáquinas, en las que los efectos convectivos son predominantes. No obstante, se apuntará una corrección tomada de la bibliografía para tener en cuenta la influencia de los efectos viscosos en casos con bajos números de Reynolds. También se despreciará el efecto de la rugosidad de las superficies fijas y móviles que conforman la máquina hidráulica. Algún otro efecto "real", como la aparición e influencia de la cavitación, será estudiado más adelante.

En cuanto a los rendimientos definidos en el Capítulo 2, se considerará que los rendimientos hidráulico y volumétrico, por su naturaleza fluidomecánica, vendrán dados por los mismos parámetros adimensionales que el resto de las variables fluidas. En cambio, el rendimiento orgánico o mecánico es de distinta naturaleza, por lo que no tiene porqué seguir las mismas leyes de semejanza.

[10] Tradicionalmente, las relaciones adimensionales se han desarrollado para turbomáquinas. La técnica empleada es general, por lo que resulta de aplicación para cualquier máquina hidráulica, a través de una adecuada selección de parámetros. De esta manera, la velocidad de giro Ω podrá ser sustituida por la frecuencia de oscilación en una máquina volumétrica alternativa, o la altura manométrica por el salto de presiones característico de una bomba de engranajes, por ejemplo.

3.2 Variables de funcionamiento en una turbomáquina

Para aplicar el análisis adimensional es preciso comenzar recopilando las variables y parámetros que intervienen. Si por una máquina de forma y tamaño dados, cuyas partes móviles giran a velocidad angular Ω, circula un líquido de densidad ρ y viscosidad μ, y se conoce el campo de presiones y de velocidades en la entrada, las ecuaciones de continuidad y de conservación de la cantidad de movimiento permiten obtener (puesto que la ecuación de la energía está desacoplada de la de cantidad de movimiento en un líquido, y por ello el problema térmico está desacoplado del mecánico) el campo fluido en el interior de la máquina y en la salida de la misma. El conjunto de variables y de parámetros del problema fluidodinámico planteado es por tanto el siguiente:

- El tamaño global de la máquina, caracterizado por una longitud típica, D.
- La forma geométrica y la posición de posibles elementos móviles (por ejemplo, la cascada de álabes orientables en el distribuidor), recogidas por una serie de longitudes, L_i, y de ángulos, α_i.
- La rugosidad de las superficies internas en contacto con el líquido, que se caracteriza por su valor, k.
- Las propiedades físicas del líquido ρ y μ, que aparecen en la ecuación de cantidad de movimiento.
- Las fuerzas másicas por unidad de masa, que aparecen en la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, y que por considerar la máquina en un sistema ligado a tierra, son sólo las correspondientes a la gravedad. Por tanto, puede ponerse que derivan del potencial de fuerzas gravitatorias,

  $$U_p = -\vec{g} \cdot \vec{x} = gz, \tag{3.1}$$

  siendo z una coordenada vertical medida desde un cierto plano de referencia (el suelo, por ejemplo); de esta manera, el efecto de las fuerzas másicas se asocia al de la presión usando como variable a la presión motriz, $p + \rho Up$.
- La presión motriz en la entrada, $(p + \rho U_p)_e$ que se considera uniforme al igual que en la salida. En realidad, no es necesario conocer su valor, puesto que al aparecer en las ecuaciones de conservación siempre dentro de un diferencial, únicamente cuentan los incrementos. Sólo si se produce cavitación el valor absoluto en la entrada aparecerá como variable a tener en cuenta (se verá en el Capítulo 10).
- La velocidad de entrada, que se supondrá uniforme, y que será una variable fundamental. Se utilizará habitualmente su equivalente, para una geometría dada, el gasto volumétrico o caudal, Q.
- La velocidad angular de giro, Ω, que se considera constante, o de variación mucho menor que el tiempo de residencia de una partícula fluida en la máquina.

A la vista de todo lo anterior, las ecuaciones de cantidad de movimiento y de continuidad, junto con las condiciones de contorno, permiten establecer que la solución del campo de velocidad y presiones (relativas al valor de la presión en la entrada) es de la forma

$$\vec{v} = \vec{f}_1(\vec{x}, \rho, \mu, Q, \Omega, D, L_i, \alpha_i, k), \tag{3.2}$$

$$(p + \rho U_P)_e^{\vec{x}} = \vec{f}_2(\vec{x}, \rho, \mu, Q, \Omega, D, L_i, \alpha_i, k). \tag{3.3}$$

Una vez conocidos los campos de velocidades y de presiones, se puede calcular cualquier otra variable global de la máquina, como el par, la potencia, el rendimiento o el incremento total de presiones (la potencia, W, puede hallarse una vez obtenidas las

velocidades y las presiones, como se vio en el Capítulo 2, y el par, T, puede determinarse a partir de W y Ω). Estas variables globales ya no serán función de la posición $\vec{x}$,

$$\rho\Delta E = \rho g\Delta H = \left(p + \rho U_p + \rho\frac{v^2}{2} \right)_e^s = f_3(\rho, \mu, Q, \Omega, D, L_i, \alpha_i, k), \tag{3.4}$$

$$T = f_4(\rho, \mu, Q, \Omega, D, L_i, \alpha_i, k), \tag{3.5}$$

$$W = f_5(\rho, \mu, Q, \Omega, D, L_i, \alpha_i, k), \tag{3.6}$$

$$\eta = f_6(\rho, \mu, Q, \Omega, D, L_i, \alpha_i, k). \tag{3.7}$$

El incremento total de energía mecánica específica (presión motriz más energía cinética) se expresa habitualmente en forma de altura manométrica para las bombas o de altura neta para las turbinas, por la relación

$$\pm\rho g H = \left(p + \rho U_P + \rho\frac{v^2}{2} \right)_e^s, \tag{3.8}$$

donde el signo más es para las bombas y el menos para las turbinas.

3.3 Reducción del número de parámetros adimensionales. Efecto de la viscosidad

Aplicando el Teorema Π de Buckingham a las relaciones funcionales anteriores, se obtiene que el número de parámetros adimensionales independientes es igual a nueve variables intervinientes menos tres magnitudes dimensionalmente independientes (longitud, masa, tiempo), es decir, séis números Π o grupos adimensionales. Eligiendo D, ρ y Ω como las tres variables dimensionalmente independientes en representación de la longitud, la masa y el tiempo, respectivamente, se obtienen las relaciones siguientes:

$$\frac{gH}{\Omega^2 D^2} = \varphi_1\left(\frac{Q}{\Omega D^3}, \frac{\rho\Omega D^2}{\mu}, \frac{L_i}{D}, \alpha_i, \frac{k}{D} \right), \tag{3.9}$$

$$\frac{T}{\rho\Omega^2 D^5} = \varphi_2\left(\frac{Q}{\Omega D^3}, \frac{\rho\Omega D^2}{\mu}, \frac{L_i}{D}, \alpha_i, \frac{k}{D} \right), \tag{3.10}$$

$$\frac{W}{\rho\Omega^3 D^5} = \varphi_3\left(\frac{Q}{\Omega D^3}, \frac{\rho\Omega D^2}{\mu}, \frac{L_i}{D}, \alpha_i, \frac{k}{D} \right), \tag{3.11}$$

$$\eta = \varphi_4\left(\frac{Q}{\Omega D^3}, \frac{\rho\Omega D^2}{\mu}, \frac{L_i}{D}, \alpha_i, \frac{k}{D} \right). \tag{3.12}$$

Pueden hacerse ahora algunas consideraciones para reducir el número de parámetros presentes en las relaciones anteriores. En realidad, las funciones φ_2 y φ_3 son iguales, puesto que $W = \Omega T$, por lo que sólo se considerará en adelante la función de potencia adimensionalizada, entendiendo que el par se obtiene fácilmente por la expresión anterior.

Por otra parte, si se habla de una misma máquina trabajando en condiciones de giro, caudal o diferencias de presiones diversas, o de máquinas geométricamente semejantes

pero de tamaño diferente, las longitudes adimensionalizadas con el tamaño característico D son iguales, y se pueden eliminar de la relación funcional, que será sólo válida para esa familia de máquinas. En cuanto a α_i, en bombas su influencia es despreciable en la mayoría de los casos, por no disponer constructivamente de sistemas de orientación de los álabes. En turbinas, en general sí es preciso retenerlo. Así, en la mayoría de turbinas tipo Francis el distribuidor es una corona de álabes orientables que sirven para regular el gasto. En otras, como en algunas de tipo Kaplan, los álabes del rotor son también orientables, aunque su posición y la del distribuidor están ligadas. Se mantendrá por tanto para turbinas en general el parámetro α_i para recoger este grado de libertad adicional.

La rugosidad relativa k/D es naturalmente constante en una misma máquina, y en máquinas geométricamente semejantes se va a considerar en principio que no afecta a sus características.

Por último, en las relaciones funcionales anteriores aparece el número de Reynolds. De alguna manera, el efecto de la viscosidad está representado por este número adimensional, que relaciona efectos convectivos y efectos viscosos. En la mayoría de los casos, el número de Reynolds es muy grande y el comportamiento de la máquina es prácticamente independiente de este número adimensional, es decir, se supone que los efectos convectivos son siempre preponderantes sobre los viscosos. Esta suposición es más aproximada a la realidad en el caso de turbomáquinas, mientras que en el caso de las máquinas de desplazamiento positivo es más discutible, teniendo que estudiarse cada caso concreto. Puede indicarse, que cuando se utiliza la técnica de la semejanza física y la reducción de tamaño entre el prototipo y el modelo es muy grande, el rendimiento no se mantiene aunque sí lo haga la igualdad de números adimensionales[11], al producirse una diferencia excesivamente grande en el modo en que la presencia de la viscosidad afecta al comportamiento de la máquina. Moody ha propuesto la siguiente expresión

$$\frac{1-\eta_1}{1-\eta} = \left(\frac{D}{D_1}\right)^{1/5}, \qquad (3.13)$$

que tiene en cuenta los efectos viscosos cuando el tamaño del rodete en una bomba llega a ser muy pequeño (el subíndice 1 corresponde al modelo).

3.4 Curvas características de bombas hidráulicas

Con todas las consideraciones de la sección anterior y para una familia de bombas determinada, pueden simplificarse las relaciones funcionales expuestas dejando a la altura manométrica de la bomba y a la potencia adimensionalizada, así como al rendimiento, en función de un sólo parámetro adimensional correspondiente al caudal

$$\frac{gH}{\Omega^2 D^2} = \varphi_1\left(\frac{Q}{\Omega D^3}\right), \qquad (3.14)$$

$$\frac{W}{\rho \Omega^3 D^5} = \varphi_2\left(\frac{Q}{\Omega D^3}\right), \qquad (3.15)$$

$$\eta = \varphi_3\left(\frac{Q}{\Omega D^3}\right). \qquad (3.16)$$

[11] Obsérvese que la aplicación de la semejanza física lleva a conseguir puntos de funcionamiento homólogos o del mismo rendimiento (Ecuación 3.12). Esta condición puede cumplirse de forma más o menos aproximada en la práctica, pero en general la consecución de puntos homólogos dependerá de las posibilidades de actuación sobre la instalación en la que está instalada la máquina hidráulica.

Conviene fijar el nombre de los parámetros adimensionales anteriores. Así, el *coeficiente de gasto o caudal* es

$$\frac{Q}{\Omega D^3}. \tag{3.17}$$

El *coeficiente manométrico o de altura*,

$$\frac{gH}{\Omega^2 D^2}, \tag{3.18}$$

y el *coeficiente de potencia* para bombas,

$$\frac{W}{\rho\Omega^3 D^5}. \tag{3.19}$$

En las máquinas axiales se suele reemplazar los coeficientes de altura y de gasto por sus equivalentes respectivos, el coeficiente de presión, $\Delta p_0/\rho v^2$, siendo p_0 la presión de remanso, y el coeficiente de velocidad, $v_a/\Omega R$, relación entre las componentes axial (v_a) y periférica ($u = \Omega R$) de la velocidad.

En cualquier caso, puede representarse por lo tanto todas las magnitudes adimensionales como función de una sola variable adimensional, en un gráfico en el que se recogen las curvas características de la familia de bombas en cuestión. Su forma típica para una bomba centrífuga puede observarse en la Figura 3.1.

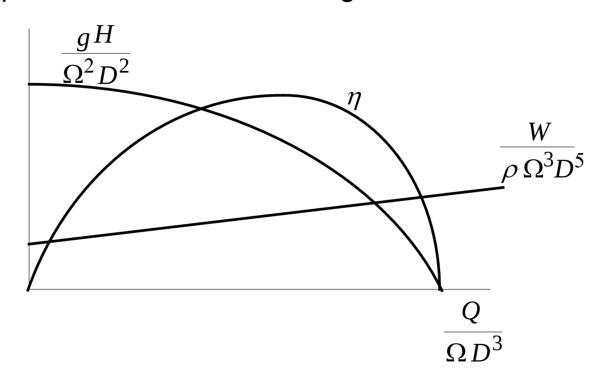


Figura 3.1: Ejemplo de curvas características adimensionales de una bomba centrífuga.

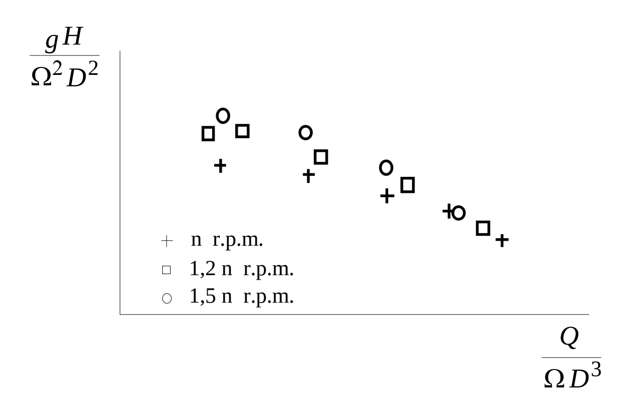
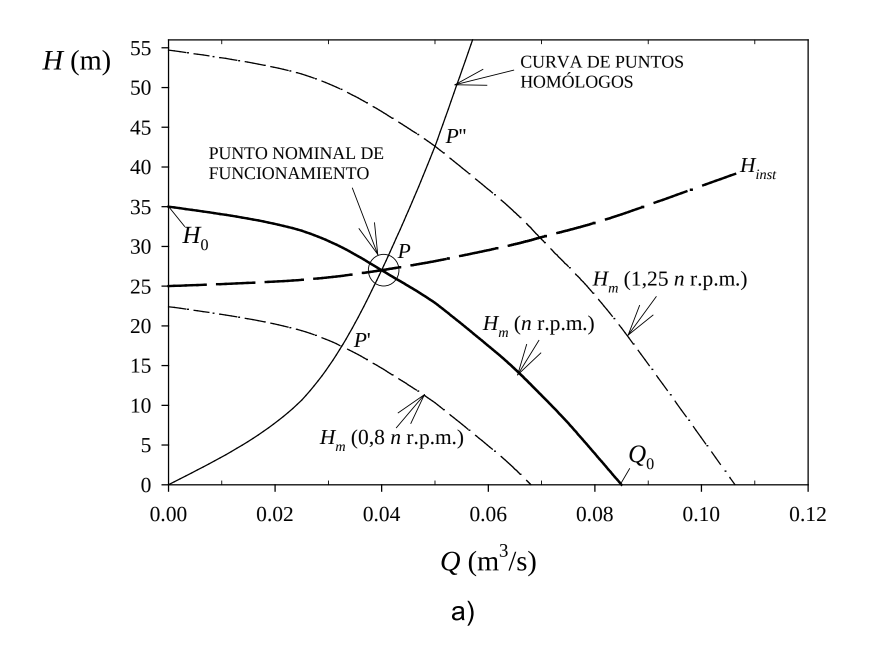
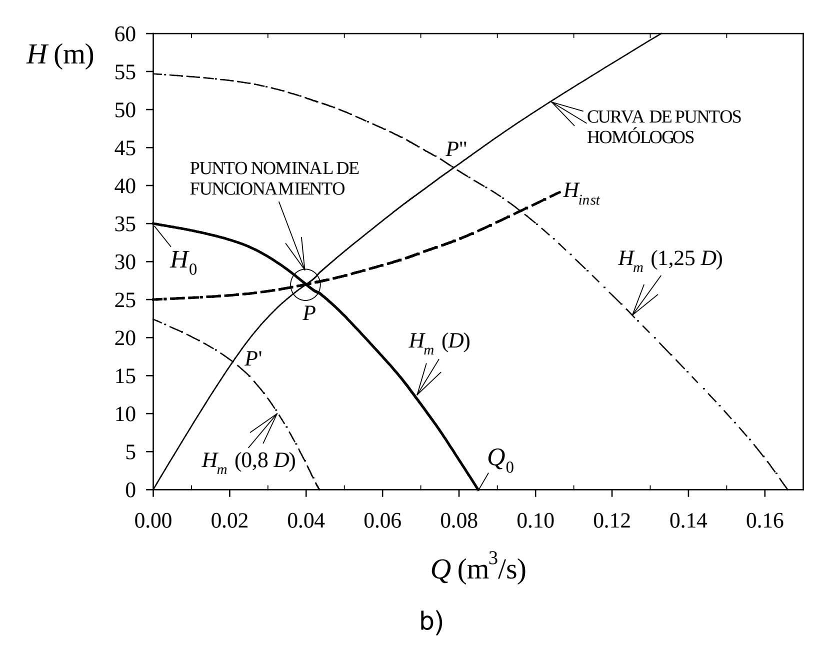


Figura 3.2: Valores adimensionales obtenidos en ensayos, formando la curva característica de una bomba.

Las curvas características adimensionalizadas no son sólo válidas para la predicción de actuaciones, sino que además, los resultados de todos los ensayos que se realicen en un laboratorio a una determinada máquina o máquinas físicamente semejantes, adimensionalizados en la forma expuesta, vendrán a formar aproximadamente una única curva, como se puede ver en la Figura 3.2. Las diferencias entre puntos provienen sobre todo de la dependencia respecto del número de Reynolds que se ha despreciado en primera aproximación.



a)



b)

Figura 3.3: a) Curvas características dimensionales a diferentes regímenes de giro en una bomba centrífuga. Las curvas correspondientes a 1,25n y 0,8n se han hallado por semejanza física a partir de la curva correspondiente a n r.p.m. Los puntos P' y P'' son homólogos al punto P, de modo que la curva que definen es una parábola que pasa por el origen. b) Análogo a lo anterior, pero variando el diámetro del rodete (es decir, el tamaño de la bomba), con velocidad de giro constante.

Para una determinada máquina (D = cte), y para comodidad de cálculo y operación, se puede deshacer la adimensionalización y dibujar las curvas dimensionales H–Q para distintos regímenes de giro (Figura 3.3). Si 1 y 2 son dos puntos distintos de funcionamiento, la imposición de las condiciones de semejanza física dadas por las Ecuaciones (3.12) ó (3.16) lleva a que se obtenga el mismo rendimiento. Los puntos 1 y 2 se denominan entonces *homólogos*, como se ha apuntado anteriormente, siendo entonces la condición necesaria la siguiente:

$$\frac{gH_1}{\Omega_1^2 D_1^2} = \frac{gH_2}{\Omega_2^2 D_2^2}, \quad \frac{Q_1}{\Omega_1 D_1^3} = \frac{Q_2}{\Omega_2 D_2^3}, \tag{3.20}$$

por lo que puede ponerse ($D_1 = D_2$):

$$\frac{H_1}{Q_1^2} = \frac{H_2}{Q_2^2}, \tag{3.21}$$

de modo que los puntos homólogos se sitúan en curvas de la forma[12]

$$H = \mathrm{cte}\, Q^2, \tag{3.22}$$

cuando varía la velocidad de giro. En la Figura 3.3a se ha representado la curva característica de una bomba centrífuga, ajustada a una ecuación parábolica del tipo $H_m = H_0 [1 - (Q/Q_0)^2]$. Las curvas correspondientes a $1{,}25n$ y $0{,}8n$ se han obtenido a través de las relaciones de semejanza física. Los puntos homólogos o del mismo rendimiento que el *P* son *P*'' y *P*', respectivamente. Como se acaba de demostrar, estos puntos están situados sobre una parábola, que teóricamente pasa por el origen. Esta curva de puntos homólogos puede ser muy diferente a la curva de la instalación, sobre la que forzosamente debe estar el punto de funcionamiento[13]; de esta manera, puede ser imposible reproducir en la realidad los puntos proyectados por la herramienta del análisis dimensional. Este extremo debe tenerse en cuenta en la operación con la máquina hidráulica. En la Figura 3.3b se ha realizado un proceso análogo, pero variando el diámetro del rodete (el tamaño de la bomba), manteniendo constante la velocidad de giro.

3.5 Curvas características de turbinas hidráulicas

Como se vio anteriormente, aunque se desprecie el efecto del número de Reynolds y de la rugosidad relativa, en turbinas es necesario retener en principio un parámetro, α, derivado de las características internas propias de la máquina (por ejemplo, la apertura del distribuidor). En lugar de elegir como variables dimensionalmente homogéneas a D, ρ y Ω, como en bombas, es más conveniente y usual tomar el trío D, ρ y gH, para que en las curvas aparezcan el caudal, la potencia y el rendimiento adimensional en función de la altura neta. Quedan por tanto las relaciones funcionales siguientes:

$$\frac{Q}{D^2 (gH)^{1/2}} = \psi_1\left(\frac{\Omega D}{(gH)^{1/2}}, \alpha\right), \tag{3.23}$$

[12] En principio, esta curva parabólica parte del origen. Una simplificación que puede hacerse es que los puntos homólogos estén sobre una línea recta que parte del origen. Lógicamente, esta simplificación lleva a cometer un error tanto más alto cuanto mayor es la curvatura de la curva característica.

[13] Téngase en cuenta que a pesar de que varía el caudal, la curva resistente de la instalación siempre puede aproximarse como una parte constante más otra parte creciente con el caudal, normalmente proporcional al caudal al cuadrado.

$$\frac{W}{\rho D^2 (gH)^{3/2}} = \psi_2\left(\frac{\Omega D}{(gH)^{1/2}}, \alpha\right), \tag{3.24}$$

$$\frac{T}{\rho g H D^3} = \psi_3\left(\frac{\Omega D}{(gH)^{1/2}}, \alpha\right), \tag{3.25}$$

$$\eta = \psi_4\left(\frac{\Omega D}{(gH)^{1/2}}, \alpha\right). \tag{3.26}$$

Como se ha hecho en el caso de las bombas, se fijará el nombre de los parámetros adimensionales anteriores. El *coeficiente de apertura*, *o de gasto* en turbinas, es

$$\frac{Q}{D^2 (gH)^{1/2}}. \tag{3.27}$$

El *coeficiente de velocidad de giro*,

$$\frac{\Omega D}{(gH)^{1/2}}, \tag{3.28}$$

y el *coeficiente de potencia en turbinas*,

$$\frac{W}{\rho D^2 (gH)^{3/2}}. \tag{3.29}$$

A diferencia de las bombas, las curvas características que se obtienen de estas relaciones funcionales dependerán de dos parámetros. Así por ejemplo, en la Figura 3.4 se tiene la potencia, el par y el caudal adimensionalizados, y el rendimiento, en función del régimen de giro adimensionalizado, todo ello para una posición dada de los álabes del distribuidor, o de cualquier otro tipo de álabe orientable que pueda alterar la geometría de la máquina, dada por α. En la Figura 3.5 se tiene la potencia adimensionalizada también en función del régimen de giro adimensionalizado, para varios valores del parámetro α, lo que da origen a varias curvas.

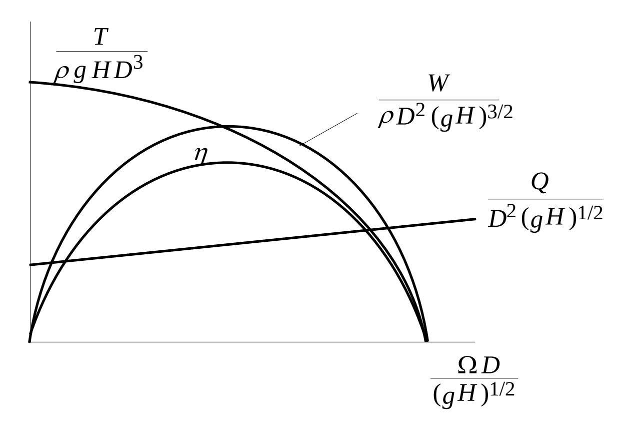


Figura 3.4: Curvas características típicas en una turbina de reacción para una posición fija de los álabes del distribuidor.

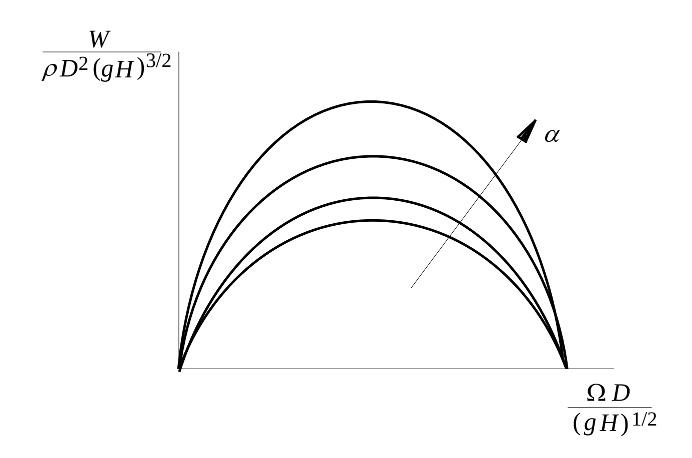


Figura 3.5: Curvas características de potencia para una turbina de reacción en función del régimen de giro y de la apertura del distribuidor.

3.6 Coeficientes adimensionales. Velocidad específica y potencia específica

Mediante el análisis adimensional por lo tanto se pueden obtener las características de funcionamiento de una bomba, o de una turbina, en condiciones diferentes de las originales para las que se caracterizó la máquina. También permite utilizar los resultados obtenidos en ensayos en un modelo para predecir las características de una máquina semejante a dicho modelo, pero por ejemplo a otra escala.

En cualquier caso, los ensayos experimentales son necesarios y deben realizarse en modelos apropiados por diversas razones:

- Comprobación del diseño y verificación de las predicciones teóricas, que necesariamente incluyen simplificaciones o inexactitudes. El ensayo experimental es el único modo de ajustar correctamente la tendencia de una determinada curva característica predicha de forma teórica.
- Evaluación de actuaciones en condiciones especiales (cavitación, por ejemplo).
- Evaluación de las cargas hidrodinámicas que se necesitan para el diseño mecánico.

En estos ensayos, y en general en la expresión de las actuaciones de una turbomáquina, se emplearán los parámetros y coeficientes adimensionales que se han introducido hasta ahora. Por otra parte, estos coeficientes no son los únicos que se pueden definir. Si se centra la atención en el punto de la curva característica correspondiente a rendimiento máximo, y con los valores que tienen esos parámetros en ese punto óptimo se elimina el tamaño de la máquina, dado por su diámetro D, se obtienen la velocidad específica y la potencia específica. Como se verá a continuación, por el modo como se obtienen, la velocidad específica es en principio apropiada para bombas, y la potencia específica, para turbinas. La *velocidad específica*, Ω_S, puede obtenerse a partir del coeficiente de altura o coeficiente manométrico y del coeficiente de gasto, como sigue:

$$\Omega_S = \left. \frac{(Q/\Omega D^3)^{1/2}}{(gH/\Omega^2 D^2)^{3/4}} \right|_{\eta \text{ máx}}, \tag{3.30}$$

resultando

$$\Omega_S = \left. \frac{\Omega Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \right|_{\eta\,\text{máx}} . \tag{3.31}$$

La *potencia específica*, W_S, puede obtenerse a partir del coeficiente de potencia para turbinas y del coeficiente de velocidad de giro, haciendo lo siguiente:

$$W_S = \left. \left[\frac{W}{\rho D^2 (gH)^{3/2}} \right]^{1/2} \left(\frac{\Omega D}{(gH)^{1/2}} \right) \right|_{\eta\,\text{máx}} , \tag{3.32}$$

resultando

$$W_S = \left. \frac{\Omega W^{1/2}}{\rho^{1/2} (gH)^{5/4}} \right|_{\eta\,\text{máx}} , \tag{3.33}$$

también denotada por $\Omega_{S,t}$.

La velocidad específica y la potencia específica pueden utilizarse indistintamente para bombas y para turbinas, aunque es preciso tener en cuenta que en una bomba, el rendimiento es $\eta_t = (\rho Q g H_m)/W_B$, mientras que en una turbina es $\eta_t = W_T/(\rho Q g H_n)$, de donde se puede comprobar que en bombas la relación entre los dos parámetros adimensionales anteriores es

$$\eta_t^{1/2} = \frac{\Omega_S}{W_S} , \tag{3.34}$$

mientras que en turbinas, se cumple que

$$\eta_t^{1/2} = \frac{W_S}{\Omega_S} . \tag{3.35}$$

Como se ha eliminado el diámetro y se restringe el estudio a la situación de rendimiento máximo, la velocidad específica será por tanto un valor característico del diseño. Así, los rotores de los distintos tipos de turbomáquinas están caracterizados por la velocidad específica, con la que obtienen el rendimiento máximo, y para la que fueron diseñados.

BOMBAS	$\Omega_S = \left. \frac{\Omega Q^{1/2}}{(gH_m)^{3/4}} \right\|_{\eta\,\text{máx}}$
Bombas centrífugas	$0{,}2 < \Omega_S < 2{,}0$
Bombas semiaxiales	$1{,}3 < \Omega_S < 4{,}0$
Bombas axiales	$3{,}0 < \Omega_S < 6{,}0$
TURBINAS	$W_S = \Omega_{S,t} = \left. \frac{\Omega (W_t/\rho)^{1/2}}{(gH_n)^{5/4}} \right\|_{\eta\,\text{máx}}$
Turbinas de impulso (Pelton)	$0{,}02 < W_S < 0{,}3$
Turbinas centrípetas (Francis)	$0{,}3 < W_S < 2{,}5$
Turbinas axiales (Kaplan)	$2{,}3 < W_S < 6{,}0$

Tabla 3.1: Rangos de valores usuales de la velocidad específica y de la potencia específica para diferentes tipos de turbomáquinas.

Se convierte así la velocidad específica en la expresión idónea del tipo de diseño realizado. Existe una evolución continua entre los rotores de velocidad específica pequeña (pequeño caudal y gran altura), que son claramente radiales, hasta los rotores de gran velocidad específica (gran caudal y baja altura), que son claramente axiales. Los rangos de valores usuales de la velocidad específica para bombas, o de potencia específica para turbinas, según el tipo correspondiente de turbomáquina, se recogen en la Tabla 3.1.

La velocidad específica es un parámetro adimensional, por lo que su valor numérico debiera ser independiente del sistema de unidades utilizado. Lamentablemente la práctica y la tradición en Ingeniería llevan a que en muchas ocasiones el sistema de unidades no sea coherente y que se entiendan la densidad del agua y la gravedad como constantes implícitas. En la Tabla 3.2 se puede encontrar la relación entre las expresiones dimensionales utilizadas habitualmente y el valor adimensional correspondiente de la velocidad específica.

DEFINICIÓN DIMENSIONAL	VALOR ADIMENSIONAL
$x_1 = \frac{\text{r.p.m.}(\text{c.f.s.})^{1/2}}{\text{ft}^{3/4}}$	$\Omega_S = \frac{x_1}{129}$
$x_2 = \frac{\text{r.p.m.}(\text{g.p.m.})^{1/2}}{\text{ft}^{3/4}}$	$\Omega_S = \frac{x_2}{2730}$
$x_3 = \frac{\text{r.p.m.}(\text{hp})^{1/2}}{\text{ft}^{5/4}}$	$W_S = \frac{x_3}{42}$
$x_4 = \frac{\text{r.p.m.}(\text{metric hp})^{1/2}}{\text{m}^{5/4}}$	$W_S = \frac{x_4}{187}$
$x_5 = \frac{\text{r.p.m.}(\text{m}^3/\text{s})^{1/2}}{\text{m}^{3/4}}$	$\Omega_S = \frac{x_5}{53}$
$x_6 = \frac{\text{r.p.m.}(\text{c.v.})^{1/2}}{\text{m}^{5/4}}$	$W_S = \frac{x_6}{193}$

Tabla 3.2: Relación entre los valores adimensionales y dimensionales de la velocidad específica para turbomáquinas (g.p.m.: galón (US) por minuto, c.f.s.: cubic feet per second, ft: foot).

3.7 Diámetro específico. Diagrama de Cordier

La idea de calcular los coeficientes adimensionales en el punto de la curva característica correspondiente a rendimiento óptimo y relacionarlos con el diseño no se limita a la velocidad específica antes comentada. Así, se pueden encontrar en la literatura referencias a otros números, que como se ha comentado antes, no suelen ser adimensionales. En estos números aparece el tamaño de la máquina evaluado mediante un diámetro típico D, es decir, el diámetro exterior del rodete.

De este modo, se suele utilizar el *número de flujo* (en realidad, el coeficiente adimensional de gasto, pero con la velocidad de giro n expresada en r.p.m.),

$$\left.\frac{Q}{nD^3}\right|_{\eta\ \text{máx}} . \tag{3.36}$$

También se emplea el *número de altura o de energía específica* (coeficiente de altura óptimo), con la energía específica $E = gH$,

$$\left.\frac{E}{n^2 D^2}\right|_{\eta\,\text{máx}} . \tag{3.37}$$

Y por último, el *diámetro específico* (que sí es adimensional), se define por

$$\Delta = \left.\frac{DE^{1/4}}{Q^{1/2}}\right|_{\eta\,\text{máx}} . \tag{3.38}$$

Los valores de estos parámetros forman una serie tan consistentemente relacionada con el diseño como la velocidad específica. Por esto pueden considerarse como funciones de ella. Quizá la más representativa de estas relaciones es el diagrama de Cordier (véase la Figura 3.6), que relaciona el diámetro específico con la velocidad específica, y que es muy útil para el diseño de bombas hidráulicas.

Existen en la literatura sobre máquinas hidráulicas otros diagramas “de diseño” que son necesarios para completar la teoría desarrollada hasta el momento. Normalmente, estos diagramas son experimentales, y ofrecen datos contrastados con los diseños de familias de máquinas que funcionan en buenas condiciones. También es posible conocer, por ejemplo, el rendimiento máximo que se puede alcanzar en función de la velocidad específica para diversas familias de turbomáquinas. En algún caso puede ser interesante sacrificar rendimiento para alcanzar, por ejemplo, diámetros más pequeños o un menor nivel de ruido.

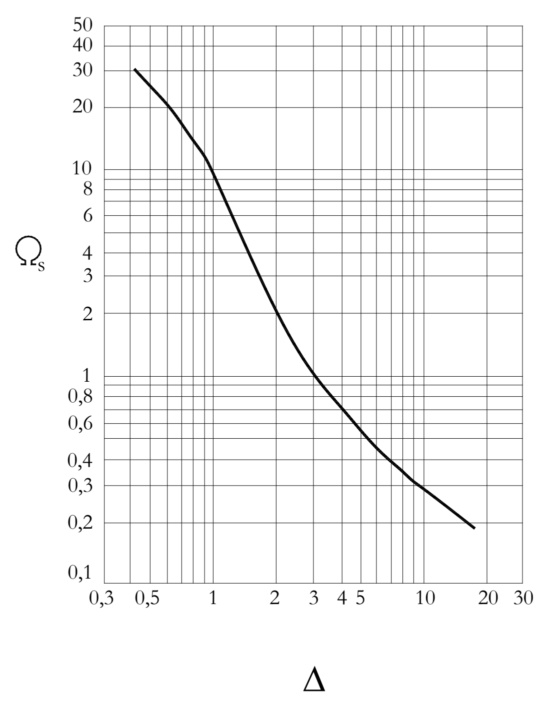


Figura 3.6: Diagrama de Cordier para bombas hidráulicas.

Bibliografía consultada

Agüera Soriano, J., *Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas*, 5º ed., Ciencia, Madrid, 2002.

Comolet, R., *Mécanique expérimentale des fluides*, Tomo 3, Masson, Paris, 1963.

Crespo, A., *Mecánica de fluidos*, Thomson, 2006.

Hernández Krahe, J.M., *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, UNED, Madrid, 1976.

Lewis, R.I., *Turbomachinery Performance Analysis*, Arnold, 1996.

Potter, M.C., y Wiggert, D.C., *Mechanics of fluids*, Prentice-Hall, 1991.

Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.
White, F.M., *Mecánica de fluidos*, McGraw Hill, 1983.

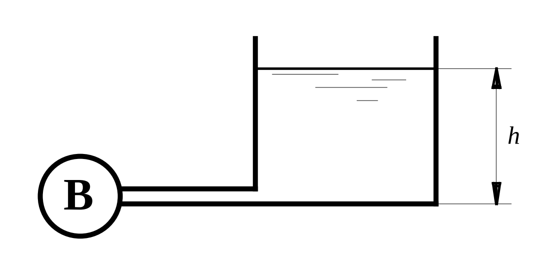
PROBLEMAS RESUELTOS. BLOQUE I

Problema I-1	RESUELTO

La bomba utilizada para llenar el depósito de la instalación de la figura, inicialmente vacío, tiene la siguiente curva característica para una cierta velocidad de giro n (Q en m^3/s y H en m):

$$H = H_0\left[1 - \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2\right], \quad \text{con} \quad H_0 = 36\,\text{m}, Q_0 = 0{,}3\,\text{m}^3/\text{s}.$$

La pérdida de altura en la instalación viene dada por $\Delta H_{inst} = 500\ Q^2$ m. El área de la sección horizontal del depósito es $A = 1$ m^2.



a) Calcular el tiempo necesario para alcanzar h = 20 m en el depósito.

b) Determinar la nueva curva característica de la bomba si se la hace girar con una velocidad igual a $2n$.

c) Determinar las curvas características correspondientes a los acoplamientos en serie y en paralelo de dos bombas idénticas a la mencionada (girando a una velocidad de giro n).

SOLUCIÓN

a) La altura manométrica que suministra la bomba debe ser igual a la altura geométrica (h), más la altura de pérdidas de la instalación ($\Delta H_{inst} = 500\ Q^2$), por lo que puede ponerse

$$H_0\left[1 - \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2\right] = h + 500\,Q^2.$$

De la ecuación anterior puede hallarse el caudal bombeado, Q,

$$Q = \left(\frac{(H_0 - h)}{[500 + (H_0/Q_0^2)]}\right)^{1/2}.$$

Por otra parte, suponiendo que el proceso es casiestacionario, por continuidad debe cumplirse que

$$Q = A\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t},$$

siendo h la coordenada vertical medida desde el fondo del depósito, hasta la superficie libre del agua. Operando, resulta

$$\int_0^h \frac{\mathrm{d}h}{(H_0 - h)^{1/2}} = \frac{1}{[500 + (H_0/Q_0^2)]^{1/2}}\int_0^t \mathrm{d}t,$$

de donde se halla que el tiempo necesario para alcanzar una altura h = 20 m en el depósito es

t = 120 s.

b) Suponiendo que existe semejanza física entre una condición de funcionamiento 1 (cuando la bomba gira a n r.p.m.) y otra condición de funcionamiento 2 (cuando gira a $2n$ r.p.m.), deben cumplirse las relaciones siguientes:

$$\left(\frac{gH}{\Omega^2 D^2}\right)_2 = \left(\frac{gH}{\Omega^2 D^2}\right)_1; \quad \left(\frac{Q}{\Omega D^3}\right)_2 = \left(\frac{Q}{\Omega D^3}\right)_1.$$

Es fácil deducir entonces que la curva característica de la bomba girando a $2n$ r.p.m. es

$$H = H_0\left[4 - \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2\right].$$

c) Cuando las dos bombas funcionan en serie, la altura total bombeada es $H_T = H_1 + H_2 = 2H_1$, mientras que el caudal total bombeado es el mismo que el bombeado por cada máquina. Cuando funcionan en paralelo, el caudal total es $Q_T = Q_1 + Q_2 = 2Q_1$, mientras que la altura total comunicada es la misma que la comunicada por cada bomba. Por tanto, resulta

$$H_T = 2H_0\left[1 - \left(\frac{Q_T}{Q_0}\right)^2\right], \quad H_T = H_0\left[1 - \frac{1}{4}\left(\frac{Q_T}{Q_0}\right)^2\right],$$

para los acoplamientos en serie y en paralelo, respectivamente.

Problema I-2	RESUELTO

Una bomba centrífuga (de velocidad específica Ω_S = 0,6*) eleva agua desde un depósito a otro, suministrando un caudal* Q = 140 litros/s *bajo una altura manométrica* H_m = 30,6 m, *consumiendo el motor eléctrico de accionamiento una potencia de* 63 kW. *El rendimiento del motor eléctrico es* η_e = 0,9, *y los rendimientos volumétrico y orgánico de la bomba son, respectivamente,* η_v = 0,94 *y* η_o = 0,96. *La velocidad de giro es de* 1.500 r.p.m. *Calcular el rendimiento hidráulico o manométrico. Razonar si con las condiciones de funcionamiento citadas, la bomba funciona con rendimiento máximo.*

SOLUCIÓN

El rendimiento total de la bomba, η_t (en ocasiones se denota simplemente por η), puede calcularse por

$$\eta_t = \frac{\rho Q g H_m}{\eta_e W_e} = \frac{(1.000\ \text{kg/m}^3)(0{,}14\ \text{m}^3/\text{s})(9{,}81\ \text{m/s}^2)(30{,}6\ \text{m})}{(0{,}9)(63.000\ \text{W})} = 0{,}741.$$

El rendimiento manométrico (o hidráulico) puede determinarse como sigue:

$$\eta_h = \frac{\eta_t}{\eta_v \eta_o} = \frac{0{,}741}{(0{,}94)(0{,}96)} = 0{,}821.$$

Si la bomba está funcionando en condiciones de rendimiento máximo, debe cumplirse que el valor de la velocidad específica sea igual al valor dado en el enunciado (Ω_S = 0,6). Por tanto, se calculará el valor de Ω_S,

$$\Omega_S = \Omega \left. \frac{Q^{1/2}}{(gH_m)^{3/4}} \right|_{\eta\ \text{máx}} = \left(1.500 \frac{\pi}{30}\ \text{rad/s}\right) \frac{(0{,}14\ \text{m}^3/\text{s})^{1/2}}{[(9{,}81\ \text{m/s}^2)(30{,}6\ \text{m})]^{3/4}} = 0{,}815,$$

distinto de 0,6, por lo que puede decirse que la bomba no está funcionando en condiciones de rendimiento máximo.

Problema I-3	RESUELTO

Se desea prediseñar una bomba que impulse un caudal de agua de 0,007 m^3/s *a una altura de* 12 m *en el punto de funcionamiento de máximo rendimiento. Seleccionar el tipo de bomba a utilizar (se recomienda una bomba centrífuga). Estimar la forma y el tamaño del rodete, y la velocidad de giro del mismo.*

SOLUCIÓN

En este problema, se utilizan tablas y diagramas de diseño y selección de bombas. El resultado es simplemente una estimación del tipo de bomba a diseñar y de sus principales características. Por ejemplo, un valor de la velocidad específica

$$\Omega_S = 0{,}54$$

es típico para un rodete de tipo centrífugo. Este valor escogido de la velocidad específica es un valor intermedio, propio de las máquinas llamadas "normales" (haciendo referencia a que la velocidad de giro en este tipo de máquinas suele ser intermedia); los fabricantes recomiendan para este tipo de bomba una relación entre el diámetro exterior del rodete (D_2) y el diámetro interior del mismo (D_1) de 1,8 a 2,2. Puede escogerse un valor típico

$$D_2 / D_1 = 2.$$

Por otro lado, en el diagrama de Cordier (Capítulo 3, Figura 3.6), entrando con un valor de la velocidad específica de 0,54, se determina aproximadamente un valor del diámetro específico, Δ, definido por

$$\Delta = \left. \frac{D_2 (gH_m)^{1/4}}{Q^{1/2}} \right|_{\eta\ \text{máx}},$$

igual a 5,2. Sustituyendo Q = 0,007 m^3/s, H_m = 12 m, Δ = 5,2 y g = 9,81 m/s^2 en la expresión anterior, se halla el valor del diámetro exterior,

$$D_2 = 132\ \text{mm},$$

y por consiguiente, de acuerdo con la elección hecha anteriormente,

$D_2 = 66$ mm,

Por último, puede hallarse el valor de la velocidad de giro de la bomba a partir de la velocidad específica, de modo que de la siguiente expresión, se halla la velocidad Ω,

$$\Omega_S = \Omega \left. \frac{Q^{1/2}}{(gH_m)^{3/4}} \right|_{\eta\,\text{máx}} .$$

Puede comprobarse que se obtiene

$$n = \Omega \frac{30}{\pi} = 2.200 \text{ r.p.m.}$$

Problema I-4 RESUELTO

Una bomba centrífuga impulsa un caudal de 5 m^3/s *de agua. Las presiones relativas medidas en las secciones de entrada y de salida de la máquina son* $0{,}1$ kg/cm^2 *y* 1 kg/cm^2*, respectivamente. La potencia perdida por disipación viscosa es el* 5 % *de la potencia total suministrada a la bomba. Determinar:*

a) *La potencia suministrada a la bomba.*

b) *El incremento de temperatura que experimenta el fluido debido a la disipación viscosa.*

c) *La altura manométrica y la altura de pérdidas internas.*

d) *El rendimiento manométrico o hidráulico.*

e) *La potencia del motor de accionamiento de la bomba, si el rendimiento orgánico es* $\eta_o = 0{,}97$.

f) *El rendimiento total de la bomba.*

SOLUCIÓN

a) La ecuación de conservación de la energía mecánica específica, E, para una máquina hidráulica puede ponerse de la forma siguiente:

$$E_s - E_e = \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_p \right)_e^s = \frac{W - \Phi_V}{G} .$$

Suponiendo que las diferencias de energía cinética ($v^2/2$) y de energía potencial (U_P) entre las secciones de entrada y de salida son despreciables, y puesto que la potencia perdida por disipación viscosa, Φ_V, es el 5 % de la potencia total suministrada a la bomba, W, puede ponerse

$$(1 - 0{,}05)\, W = Q\,(p_s - p_e),$$

siendo Q el caudal impulsado por la bomba, $Q = G/\rho = 5$ m^3/s, y p_s y p_e las presiones relativas en la salida y en la entrada, respectivamente ($p_s = 1$ kg/cm^2 y $p_e = 0{,}1$ kg/cm^2, datos del problema). Operando, se obtiene

$W = 464{,}7$ kW.

b) La ecuación de conservación de la energía interna para una máquina hidráulica puede ponerse como sigue:

$$G(e_s - e_e) = \Phi_V + \overline{Q}_V .$$

Se supone que el calor $\overline{Q}_V$ es despreciable. La diferencia de energía interna puede calcularse por $e_s - e_e = c(T_s - T_e)$, siendo c el calor específico del agua (que se toma igual a 4.180 J/kg.K). Sustituyendo valores numéricos, resulta un incremento de temperatura

$T_s - T_e = 1{,}12 \times 10^{-3}$ K.

c) La altura manométrica, H_m, y la altura de pérdidas internas, ΔH_i, pueden hallarse a partir de sus respectivas definiciones,

$$gH_m = \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + U_p\right)_e^s, \quad g\Delta H_i = \frac{\Phi_V}{G}.$$

Como se ha dicho anteriormente, las diferencias de energías cinética y potencial entre la entrada y la salida son despreciables. Para calcular el gasto $G = \rho Q$, se supondrá que la densidad del agua es igual a 1.000 kg/m^3. Operando, se obtiene

$H_m = 9$ m; $\Delta H_i = 0{,}4737$ m.

d) El rendimiento hidráulico, η_h, se calcula por

$$\eta_h = \frac{H_m}{H_m + \Delta H_i} = \frac{9\,\text{m}}{9\,\text{m} + 0{,}4737\,\text{m}} = 0{,}95.$$

e) La potencia del motor de accionamiento de la bomba, W_B, puede hallarse por

$$W_B = \frac{GgH_m}{\eta_v \eta_h \eta_o}.$$

Tomando el rendimiento volumétrico igual a la unidad en la expresión anterior y sustituyendo los valores numéricos apropiados, resulta que la potencia consumida por la bomba es

$W_B = 479{,}1$ kW.

f) El rendimiento total es

$\eta_t = \eta_v \eta_h \eta_o = 1 \times 0{,}95 \times 0{,}97 = 0{,}9215.$

Problema I-5	RESUELTO

A la velocidad de funcionamiento de 1.500 r.p.m.*, la curva* H_m–Q *de una bomba centrífuga es una parábola de eje vertical. La altura máxima es de* 50 m *para un caudal de* 15 litros/s*, siendo la correspondiente potencia consumida de* 12,5 kW*. La altura se anula para un caudal de* 40 litros/s. *La potencia consumida varía linealmente con el caudal, siendo de* 5 kW *para caudal nulo.*

a) *Determinar las funciones* $H_m(Q)$, $W(Q)$ y $\eta(Q)$.

b) *La bomba se utiliza para elevar agua a un depósito situado a* 23 m *por encima del nivel de aspiración. La tubería de impulsión tiene* 400 m *de longitud y* 16 cm *de diámetro. Supóngase un coeficiente de pérdida de presión constante* $\lambda = 0{,}025$. *Determinar el punto de funcionamiento.*

SOLUCIÓN

a) Puesto que la curva característica de la bomba es una parábola de eje vertical, esta curva debe ser de la forma

$$H_m = aQ^2 + bQ + c,$$

de modo que se han de determinar las constantes a, b y c. Para ello, se tendrá en cuenta que para un caudal de 15 litros/s, se obtiene una altura manométrica de 50 m, por lo que puede ponerse lo siguiente (en lo que sigue, la altura se expresa en m c.a., el caudal en litros por segundo, la potencia en kW y el rendimiento en tanto por ciento):

$$50 = 15^2 a + 15b + c.$$

Además, para este caudal de 15 litros/s, se obtiene la altura manométrica máxima, por lo que

$$\frac{\mathrm{d}H_m}{\mathrm{d}Q} = 2aQ + b, \quad 0 = 2a(15) + b.$$

Por último, se conoce que la altura se anula para un caudal de 40 litros/s, por lo que puede ponerse

$$0 = 40^2 a + 40\,b + c.$$

Las tres últimas ecuaciones constituyen un sistema del que pueden obtenerse las constantes a, b y c. Sustituyendo el valor de estas constantes, en la curva característica H_m–Q de la bomba, resulta

$$H_m = -0{,}08\,Q^2 + 2{,}4\,Q + 32.$$

En cuanto a la potencia consumida, se sabe que varía linealmente con el caudal; para Q = 15 litros/s, la potencia consumida es de 12,5 kW, y para Q = 0, es de 5 kW. Es fácil comprobar que la curva de potencia es como sigue:

$$W_B = 5 + 0{,}5Q.$$

La curva de rendimiento (expresado en %) puede obtenerse a partir de su definición,

$$\eta(\%) = \frac{\rho Q g H_m}{W_B} \times 100.$$

Sustituyendo las curvas H_m–Q y W_B–Q en la expresión anterior, se obtiene

$$\eta(\%) = 1{,}962\frac{QH_m}{10+Q}.$$

b) El punto de funcionamiento de la instalación es el punto de intersección entre la curva característica de la bomba y la curva de la instalación. La curva característica H_m–Q ha sido determinada anteriormente. La curva de la instalación, H_{inst}, proporciona la altura que debe vencer la bomba para cada caudal de funcionamiento. Generalmente, esta curva es la suma de una parte constante, la altura geométrica, H_g (H_g = 23 m en este problema), más otra parte, ΔH_{inst}, debida a las pérdidas por fricción y a las pérdidas locales, y que depende del cuadrado del caudal (siendo el flujo turbulento); en este problema únicamente existen pérdidas por fricción, de modo que, utilizando la ecuación de Darcy,

$$\Delta H_{inst} = \left(\lambda\frac{L}{D}\right)\frac{v^2}{2g} = \left(\lambda\frac{L}{D}\right)\frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4},$$

siendo λ el coeficiente de pérdidas de presión por fricción (en este problema es constante, e igual a 0,025), L la longitud de la tubería (400 m) y D el diámetro de la misma (0,16 m). Por tanto, el punto de funcionamiento viene dado por

$$H_m = H_g + \Delta H_{inst},$$

$$aQ^2 + bQ + c = H_g + \left(\lambda \frac{L}{D}\right)\frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}.$$

Sustituyendo valores numéricos, se llega a la siguiente ecuación de segundo grado para el caudal:

$$Q^2 - 27{,}31\,Q - 102{,}4 = 0,$$

que tiene por solución válida

$$Q = 30{,}65 \text{ litros/s},$$

de modo que sustituyendo este valor del caudal en las curvas características de la bomba que se han encontrado en el apartado anterior, se obtienen los siguientes resultados:

$$H_m = 30{,}4\,\text{m}, \quad W_B = 20{,}33\,\text{KW}, \quad \eta = 44{,}98\,\%,$$

que determinan totalmente el punto de funcionamiento de la bomba.

Problema I-6	RESUELTO

En la instalación que se muestra en la figura, la bomba B *se utiliza para enviar el agua desde un depósito a otro situado a una cota superior. La diferencia de cotas entre las superficies libres de los dos depósitos es* H_g. *La longitud de la tubería que conecta los depósitos es* L = 1.150 m, *el diámetro* D = 20 cm, *y la rugosidad interior* k = 0,15 mm. *En la conducción existen dos codos con idéntica constante de pérdida secundaria,* K_c = 0,5; *en la salida del primer depósito,* K_S = 0,5; *en la entrada del segundo depósito,* K_e = 0,3; *inicialmente, la válvula de regulación está abierta, siendo la constante de pérdida* K_V = 4. *La bomba gira a* 2.200 r.p.m., *siendo sus curvas de altura manométrica y de rendimiento en función del caudal como siguen:*

$$H_m = H_0\,[1 - (Q/Q_0)^2], \quad \eta = 4\eta_0\,[(Q/Q_0) - (Q/Q_0)^2],$$

con H_0 = 36 m *y* Q_0 = 0,05 m^3/s.

a) Calcular el caudal que circula por la tubería y la altura manométrica que está suministrando la bomba, cuando H_g = 28 m.

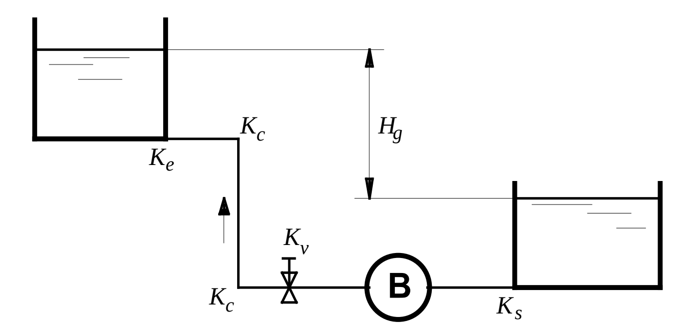
b) Determinar el rendimiento máximo de la bomba η_o *y su velocidad específica, si la potencia consumida por la bomba en estas condiciones es de* 7,7 kW. *Indicar de qué tipo de bomba se trata.*

En una condición límite de funcionamiento, la diferencia de cotas entre las superficies libres llega a ser H_g = 72 m. *La bomba se hace girar en este caso a* 1,5 *veces la velocidad nominal de giro de* 2.200 r.p.m.

c) Encontrar las curvas características de la bomba con este nuevo régimen de giro.

d) La válvula de regulación puede cerrarse progresivamente, de modo que varía su constante de pérdida K_V. *Determinar el valor de* K_V *necesario para mantener el mismo caudal circulando por la tubería que el obtenido en el apartado a).*

e) *Calcular la potencia consumida por la bomba en estas condiciones. Razonar por qué se obtiene un menor rendimiento que el obtenido en las condiciones de funcionamiento de los apartados a) y b).*



a) La altura manométrica que suministra la bomba, H_m, debe ser igual a la altura geométrica, H_g, más la altura de pérdidas en la instalación, a la que se llamará ΔH_{inst}

$$H_m = H_g + \Delta H_{inst}.$$

La altura geométrica o geodésica, es decir, la diferencia de cotas entre las superficies libres de los dos depósitos, es H_g = 28 m, mientras que la altura de pérdidas en la instalación se calcula por la ecuación de Darcy-Weisbach como sigue:

$$\Delta H_{\text{inst}} = \left(\lambda \frac{L}{D} + \Sigma_i K_i \right) \frac{v^2}{2g} = \left(\lambda \frac{L}{D} + \Sigma_i K_i \right) \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}.$$

En la expresión anterior, el primer sumando del término entre paréntesis se debe a las pérdidas por fricción (o "primarias"), y el segundo término a las pérdidas localizadas (o "secundarias"). El coeficiente de pérdida de presión por fricción, λ, se halla en el diagrama de Moody (Anexo 3), en función de la rugosidad de la tubería y del número de Reynolds, Re. Como Re depende de la velocidad del fluido en la tubería, y por tanto del caudal, y éste está sin determinar, es preciso suponer en primer lugar un valor de λ e iterar hasta encontrar una solución suficientemente aproximada. Se supone normalmente un valor de λ del diagrama de Moody en la zona donde λ no depende de Re, es decir, para Re muy altos. En esta zona, para una rugosidad relativa

$$\varepsilon = \frac{k}{D} = \frac{0{,}00015\text{ m}}{0{,}2\text{ m}} = 0{,}00075,$$

se encuentra un valor de λ aproximadamente igual a 0,0183. Este valor de λ debe sustituirse en la ecuación que proporciona el punto de funcionamiento de la bomba,

$$H_0 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^2 \right] = H_g + \left(\lambda \frac{L}{D} + K_s + K_v + 2K_c + K_e + 1 \right) \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4},$$

en la que se ha tenido en cuenta la pérdida de energía cinética del agua en la entrada del depósito, introduciendo un 1 en el sumatorio. Esta ecuación, sustituyendo valores numéricos, puede ponerse en función de λ de la forma siguiente:

$$Q = \left(\frac{8}{296.900\,\lambda + 14.750} \right)^{1/2}.$$

Después de sustituir λ = 0,0183 en la ecuación anterior, se obtiene un caudal Q = 0,0199 m^3/s, y por tanto una velocidad del fluido en la tubería v = 0,633 m/s, y un valor del número de Reynolds (se supondrá que la viscosidad cinemática del agua es $\nu = 10^{-6}$ m^2/s)

$$\mathrm{Re} = \frac{vD}{\nu} = \frac{(0{,}633\ \mathrm{m/s})(0{,}2\ \mathrm{m})}{10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}} = 1{,}27 \times 10^5.$$

Entrando de nuevo en el diagrama de Moody con el valor de Re anterior, y el mismo valor de la rugosidad relativa calculada más arriba, se obtiene un valor de λ aproximadamente igual a 0,0207, que difiere del primer valor supuesto. Por tanto, es preciso iterar de nuevo; la segunda iteración se hace adoptando este nuevo valor de λ. Puede comprobarse que esta segunda iteración arroja un resultado satisfactorio, que se acepta como bueno. El caudal resultante es

Q = 0,0196 m^3/s

Sustituyendo este valor del caudal en la curva característica de la bomba, se obtiene que la altura manométrica proporcionada es

H_m = 30,47 m.

b) El rendimiento total de la bomba para la condición de funcionamiento calculada en el apartado a) puede calcularse de la forma

$$\eta_t = \frac{\rho Q g H_m}{W_B} = \frac{(1.000\ \mathrm{kg/m^3})(0{,}0196\ \mathrm{m^3/s})(9{,}81\ \mathrm{m/s^2})(30{,}47\ \mathrm{m})}{7.700\ \mathrm{W}} = 0{,}761.$$

Sustituyendo este valor del rendimiento, obtenido para un caudal Q = 0,0196 m^3/s, en la ecuación que proporciona el rendimiento de la bomba en función del caudal (véase el enunciado), puede hallarse el valor del rendimiento máximo η_0, que resulta

η_0 = 0,798.

El caudal para el que se obtiene el rendimiento máximo puede hallarse derivando la ecuación del rendimiento respecto del caudal e igualando a cero. Puede comprobarse que este caudal de rendimiento máximo es igual a $Q_0/2$, y que la altura manométrica correspondiente es igual a $(3/4)H_0$. Así pues, puede calcularse ahora la velocidad específica, que está definida para las condiciones de rendimiento máximo,

$$\Omega_S = \Omega \left. \frac{Q^{1/2}}{(gH_m)^{3/4}} \right|_{\eta\ \mathrm{máx}} = \Omega \frac{(Q_0/2)^{1/2}}{(g[3H_0/4])^{3/4}} = 0{,}555.$$

c) Como se ha indicado en problemas anteriores, puede suponerse que existe semejanza física entre una condición de funcionamiento en la que la bomba gira a n r.p.m., y otra condición de funcionamiento, cuando la bomba gira a 1,5n r.p.m. Por tanto, son de aplicación las conocidas relaciones de semejanza física para una turbomáquina, a partir de las que puede deducirse que las nuevas curvas características de la bomba girando a 1,5n r.p.m. son las siguientes:

$$H_m = H_0 \left[2{,}25 - \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^2 \right], \quad \eta = 4\eta_0 \left[0{,}667 \left(\frac{Q}{Q_0} \right) - 0{,}444 \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^2 \right].$$

d) Puesto que el caudal se mantiene constante, el número de Reynolds se mantiene constante, y por tanto también lo es λ. Así pues, los valores de Q y de λ son los obtenidos

en el apartado a). Por tanto, en la ecuación siguiente, la única incógnita es K_V (téngase en cuenta que H_g es ahora igual a 72 m),

$$H_0\left[2{,}25-\left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2\right]=H_g+\left(\lambda\frac{L}{D}+K_s+K_v+2K_c+K_e+1\right)\frac{8Q^2}{g\pi^2D^4},$$

de donde se obtiene, tras sustituir valores numéricos,

$K_v = 53{,}1.$

e) En las condiciones del apartado anterior, puede comprobarse que la altura comunicada por la bomba es H_m = 75,47 m, y que el rendimiento es η = 0,616. Puede calcularse entonces la potencia consumida por la bomba como sigue:

$$W_B=\frac{\rho QgH_m}{\eta_t}=\frac{(1000\,\text{kg/m}^3)(0{,}0196\,\text{m}^3/\text{s})(9{,}81\,\text{m/s}^2)(75{,}47\,\text{m})}{0{,}616}=23{,}56\,\text{KW}.$$

El rendimiento obtenido en esta condición de funcionamiento (61,6 %) es inferior al obtenido en el apartado b) (76,1 %). Esto puede justificarse como se explica a continuación. Para la segunda condición de funcionamiento, se ha visto que la ecuación para el rendimiento resulta

$$\eta=4\eta_0\left[0{,}667\left(\frac{Q}{Q_0}\right)-0{,}444\left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2\right].$$

Derivando esta ecuación respecto de Q e igualando a cero, se obtiene que el rendimiento máximo tiene lugar para un caudal $Q_{\eta\,máx}$ = (3/4)Q_0. Comparando con la primera condición de funcionamiento, en la que $Q_{\eta\,máx}$ = Q_0/2, y puesto que en ambas condiciones de funcionamiento se tiene que

$$\frac{Q}{Q_0}=\frac{0{,}0196\,\text{m}^3/\text{s}}{0{,}05\,\text{m}^3/\text{s}}=0{,}392,$$

se deduce que se obtiene un peor rendimiento en la segunda condición de funcionamiento debido a que en esta condición el punto de funcionamiento está más alejado del de rendimiento máximo que para la primera condición.

Problema I-7	RESUELTO

Una de las instalaciones complementarias de una central minihidráulica es una impulsión de agua para riego, en la que se tiene que vencer una altura geodésica de 20 m, mediante *una bomba centrífuga cuyas curvas características para* n = 1500 r.p.m. *son las siguientes*:

$$H_m=H_0[1-(Q/Q_0)^2];\qquad \eta_t=4\eta_0(Q/Q_0)[1-(Q/Q_0)],$$

con Q_0 = 0,1356 m^3/s, H_0 = 43,20 m *y* η_0 = 0,777. *La constante global de pérdidas de la tubería es de* 493,6 m c.a./(m^3/s)^2.

a) *Determinar en primer lugar la potencia consumida por la bomba en la instalación de bombeo.*

b) *Estimar el diámetro del rodete mediante el diagrama de Cordier.*

Se plantea la posibilidad de cambiar la bomba descrita por otra semejante de tamaño diferente, para que funcione en condiciones de rendimiento máximo.

c) Calcular el factor de semejanza geométrica necesario para cumplir esta condición.

SOLUCIÓN

a) Es necesario determinar en primer lugar el punto de funcionamiento de la bomba en la instalación, de modo que debe cumplirse:

$$H_m = H_g + \Delta H_{inst} \,.$$

La curva característica de la bomba está dada por

$$H_m = H_0 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^2 \right],$$

y por otro lado la altura geodésica H_g = 20 m, con la altura de pérdidas dada por

$$\Delta H_{\text{inst}} = \left(\lambda \frac{L}{D} + \sum K \right) \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4} \quad \Rightarrow \quad \Delta H_{\text{inst}} = K_{global}\, Q^2,$$

de manera que en el problema considerado, K_{global} = 493,6 m c.a./(m^3/s)^2.

Sustituyendo los valores del problema en la primera ecuación expuesta, se obtiene que el caudal de funcionamiento es Q = 0,09033 m^3/s, lo que corresponde a una altura H_m = 24,03 m. Sustituyendo el caudal de funcionamiento en la expresión del rendimiento,

$$\eta_t = 4\eta_0 \left(\frac{Q}{Q_0} \right) \left(1 - \frac{Q}{Q_0} \right),$$

se obtiene η_t = 0,6912. Puede calcularse entonces la potencia consumida por

$$W_B = \frac{\rho g Q H_m}{\eta_t} = 30{,}81\,\text{kW} \,.$$

b) Las condiciones de rendimiento máximo se obtienen de la condición $\mathrm{d}\eta_t/\mathrm{d}Q = 0$. Puede comprobarse que el caudal debe cumplir Q/Q_0 = 1/2, y que H_m/H_0 = 3/4. Con los valores obtenidos para esta condición, Q = 0,06780 m^3/s y H_m = 32,40 m (véase que no son los de funcionamiento en la instalación), se obtiene la velocidad específica

$$\Omega_s = \Omega \left. \frac{Q^{1/2}}{(gH_m)^{3/4}} \right|_{\eta\,\text{máx}} = 0{,}5433,$$

que se corresponde con un diámetro específico en el diagrama de Cordier (Figura 3.6) en torno a 5. De la definición de diámetro específico resulta fácil obtener un diámetro exterior del rodete igual a 0,3083 m (por supuesto, es aproximado).

c) En este apartado, el primer paso a realizar consiste en la obtención de las curvas características homólogas para un tamaño (diámetro) 2, a partir de un tamaño (diámetro) 1. Por tanto, de las relaciones de homología,

$$\eta_1 = \eta_2; \quad Q_1 = Q_2 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^3; \quad H_1 = H_2 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 .$$

Estas relaciones deben sustituirse en las curvas características de la bomba de tamaño 1, de modo que se obtiene

$$H_1 = H_0\left[1-\left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)^2\right] \quad \Rightarrow \quad H_2 = \Lambda^2 H_0\left[1-\left(\frac{Q_2}{\Lambda^3 Q_0}\right)^2\right],$$

$$\eta_1 = 4\eta_0\left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)\left(1-\frac{Q_1}{Q_0}\right) \quad \Rightarrow \quad \eta_2 = 4\eta_0\left(\frac{Q_2}{\Lambda^3 Q_0}\right)\left(1-\frac{Q_2}{\Lambda^3 Q_0}\right),$$

siendo $\Lambda = D_2/D_1$ el factor de semejanza geométrico.

El segundo paso consiste en imponer la condición de funcionamiento de la nueva bomba semejante 2 en la instalación actual,

$$H_2 = H_g + \Delta H_{\text{inst}} \quad \Rightarrow \quad H_2 = \Lambda^2 H_0\left[1-\left(\frac{Q_2}{\Lambda^3 Q_0}\right)^2\right] = H_g + K_{global}\, Q_2^2 .$$

En la ecuación anterior, aparecen como incógnitas el caudal para la nueva condición de funcionamiento 2, Q_2, y el factor de semejanza geométrico, Λ.

Por tanto, el tercer paso debe consistir en imponer una determinada condición para obtener una única solución de la ecuación anterior. Leyendo en el enunciado, esta condición es para $d\eta_2/dQ_2 = 0$, de modo que derivando en la expresión de más arriba, se obtiene

$$\left(\frac{Q_2}{\Lambda^3 Q_0}\right)_{\eta,\max} = \frac{1}{2}.$$

Esta condición debe sustituirse en la ecuación para el nuevo punto de funcionamiento, de donde puede obtenerse una relación geométrica (resulta una ecuación polinómica, que puede tratarse por tanteo)

$$\Lambda = 0{,}797 ,$$

luego la bomba 1 debería sustituirse por otra bomba 2 en torno a un 80 % más pequeña para obtener una condición de funcionamiento de máximo rendimiento en la misma instalación.

Problema I-8	RESUELTO

En la instalación que se muestra en la figura, la bomba B, *de curva característica* $H = H_0\,[1 - (Q/Q_0)^2]$, *bombea agua a los depósitos* 1 y 2. *El diámetro de todos los tramos de tubería es constante,* $D = 150$ mm. *Se supone que el flujo es turbulento y que es dominante el efecto de la rugosidad. Se supondrá que la rugosidad relativa es* $\varepsilon = k/D = 0{,}001$, *en todos los tramos de tubería. De la bomba, se conoce que proporciona una altura manométrica de* 58 m c.a. *para caudal nulo, y que su rendimiento, dado por la expresión* $\eta = 4\eta_0\,(Q/Q_0)[1 - (Q/Q_0)]$, *con* $\eta_0 = 0{,}85$, *es máximo cuando la velocidad de giro es de* 1.500 r.p.m. *Cuando la válvula* V_1 *está abierta (constante de pérdida localizada* $K_V = 4{,}5$*), y la* V_2 *cerrada, se conocen las presiones absolutas en las bridas de salida y de entrada de la bomba,* $p_s = 3{,}7$ kg/cm^2 *y* $p_e = 0{,}2$ kg/cm^2, *respectivamente. En estas condiciones, se pide:*

a) Determinar H_0, Q_0, *la altura manométrica y el caudal suministrados por la bomba.*

b) Calcular la potencia consumida por la bomba, y la potencia que consumiría en condiciones de máximo rendimiento.

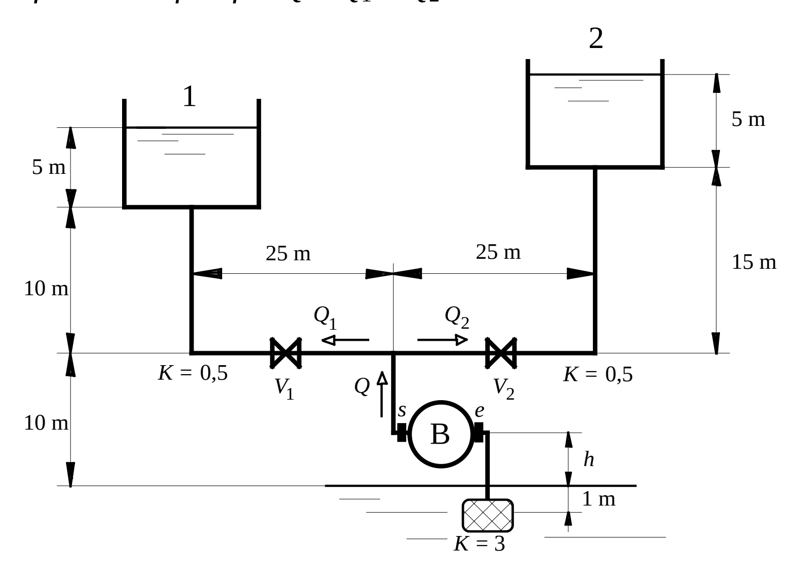
c) Indicar el tipo de bomba utilizada.

d) *¿Hasta qué altura h se podría elevar la bomba sin que exista peligro de cavitación? (La presión de saturación de vapor es* p_v = 0,017 bar.*)*

Supóngase ahora que se abre la válvula V_2 (K_V = 4,5).

e) *Plantear las ecuaciones que permitan calcular los caudales* Q, Q_1 y Q_2.

f) *Razonar por qué se cumple que* $Q > Q_1 > Q_2$.



SOLUCIÓN

a) Puede suponerse que las diferencias de energías cinética y potencial entre las secciones de entrada y de salida de la bomba son despreciables, de modo que la altura manométrica que proporciona la máquina se debe únicamente al incremento de presión que se produce a través de la misma,

$$H_m = \frac{p_s - p_e}{\rho g},$$

donde p_s = 3,7 kg/cm^2 y p_e = 0,2 kg/cm^2. Sustituyendo valores (se tomará la densidad del agua ρ = 1.000 kg/m^3), se obtiene

H_m = 35 m

Esta altura manométrica debe ser igual a la suma de la altura geométrica,

H_g = 10 m + 10 m + 5 m = 25 m,

más la altura de pérdidas en la instalación,

$$\Delta H_{\text{inst}} = \left(\lambda \frac{L}{D} + \Sigma_i K_i \right) \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}.$$

En esta ecuación, el coeficiente de pérdida por fricción λ se halla en el diagrama de Moody (Anexo A3). Puesto que se supone que el flujo está dominado por la rugosidad, λ no depende de Re, de modo que entrando en el diagrama de Moody con la rugosidad relativa ε = 0,001 en la zona donde λ no depende de Re, se encuentra que λ = 0,0196. Puede comprobarse que la longitud total de la tubería es L = 1 m + 10 m + 25 m + 10 m = 46 m. Los coeficientes de pérdida localizada, teniendo en cuenta la pérdida de energía cinética del chorro de agua en la entrada del depósito 1, son los siguientes:

$\Sigma_i K_i = 3 + 4{,}5 + 0{,}5 + 1$.

Así pues, de la relación

$H_m = H_g + \Delta H_{inst}$,

puede hallarse el caudal bombeado; sustituyendo valores numéricos, resulta

$Q = 0{,}06389$ m^3/s.

De la relación

$$H_m = H_0\left[1 - \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2\right],$$

puede encontrarse el valor de Q_0, puesto que el resto de valores es ya conocido. Haciendo operaciones, resulta

$Q_0 = 0{,}1015$ m^3/s

b) Para calcular la potencia consumida por la bomba, se hallará en primer lugar el rendimiento de la misma para un caudal de $0{,}06389$ m^3/s, mediante la expresión dada en el enunciado. Sustituyendo valores, se obtiene un rendimiento η_t = $0{,}793$. La potencia consumida se calcula entonces por

$$W_B = \frac{\rho Q g H_m}{\eta_t} = \frac{(1.000\,\text{Kg/m}^3)(0{,}06389\,\text{m}^3/\text{s})(9{,}81\,\text{m/s}^2)(35\,\text{m})}{0{,}793} = 27{,}66\,\text{kW}.$$

Para calcular la potencia que la bomba consumiría en condiciones de rendimiento máximo, es preciso determinar dichas condiciones. Derivando la expresión para el rendimiento respecto de Q e igualando a cero, se obtiene que el caudal con el que se obtiene el rendimiento máximo es $Q_{máx} = Q_0/2$, y que dicho rendimiento máximo es η_0 = 0,85. Puede comprobarse también que la altura manométrica para rendimiento máximo es $H_{m,máx} = (3/4)H_0$. Puede hallarse entonces la potencia consumida correspondiente a rendimiento máximo, $W_{B,máx}$, como sigue:

$$W_{B,\eta\,\text{máx}} = \frac{\rho(Q_0/2)g(3H_0/4)}{\eta_0}.$$

Sustituyendo valores numéricos en esta expresión, se obtiene

$W_{B,\eta\,\text{máx}} = 25{,}48\,\text{kW}$.

c) Puede estimarse el tipo de bomba utilizada a partir del valor de la velocidad específica de la máquina, definida por

$$\Omega_S = \Omega\left.\frac{Q^{1/2}}{(gH_m)^{3/4}}\right|_{\eta\,\text{máx}}.$$

Sustituyendo valores numéricos en la ecuación anterior (téngase en cuenta que el caudal Q y la altura manométrica H_m deben ser los correspondientes a rendimiento máximo), se obtiene una velocidad específica $\Omega_S = 0{,}377$, lo que indica que la bomba es de *flujo radial* o *centrífuga*.

d) Existirán condiciones de cavitación en aquel punto en el que la presión absoluta sea inferior a la presión de saturación de vapor[14]. El punto más desfavorable (punto de mínima presión) es la sección de entrada de la bomba. Puede plantearse la ecuación de Bernoulli (teniendo en cuenta las pérdidas) entre el punto de entrada y un punto de la superficie libre del agua, en el que la velocidad es nula y la presión es la atmosférica,

$$\frac{p_e}{\rho g}+\frac{v_e^2}{2g}+h=\frac{p_a}{\rho g}-\Delta H_{asp},$$

en la que ΔH_{asp} es la altura de pérdidas en la tubería de aspiración,

$$\Delta H_{asp}=\left(\lambda\frac{L_{asp}}{D}+\Sigma_i K_{i,asp}\right)\frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}.$$

La longitud de la tubería de aspiración es $L_{asp}=(h+1)$ m. El sumatorio queda reducido al valor de la constante de pérdida secundaria del filtro de pie ($K=3$). El caudal Q es conocido, puesto que se ha calculado en el apartado a); además, la velocidad de entrada v_e se determina por $v_e=4Q/\pi D^2$. En el caso más desfavorable, la presión en la entrada se iguala a la presión de vapor, $p_e=p_v$. Con esta condición, y después de sustituir los valores numéricos en la primera expresión de este apartado, se llega a que la altura h debe ser igual a $6{,}508$ m. Es decir, si la bomba se sitúa a más de $6{,}508$ m de la superficie libre del agua, respetando todo lo demás, la bomba entraría en cavitación. A esta altura se le llamará $h_{máx}$. Así pues,

$h_{máx}=6{,}508$ m

Puede comprobarse que para que la presión en la entrada sea $p_e=0{,}2$ kg/cm^2, (es el valor dado inicialmente en el enunciado), la altura h necesaria sería de $4{,}828$ m.

e) Cuando se abre la válvula V_2, la bomba eleva agua a los depósitos 1 y 2, mediante dos conducciones que puede considerarse que están en paralelo. La altura manométrica suministrada por la bomba es común para las dos ramas,

$$H_m=H_0\left[1-\left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2\right],$$

de modo que H_m tiene que ser igual a la altura requerida por la instalación por cada una de las ramas. Si la rama 0 es el tramo de conducción desde la aspiración de la bomba hasta la separación en las ramas 1 y 2, puede ponerse

$$H_m=H_{g1}+\left(\lambda\frac{L}{D}+\Sigma_i K_i\right)_0\frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}+\left(\lambda\frac{L}{D}+\Sigma_i K_i\right)_1\frac{8Q_1^2}{g\pi^2 D^4},$$

$$H_m=H_{g2}+\left(\lambda\frac{L}{D}+\Sigma_i K_i\right)_0\frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}+\left(\lambda\frac{L}{D}+\Sigma_i K_i\right)_2\frac{8Q_2^2}{g\pi^2 D^4},$$

donde $H_{g1}=25$ m y $H_{g2}=30$ m. Por otra parte, debe cumplirse la ecuación de continuidad, que aplicada a la bifurcación en forma de T, resulta

$Q=Q_1+Q_2$

[14] En el Capítulo 10 se estudiarán en detalle los fenómenos de cavitación en las turbomáquinas. No obstante, este apartado d) puede hacerse sin ninguna dificultad leyendo atentamente las explicaciones que se van proporcionando.

Las tres ecuaciones anteriores constituyen un sistema del que se puede obtener las tres incógnitas Q, Q_1 y Q_2. Sustituyendo valores numéricos, las dos primeras ecuaciones del sistema anterior quedan como sigue:

$$58 - 5.630\,Q^2 = 25 + 724{,}2\,Q^2 + 1.726\,Q_1^2,$$

$$58 - 5.630\,Q^2 = 30 + 724{,}2\,Q^2 + 1.832\,Q_2^2.$$

El sistema de ecuaciones puede resolverse por tanteo (no se pedía su resolución en el enunciado del problema), obteniéndose de forma aproximada

$$Q = 0{,}0665\,\mathrm{m^3/s}, \quad Q_1 = 0{,}0555\,\mathrm{m^3/s}, \quad Q_2 = 0{,}0110\,\mathrm{m^3/s}.$$

f) El caudal Q es mayor que Q_1 y Q_2 porque debe cumplirse que $Q = Q_1 + Q_2$. Además, como el depósito 2 está más elevado que el depósito 1, y la rama correspondiente tiene una mayor longitud (lo que se traduce en mayores pérdidas por fricción), resulta que la altura total requerida por la rama 2 es mayor que la requerida por la rama 1. Como ambas ramas están en paralelo, y reciben la misma altura manométrica (suministrada por la bomba), el caudal debe ser menor en aquella rama en la que existe un mayor requerimiento de altura, es decir, $Q_2 < Q_1$.

PROBLEMAS PROPUESTOS. BLOQUE I

Problema I-9	PROPUESTO

Una turbina hidráulica se diseña para producir 27 MW *funcionando a* 93,7 r.p.m., *con un salto de* 16,5 m. *Una turbina modelo de* 37,5 kW *se prueba bajo condiciones dinámicamente semejantes bajo un salto de* 4,9 m.

a) Calcular la velocidad de giro del modelo y el factor de semejanza geométrico.

b) Suponiendo un rendimiento total en el modelo del 88 %, *hallar el caudal trasegado por el modelo.*

SOLUCIÓN

a) n_{modelo} = 551,2 r.p.m.; $D_{prototipo}/D_{modelo}$ = 10,79.

b) Q_{modelo} = 0,8865 m^3/s.

Problema I-10	PROPUESTO

Una bomba está recomendada para elevar un caudal de 5 m^3/hora *a* 9 m c.a. *con una velocidad de giro de* 1.450 r.p.m. *Determinar el punto de funcionamiento recomendado si se hace girar a* 2.900 r.p.m. *Comprobar finalmente que la velocidad específica no ha variado.*

SOLUCIÓN

Q = 10 m^3/hora y H_m = 36 m c.a.; Ω_S = 0,196, para ambas condiciones de funcionamiento.

Problema I-11	PROPUESTO

Se tienen los siguientes datos de una bomba de agua, centrífuga, con un rodete de 40 cm *de diámetro, que gira a* 2.000 r.p.m.:

Q (litros/s)	0	40	80	120	160	200
H_m (m)	120	110	100	85	60	40
W (kW)	100	105	110	115	120	125

Se pide determinar, de entre los dados, el punto de máximo rendimiento o de diseño y la velocidad específica de la bomba.

SOLUCIÓN

El cuarto, siendo Ω_S = 0,468.

Problema I-12 PROPUESTO

Una bomba centrífuga (1) *de diámetro* D_m = 350 mm*, y velocidad de giro de* 2.900 r.p.m. *tiene una curva característica dada por*

Q (litros/s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
H_m (m)	15	20	23	25	24	21	15	8	0
η (%)	0	27	47	60	64	60	47	27	0

*Se desea que otra bomba (*2*) dinámicamente semejante a la anterior funcione en su punto nominal con la mitad de revoluciones y con un caudal de* 100 litros/s. *Se pide calcular el diámetro de la bomba (*2*), así como la potencia que consume. Hallar además los coeficientes de velocidad específica y de potencia específica de las bombas (*1*) y (*2*).*

SOLUCIÓN

D_2 = 754 mm; W_{B2} = 42,67 kW ; Ω_S = 0,715 ; W_S = 0,893.

Problema I-13 PROPUESTO

Una bomba semiaxial (Ω_S = 2,5, η_t = 85 %*), de curva característica* $H = H_0[1 - (Q/Q_0)^2]$*, con* H_0 = 25 m c.a. *y* Q_0 = 0,2 m^3/s *para una velocidad de giro* n = 2.900 r.p.m.*, funciona en una instalación dada girando con* n = 1.450 r.p.m.*, venciendo una diferencia de cotas de* 4,5 m. *Las pérdidas en la instalación son de* 1 m c.a. *cuando el caudal trasegado es de* 0,15 m^3/s. *Indicar si la bomba funciona en condiciones óptimas. Calcular en cualquier caso la potencia del motor de accionamiento.*

SOLUCIÓN

No funciona en condiciones óptimas; $W_B \approx 2{,}724$ KW.

Problema I-14 PROPUESTO

Una turbina está funcionando con un gasto de 6 kg/s *de agua; un* 2 % *del gasto total de agua se pierde en fugas al exterior. En la sección de entrada de la turbina, la presión relativa es* 2 kg/cm^2*, y la velocidad* 30 m/s. *En la sección de salida de la turbina, la presión es la atmosférica y la velocidad es igual a* 1 m/s. *Calcular:*

a) El rendimiento volumétrico de la turbina.

b) La altura neta.

c) La altura de pérdidas internas, si el rendimiento hidráulico es η_h = 0,89.

d) Si el rendimiento total de la turbina es η_t = 0,82*, determinar el rendimiento orgánico* η_o *y la potencia que se obtiene en el eje de la turbina.*

SOLUCIÓN

a) η_v = 0,98.

b) H_n = 95,82 m.

c) ΔH_i = 10,54 m.

d) η_o = 0,94; W_T = 4,625 kW.

Problema I-15 PROPUESTO

La estación de bombeo de la rambla de Algeciras (Alhama de Murcia) tiene un esquema simplificado como se indica en la figura, con tres bombas en paralelo que alimentan una

tubería de 1,3 m *de diámetro y* 400 m *de longitud. El agua se toma de una balsa cuya superficie libre está en la cota* 235 m*, y se bombea hasta el embalse cuya superficie libre puede variar según la cantidad de agua entre* 233 y 265 m. *Cada bomba tiene unas curvas características que responden a la forma:*

$$\frac{H}{H_0} = 1 - \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2, \quad \eta = \eta_{\text{máx}} 4 \frac{Q}{Q_0}\left(1 - \frac{Q}{Q_0}\right),$$

donde H_0 *y* Q_0 *son constantes para el modelo concreto de la familia que se ha instalado.*

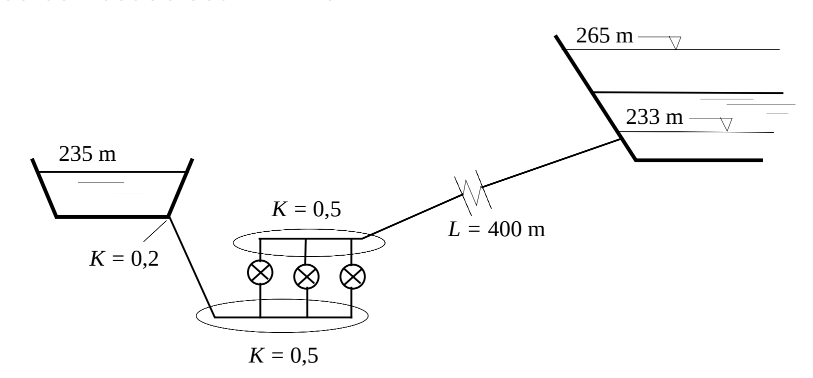
De la placa de características de la bomba se obtiene la información de que el punto nominal de funcionamiento o de diseño (rendimiento máximo) corresponde a un caudal por bomba de 5.250 m^3/hora *y a una altura manométrica de* H_m = 32,5 m, *condición en la que la potencia consumida es de* 505,4 kW. *En esta situación, se pide:*

a) *Determinar los valores* H_0 *y* Q_0 *del modelo de bomba instalado, y el valor del rendimiento máximo.*

b) *Para un nivel del embalse intermedio entre su máximo y su mínimo, obtener la curva de altura necesaria en función del caudal para la conducción definida. (Se puede tomar* λ *constante e igual al que corresponde al doble del caudal nominal de una bomba.)*

c) *Obtener el caudal total, el rendimiento y la potencia total consumida si en la situación antes descrita se tiene una, dos o las tres bombas funcionando.*

d) *Fijar cuántas bombas se conectarían si se siguiera cada uno de estos dos criterios:* 1*) Que cada bomba esté funcionado en el mejor rendimiento posible.* 2*) Que el costo por metro cúbico bombeado sea mínimo.*



SOLUCIÓN

a) H_0 = 43,33 m; Q_0 = 2,917 m^3/s; $\eta_{máx}$ = 0,92.

b) H_{inst} (m) = 14 + 0,15 Q^2, con Q en m^3/s.

c) Con una bomba funcionando: Q = 2,366 m^3/s; η = 0,564; W_B = 610,7 kW.
Con dos bombas funcionando: Q = 4,540 m^3/s; η = 0,635; W_B = 1.199 kW.
Con tres bombas funcionando: Q = 6,402 m^3/s; η = 0,723; W_B = 1.750 kW.

d) Según el criterio de mejor rendimiento posible, se elegirían tres bombas funcionando. Según el criterio de menor costo por metro cúbico bombeado, se elegiría una única bomba funcionando.

Problema I-16 PROPUESTO

Se quiere analizar el sistema de purificación del agua de una piscina, representado esquemáticamente en la figura adjunta. En condiciones óptimas, el chorro generado en la boquilla de retorno del agua a la piscina (que tiene 5 cm *de diámetro) es de* 20 m/s *en la*

sección de salida. La instalación consta de una rejilla de salida (K_r = 0,5*), un conducto sin rugosidad apreciable de* 10 cm *de diámetro y* 30 m *de longitud (con tres codos de* K_c = 0,3*), un filtro cuyas características se describen a continuación y la boquilla de retorno del agua a la piscina descrita anteriormente.*

En cuanto al filtro, compuesto de un material poroso, se conoce que su comportamiento resistente al paso del fluido es equivalente a un millón de tubitos de 1 m *de largo y* 1 mm *de diámetro*[15]. *A medida que se va ensuciando, su comportamiento se modifica como si un cierto número de estos capilares se obstruyera. Se considera que el filtro ha llegado a su límite de validez cuando sólo queda un* 1 % *de capilares libres para el paso del fluido. Con estas hipótesis, se pide:*

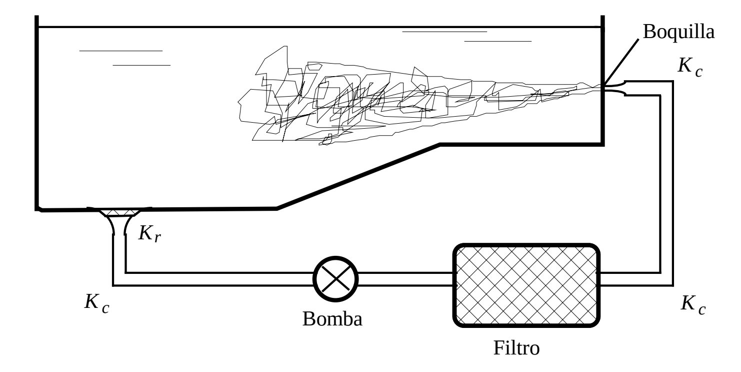
a) *En condiciones de filtro limpio, calcular el caudal y la diferencia de presión nominal a través de la bomba de la instalación.*

b) *Suponiendo que la curva característica de la bomba es de una familia de curvas de la forma*

$$\frac{H}{H_0} = 1 - \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2, \quad \eta = 3{,}6\frac{Q}{Q_0}\left(1 - \frac{Q}{Q_0}\right),$$

determinar las constantes H_0 *y* Q_0*, de modo que la bomba funcione en óptimo rendimiento en las condiciones de filtro limpio. ¿Qué potencia consume en esas condiciones?*

c) *Cuando el filtro está en su límite de sustitución, calcular el caudal* Q *que atraviesa el circuito, la velocidad inicial del chorro en la piscina, la diferencia de presión entre la salida y la entrada de la bomba, y la potencia consumida por la misma en estas condiciones.*



SOLUCIÓN

a) Q = 0,03927 m^3/s; Δp = 2,678 × 10^5 N/m^2.

b) Q_0 = 0,07854 m^3/s; H_0 = 36,4 m; W_B = 11,69 KW.

c) Q = 0,0315 m^3/s; v = 16,04 m/s; Δp = 2,954 × 105 N/m^2; W_B = 11,03 kW.

[15] Debido a la reducción de la sección de paso de fluido, y a la correspondiente disminución del caudal unitario de cada tubito, el flujo puede pasar de régimen turbulento a régimen laminar. Suponiendo entonces que se establece una corriente de Hagen-Pouiseuille en cada uno de los tubitos que forman el filtro, el efecto de la pérdida de carga “laminar” se puede incorporar a la ecuación de conservación total teniendo en cuenta lo siguiente:

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}; \quad \frac{Q}{N} = \frac{\pi (D_{\text{tubito}}/2)^4}{8\mu} P_l, \text{ con } P_l = \left.\frac{\Delta p}{L}\right|_{\text{tubito}}.$$

Problema I-17 PROPUESTO

Se dispone de una bomba cuyo rotor tiene un diámetro D_0 y cuyas curvas características para una velocidad angular Ω_0 del motor eléctrico que la mueve están dadas por las expresiones

$$H_m = H_0\left[1-\left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2\right], \quad \eta = 4\eta_0\left(\frac{Q}{Q_0}\right)\left[1-\left(\frac{Q}{Q_0}\right)\right],$$

donde H_m es la altura manométrica suministrada por la bomba, Q el caudal y η el rendimiento total, siendo H_0, Q_0 y η_0 constantes conocidas.

Mediante esta bomba se sube agua hasta una altura H por un tubo vertical de diámetro D. El movimiento en el tubo es turbulento sin influencia de la viscosidad en la pérdida de carga (λ es constante y conocido).

Sin sustitución de los valores de las constantes conocidas, se pide determinar:

a) *El caudal Q que suministra la bomba acoplada al circuito. ¿Con qué rendimiento está funcionando?*

b) *La velocidad de giro del motor eléctrico para que el punto de funcionamiento de la bomba acoplada al circuito sea el de rendimiento máximo.*

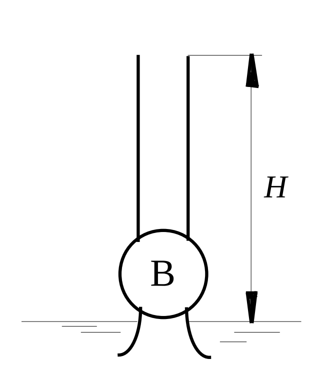
Si se hace aplicación de los resultados anteriores a un caso en el que los valores de las constantes son: $\Omega_0 = 2.500$ r.p.m., $H_0 = 30$ m, $H_g = 20$ m, $D = 20$ cm, $\lambda = 0{,}02$, $Q_0 = 150$ litros/s, $\eta_0 = 0{,}9$, *se pide:*

c) *Resolver el apartado a) con estos valores.*

d) *Régimen de giro en r.p.m. a que debiera ponerse el motor para las condiciones del apartado b).*

e) *Velocidad específica de la máquina.*

SOLUCIÓN:



a) $$\frac{Q}{Q_0} = \left[\frac{1-(H_g/H_0)}{1+\frac{8Q_0^2}{\pi^2 g D^4 H_0}(\lambda\frac{H_g}{D}+1)}\right]^{1/2}.$$

b) $$\frac{\Omega_0'}{\Omega_0} = \left[\frac{H_g/H_0}{\frac{3}{4}-\frac{2Q_0^2}{\pi^2 g D^4 H_0}(\lambda\frac{H_g}{D}+1)}\right]^{1/2}.$$

c) $Q = 0{,}08197$ m³/s.

d) $\Omega_0' = 2.404$ r.p.m.

e) $\Omega_S = 1{,}252$.

Problema I-18 PROPUESTO

Se dispone de una instalación de bombeo para trasvasar agua desde dos depósitos A *y* B *con superficie libre situada respectivamente en cotas de* 25 *y* 10 m, *hasta un tercer depósito*

C *con cota de superficie libre* 150 m. *A la salida de cada uno de los depósitos se dispone de sendas bombas idénticas de curvas características dadas por las expresiones siguientes:*

$$H = H_0\left[1-\left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2\right], \qquad \eta_t = \eta_0\left[4\frac{\beta Q_o - Q}{Q_0^2}Q\right],$$

con H_0 = 300 m *y* Q_0 = 3 m^3/s.

Las tuberías procedentes de los depósitos A *y* B *se unen en un punto intermedio para conectar con una tercera tubería, que es la que llega hasta el tercer depósito. Los datos de longitud, diámetro y rugosidad de las tuberías se incluyen en la tabla siguiente*

Tubería	*Longitud*	*Diámetro*	*Rugosidad*
1	600 m	0,45 m	0,018 cm
2	480 m	0,45 m	0,018 cm
3	1.200 m	0,70 m	0,035 cm

Se desea que el caudal bombeado del depósito A *sea el doble del extraído del depósito* B *y para ello se dispone en el tramo* 2 *de una llave para ajustar esta proporción a la deseada. Se pide en estas condiciones:*

a) *Caudales en cada tramo de tubería,* Q_1, Q_2, Q_3.

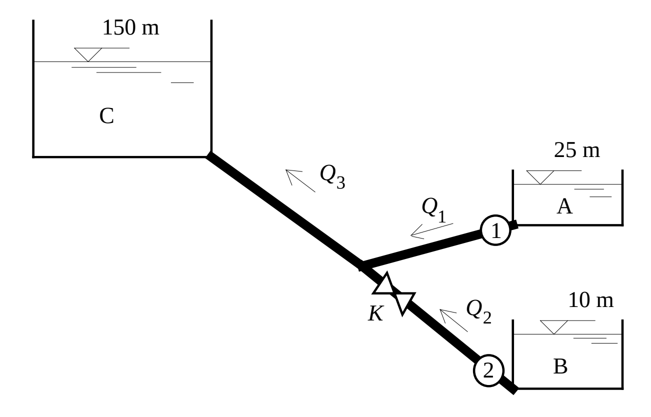
b) *Alturas manométricas proporcionadas por cada una de las bombas.*

c) *Valor de la constante de pérdidas que debe tener la válvula del tramo* 2 *para que los caudales estén en la proporción requerida.*

Si las potencias consumidas por las bombas son W_1 = 3.980 kW *y* W_2 = 3.369 kW, *respectivamente, se pide:*

d) *Valores que deben tener los parámetros* β *y* η_o.

e) *Rendimiento máximo y tipo (centrífugas, axiales, mixtas, etc.) más adecuado de las bombas. La velocidad de giro es de* 1.500 r.p.m.



SOLUCIÓN

a) Q_1 = 1,327 m^3/s; Q_2 = 0,6635 m^3/s; Q_3 = 1,99 m^3/s.

b) H_{m1} = 241,3 m; H_{m2} = 285,3 m.

c) K = 100,8.

d) β = 1; η_o = 0,8.

e) η_o = 0,8; Ω_S = 0,597 (bombas centrífugas).

Problema I-19	PROPUESTO

Para conocer las prestaciones de una bomba que se va construir (y que llamaremos prototipo), se ha ensayado una bomba modelo semejante a la anterior a escala 1:8*, que ha proporcionado unas curvas características a* 2.900 *r.p.m. dadas por*

$$H_m = 14{,}5 + 1.420\,Q - 420.000\,Q^2, \qquad \eta = 640\,Q - 128.000\,Q^2,$$

con Q *en* m^3/s y H_m *en* m.

La bomba prototipo se va a utilizar para el bombeo de agua para riego desde un río a la cota 235 m *hasta un embalse natural a la cota* 440 m*, a través de una tubería de impulsión de* 30 km *de longitud,* 1 m *de diámetro y factor de pérdida de presión por fricción* λ = 0,02 *(se despreciará cualquier tipo de pérdida secundaria). La velocidad de rotación de esta bomba será de* 1.450 r.p.m.

a) Determinar el tipo de bomba que se va a construir.

b) Calcular el punto de funcionamiento de la bomba prototipo en la instalación. Dar los valores de altura, caudal, rendimiento y potencia consumida.

c) Comprobar que el punto de funcionamiento anterior no se corresponde con el de rendimiento máximo.

d) Se contempla la posibilidad de sustituir la bomba por otra semejante de menor tamaño, para hacerla funcionar en su punto de rendimiento máximo en la instalación anterior. Ver si esto es posible, y en caso afirmativo, determinar este nuevo punto de funcionamiento, dando los valores del caudal, altura, rendimiento y potencia consumida. ¿Cuál es la reducción necesaria en el tamaño característico de la máquina?

SOLUCIÓN

a) Centrífuga lenta (Ω_S = 0,352).

b) $H_{m,p}$ = 237,1 m ; Q_p = 0,8041 m^3/s ; η_p = 0,747 ; W_{Bp} = 2.504 kW.

c) $Q_{\eta\,máx}$ = 0,64 $m^3/s \neq Q_p$.

d) Q' = 0,5374 m^3/s; H'_m= 219,3 m; η' = 0,8; W'_B = 1.445 kW; reducción = 5,7 %.

Bloque II. TEORÍA DE TURBOMÁQUINAS HIDRÁULICAS



*A **Aurel Stodola (**1859-1942) (foto) y **Carl Pfleiderer** (1881-1960), se les debe diversos e importantes estudios sobre turbomaquinaria, y sobre todo, sendas correcciones de la teoría unidimensional para aproximarse al flujo bidimensional en bombas.*

Aurel Stodola. Wikipedia, La enciclopedia libre.
Fecha de consulta: 3 octubre 2016 de https://en.wikipedia.org/wiki/Aurel_Stodola

4 TEORÍA GENERAL DE TURBOMÁQUINAS HIDRÁULICAS

4.1 Introducción a la teoría general de turbomáquinas

Después de haber aplicado en el Capítulo 3 las técnicas de análisis dimensional y semejanza física para expresar de modo simplificado las relaciones funcionales entre las variables de operación y las geométricas en una turbomáquina, se emprende ahora la tarea de desarrollar la teoría en la que haciendo uso de la Mecánica de Fluidos, se llegue a poder predecir el comportamiento de una turbomáquina de geometría definida, y proporcionar las herramientas que faciliten el diseño de máquinas nuevas.

El rotor de una turbomáquina es el causante de las características básicas de la misma. La presencia de la carcasa y el hecho de que las condiciones de funcionamiento no siempre son aquellas para las que se diseñó el rotor, modifican el flujo desviándolo de la condición hipotética para la que se diseñó el rotor y haciendo disminuir el rendimiento, como ya se adelantó en el Capítulo 3. Pero antes de analizar el flujo en otras condiciones es preciso conocer a fondo como es éste para la condición original de diseño. La teoría general de turbomáquinas es esencialmente la teoría del elemento rotatorio de las mismas en su punto de diseño.

4.1.1 Tratamiento general de las turbomáquinas hidráulicas

Para el desarrollo de la teoría general de turbomáquinas, se utilizará el método de análisis integral, aplicando las ecuaciones de conservación de la Mecánica de Fluidos en forma integral a volúmenes de control apropiados, que permiten describir el comportamiento global sin necesidad de conocer en forma detallada el flujo en todos los puntos de su interior. Se busca por lo tanto establecer las relaciones entre los siguientes parámetros:

- Las condiciones de funcionamiento de la máquina, tales como la velocidad de giro Ω, el par T, el caudal Q, y el incremento de la energía mecánica específica medido en altura, gH.
- Las condiciones del flujo en las secciones de entrada y de salida de la máquina, y en particular del rodete. Al centrar la atención en el elemento giratorio, se entenderá a lo largo de este capítulo que las secciones de entrada y de salida son las del rodete.
- Parámetros geométricos característicos del canal de paso del líquido a través del rodete.

La teoría general permite sentar las bases para un estudio más detallado del flujo a través de una turbomáquina. En los siguientes capítulos, se abordarán dos enfoques de la teoría general: las teorías unidimensional y bidimensional.

4.1.2 Enfoque de flujo ideal

El tratamiento del flujo en las teorías expuestas es fundamentalmente ideal, en el sentido por un lado de considerar a las máquinas trabajando en su punto de diseño, sin desprendimientos o recirculaciones de la corriente que puedan alterar la morfología del flujo incialmente supuesto, y por el otro, de suponer despreciables cualquier tipo de pérdida hidráulica interna de la máquina, para poder llegar a expresiones y conclusiones suficientemente simplificadas. Por tanto, la teoría desarrollada en el Bloque II puede considerarse como la *Teoría Ideal de Turbomáquinas*, aunque muchos de sus resultados sean extrapolables al flujo real. Los efectos reales serán tratados más detalladamente en el Bloque III.

4.2 Sistemas de referencia

Puesto que el rodete de una turbomáquina es axilsimétrico, el sistema de coordenadas más apropiado para expresar las componentes de velocidad del flujo a través del rotor es el cilíndrico ortogonal. En la Figura 4.1 puede observarse el sistema escogido, con referencia a un sistema cartesiano (x,y,z). El eje de revolución del elemento rotatorio es el x, de modo que la velocidad de giro Ω es positiva en el sentido positivo de x, según la regla de la mano derecha; puede comprobarse entonces que el sistema (x,y,z) es dextrógiro, es decir, $\vec{e}_x = \vec{e}_y \times \vec{e}_z$.

El sistema cilíndrico ortogonal (x,r,θ) es también dextrógiro, $\vec{e}_x = \vec{e}_r \times \vec{e}_\theta$, estando el versor $\vec{e}_x$ sobre el eje x, y siendo el sentido positivo del versor $\vec{e}_\theta$ según la velocidad de giro Ω. En algunos casos, será necesario trabajar con un sistema de coordenadas cilíndrico ortogonal de tipo intrínseco, (x,s,n), siendo s una coordenada tangencial en cada punto a la línea de corriente fluida, y n la coordenada normal a la misma, positiva desde el centro de curvatura hacia el punto considerado, de modo que $\vec{e}_x = \vec{e}_s \times \vec{e}_n$. Esto último se verá con más detalle en el Capítulo 6.

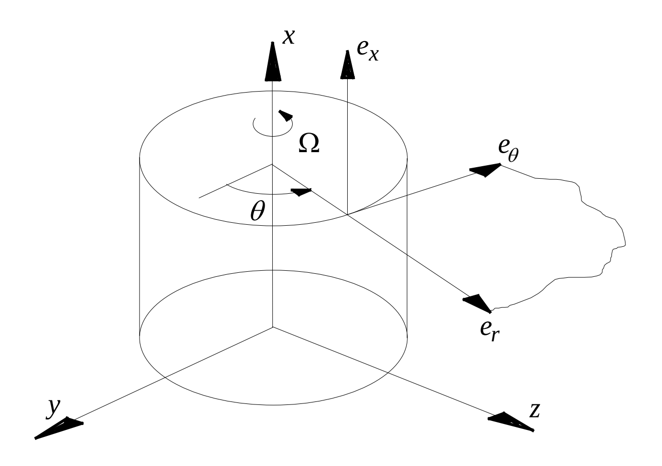


Figura 4.1: Sistema de coordenadas cilíndrico ortogonal (x,r,θ) que se utilizará a lo largo del texto.

A continuación, para el sistema de coordenadas cilíndrico ortogonal (x,r,θ) se establecerán los dos sistemas particulares que se van a emplear a lo largo del texto: el fijo o ligado a tierra, y el relativo o solidario con el rodete de la turbomáquina. Se fijará igualmente la nomenclatura seguida para las componentes de la velocidad del fluido.

SISTEMA DE REFERENCIA LIGADO A TIERRA, que se llamará *absoluto*. La velocidad del fluido en un punto de este sistema y respecto de él se denominará *velocidad absoluta*, $\vec{v}$. El vector velocidad absoluta tiene las tres componentes siguientes:

v_x $\Rightarrow$ proyección del vector velocidad absoluta en la dirección del eje de giro del rodete.

v_r $\Rightarrow$ proyección del vector velocidad absoluta según la dirección radial.

v_θ $\Rightarrow$ proyección del vector velocidad absoluta en dirección perpendicular al plano meridional, es decir, al plano que contiene al eje de giro.

SISTEMA DE REFERENCIA LIGADO AL ROTOR, que se llamará *relativo*. La velocidad del fluido respecto a este sistema se denomina *velocidad relativa,* $\vec{w}$. La diferencia entre ambos es la *velocidad de arrastre*, que está dada por $\vec{u} = \vec{\Omega} \times \vec{x}$ (siendo $\vec{x}$ el vector de posición correspondiente). Como se ha tomando el mismo origen y el mismo eje axial para ambos sistemas de referencia, la velocidad de arrastre sólo tiene componente acimutal y por ello la relación entre los dos sistemas de referencia puede expresarse como sigue:

$$\vec{v} = \vec{w} + \vec{u}, \quad v_x = w_x, \quad v_r = w_r, \quad v_\theta = -w_\theta + \Omega r, \tag{4.1}$$

siendo w_θ la proyección de la componente relativa de la velocidad sobre $-\vec{u}$, es decir, en sentido contrario al versor $\vec{e}_\theta$ [16].

A la proyección del vector velocidad sobre el plano meridiano se le denomina *velocidad meridiana*, y es igual tanto para el movimiento absoluto como para el relativo,

$$\vec{v}_m = \vec{w}_m = v_x \vec{e}_x + v_r \vec{e}_r; \quad v_m = w_m = (v_x^2 + v_r^2)^{1/2}. \tag{4.2}$$

Es práctica común en lugar de utilizar el subíndice θ para la componente acimutal, utilizar el subíndice u; puesto que la velocidad de arrastre se define siempre sobre la dirección del versor $\vec{e}_\theta$. De esta manera, pueden resumirse las relaciones vectoriales entre los dos sistemas de referencia por

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{w} + \vec{u}, \quad v_u = -w_u + \Omega r, \\ \vec{v} &= \vec{v}_m + v_u \vec{e}_\theta, \quad \vec{w} = \vec{w}_m - w_u \vec{e}_\theta. \end{aligned} \tag{4.3}$$

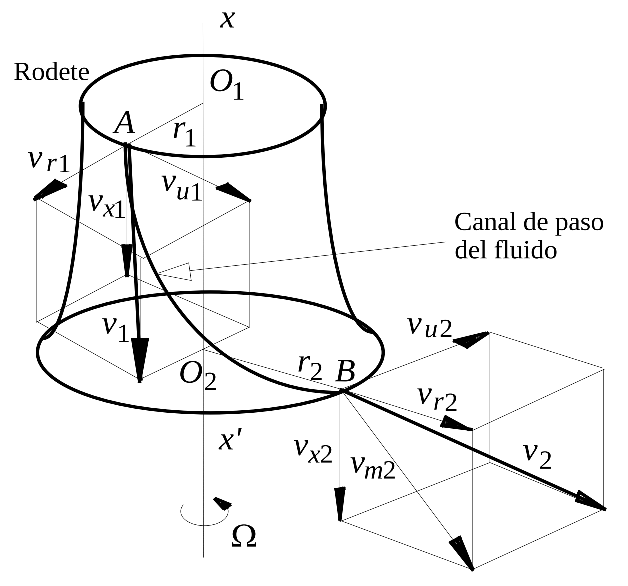


Figura 4.2: Componentes genéricas de velocidad en la salida (2) y en la entrada (1) del rodete de una bomba helicentrífuga o de flujo mixto.

Tanto en bombas como en turbinas, se denominará con los subíndices 1 y 2 a las secciones de entrada y de salida del rodete, respectivamente. Los subíndices 0 y 3 serán respectivamente los correspondientes a las secciones de entrada del distribuidor y de salida

[16] Esta definición de la proyección de la velocidad relativa lleva a que en las Ecuaciones (4.1) y (4.3), w_θ (w_u) aparezca con signo negativo. La razón de esta definición "contraria" es por simplicidad en la operación con los triángulos de velocidad, y por coherencia en la definición de los ángulos del flujo y del álabe; todo esto será explicado con mayor detalle más adelante.

del difusor. Se admite implícitamente entonces que la sección de salida del distribuidor coincide con la entrada del rodete, y que la sección de salida de éste coincide con la entrada del difusor. Esta suposición es aplicable en un gran número de turbomáquinas radiales y en algunas axiales; sin embargo, en el caso de las turbinas Kaplan, existe en la mayoría de ellas una separación física apreciable entre la salida de las palas del distribuidor y la entrada de los álabes del rodete.

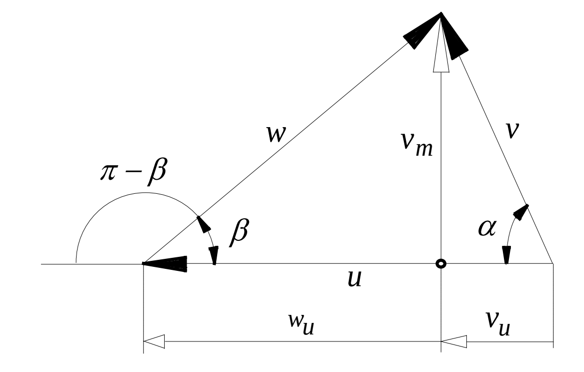
En la Figura 4.2 se representa una perspectiva esquemática de las componentes de velocidad en la entrada y en la salida del rodete de una bomba helicocentrífuga.

4.3 Triángulos de velocidades

Los dos casos extremos que se consideraron en el Capítulo 1, correspondientes a flujos radial y axial puros, son movimientos en los que serán nulos por lo tanto las componentes v_x y v_r, respectivamente. El enfoque de este texto consiste en tratar de forma separada las máquinas axiales (en las que se desprecia la influencia de las componentes radiales de velocidad), y las máquinas radiales (en las que se hace lo propio con las componentes axiales). De este modo, el problema cinemático tridimensional se reduce a un problema bidimensional, simplificándose el paralelepípedo de velocidades de la Figura 4.2, y dando paso a triángulos de velocidades como los que aparecen en las Figuras 4.3 y 4.4, para el caso de máquinas radiales. Para máquinas axiales, se obtendría una composición similar, como se verá más adelante[17].

Se verá ahora la construcción de un triángulo de velocidad típico o estándar para el caso de una turbomáquina radial como puede ser una bomba centrífuga, suponiendo que $v_x = 0$ en cualquier punto del rodete, y que las componentes de velocidad son esencialmente las mismas para cualquier plano perpendicular al eje x. Puede verse en la Figura 4.3 un triángulo de velocidad estándar para la máquina planteada.

Figura 4.3: Triángulo de velocidades típico y nomenclatura utilizada para las velocidades en el rodete de una turbomáquina.



Cabe destacar los siguientes puntos, orientados a la construcción sistemática de los triángulos de velocidad:

- El ángulo entre la velocidad absoluta y la de arrastre es α, y se le denomina normalmente *ángulo del flujo.*
- El ángulo entre la velocidad relativa y la de arrastre cambiada de signo, $-\bar{u}$, es β, llamado normalmente *ángulo de los álabes* (esto último porque se admite la hipótesis de que la velocidad relativa es perfectamente tangente al álabe, lo que constituye uno de los preceptos de la teoría unidimensional, que se tratará en el siguiente capítulo).

[17] Con este planteamiento simplificado, pueden tratarse incluso a las máquinas que son claramente diagonales, teniendo en cuenta que los triángulos de velocidades simplificados, construidos con la suposición de máquina axial o radial, según el caso, pueden modificarse para tener en cuenta en la medida de lo posible la influencia de la geometría real de la máquina considerada. Un tratamiento más detallado del flujo mixto geométricamente real a través de la turbomáquina cae fuera de los límites de este texto.

- La componente acimutal de la velocidad absoluta es $v_u = v \cos \alpha$.
- La componente acimutal de la velocidad relativa es $w_u = w \cos(\pi - \beta)$, es decir $w_u = -w \cos \beta$.
- Con las definiciones expuestas de α, β, v_u y w_u, se cumple que $u = v_u + w_u$.
- La velocidad meridiana representa la altura del triángulo de velocidad, y divide a dicho triángulo (en general no rectángulo) en otros dos triángulos rectángulos. Con los ángulos definidos como se ha descrito, la representación típica de los triángulos de velocidad es como se muestra en la Figura 4.3, con α y β menores de 90º. No obstante, como cabía esperar, α y β pueden ser mayores de 90º, o alternativamente, iguales a 90º.
- Aunque la teoría de turbomáquinas axiales será expuesta en los Capítulos 5 y 7, puede adelantarse que la construcción de los triángulos de velocidades para máquinas axiales es del todo similar a como se ha descrito, teniendo que cuenta que debe cumplirse que $v_r = 0$, y que normalmente la velocidad meridiana pasa a llamarse habitualmente *velocidad axial* v_a.

Con los criterios que se acaban de exponer, se han representado los triángulos de velocidad en la entrada (1) y en la salida (2) del rodete de una bomba centrífuga en la Figura 4.4.

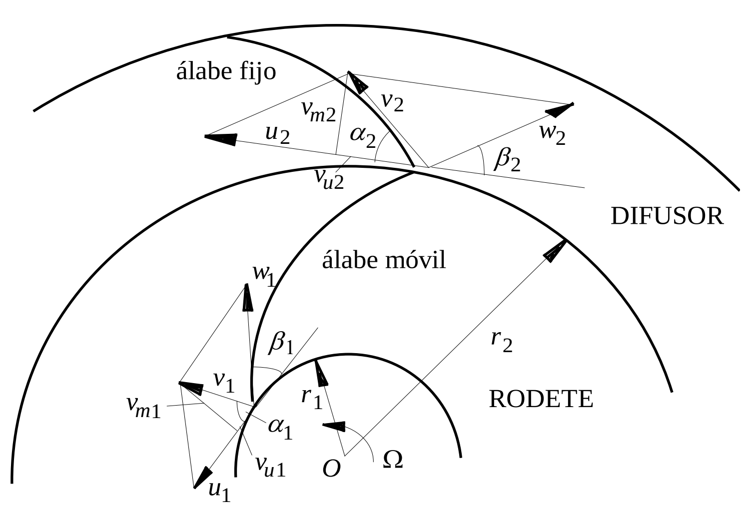


Figura 4.4: Ángulos significativos entre las componentes de la velocidad en el conjunto rodete-difusor de una bomba centrífuga.

4.4 Volumen de control. Ecuación de continuidad

En el análisis integral que sigue, se aplica a un volumen de control los principios de conservación de la masa (o de continuidad) y del momento cinético. Estos principios están referidos a la velocidad absoluta del fluido pues están enunciados en ejes ligados a tierra[18]. Cuando sea necesario, pasará a operarse con velocidades relativas.

Si se toma como volumen de control el comprendido entre las secciones de entrada y de salida del rodete, dicho volumen tendrá las siguientes superficies (véase la Figura 4.5):

[18] En un sistema de referencia absoluto, la única fuerza másica que interviene es la gravedad, pero en general el flujo es no estacionario. En un sistema de referencia relativo, aparecen fuerzas de inercia centrífugas y de Coriolis, siendo el flujo estacionario.

- Superficies S_1 y S_2 de entrada y de salida, respectivamente. Son superficies de revolución, siendo las únicas en las que entra y sale el fluido del volumen de control.
- Superficies laterales interiores de contacto con los álabes del rodete, S_a.
- Superficies móviles internas de los discos que soportan los álabes, S_d, y que junto con estos forman los canales de paso del fluido.
- Superficies fijas de la carcasa, S_{cr}. En el caso de que los canales sean abiertos, estos están limitados por las superficies internas de la carcasa en la zona correspondiente. Si los canales son cerrados, estas superficies son móviles.

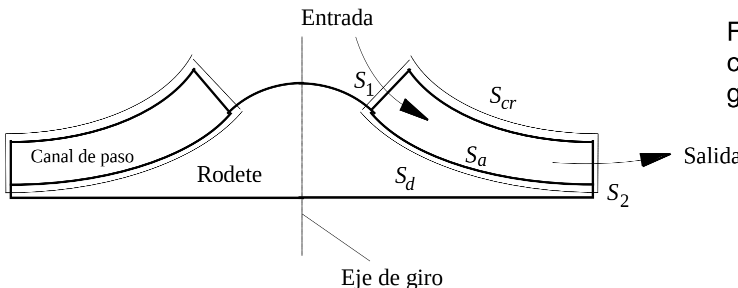


Figura 4.5: Superficies del volumen de control considerado, en un rodete genérico.

Al aplicar a este volumen de control la ecuación integral de conservación de la masa, y suponer el problema globalmente estacionario[19], resulta

$$\int_{S_2} \vec{v}_2 \cdot \vec{n}_2 \; \mathrm{d}S + \int_{S_1} \vec{v}_1 \cdot \vec{n}_1 \; \mathrm{d}S = 0, \tag{4.4}$$

con la normal n hacia fuera de la superficie que delimita el volumen de control. La Ecuación (4.4) indica simplemente que la integral de $\vec{v} \cdot \vec{n}$ en las secciones de entrada y de salida tiene en módulo el mismo valor, el caudal Q. En adelante, se denotará por v_n al valor absoluto de la componente normal de la velocidad $\vec{v}$ respecto de la superficie de control. Si esta componente normal fuese uniforme en cada una de las secciones de entrada y de salida, de la ecuación de continuidad se obtiene

$$v_{n2} A_2 - v_{n1} A_1 = 0, \quad \text{y por tanto} \quad Q = v_{n2} A_2 = v_{n1} A_1, \tag{4.5}$$

donde A_1 y A_2 son las áreas de las secciones de entrada y de salida, respectivamente. Obsérvese que si las secciones de entrada y de salida de la máquina son las de entrada y salida del rodete, la componente normal de la velocidad coincide con la velocidad meridiana en el rodete, definida en la Sección 4.2.

4.5 Ecuación de conservación del momento cinético. Teorema de Euler

Se aplica ahora al volumen de control definido anteriormente el principio de conservación del momento cinético[20] (o momento de la cantidad de movimiento). Al igual que antes, el término no estacionario es nulo, de modo que puede ponerse

$$\int_{S_c} \vec{x} \times \rho \vec{v} [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n})] \, \mathrm{d}S = -\int_{S_c} \vec{x} \times p \vec{n} \, \mathrm{d}S + \int_{S_c} \vec{x} \times (\vec{n} \cdot \bar{\tau}') \, \mathrm{d}S + \int_{V_c} \vec{x} \times \rho \vec{f}_m \, \mathrm{d}V. \tag{4.6}$$

[19] Al efectuar un análisis integral, y hacerse un promediado de las variables fluidas en un intervalo de tiempo lo suficientemente grande, el problema puede considerarse estacionario.

[20] Las ecuaciones de conservación que se aplican son únicamente las de continuidad y de conservación de la cantidad de movimiento, al estar desacopladas de la ecuación de conservación de la energía; la ecuación de conservación del momento cinético es en realidad la de cantidad de movimiento, habiendo tomado momentos respecto de un mismo punto o eje de referencia.

En la Ecuación (4.6) pueden hacerse las consideraciones siguientes:

a) Aunque la ecuación anterior está referida al momento respecto al origen del sistema, la simetría del volumen alrededor del eje de giro hace que sólo pueda ser distinta de cero la componente del momento en la dirección del eje.

b) La velocidad v_c del movimiento de la superficie de control sólo es distinta de cero en las superficies móviles del rotor, pero allí coincide con la velocidad v del fluido por la condición de adherencia. Por esto, en la integral del flujo de momento cinético a través de las superficies del volumen de control, sólo cuentan las superficies de entrada y de salida, puesto que en el resto de las superficies, o bien la velocidad del fluido es nula, o bien es igual a la de la superficie de control. Este término "convectivo" quedará de la forma

$$\int_{S_2} \rho r_2 v_{u2} v_{n2} \ \mathrm{d}S - \int_{S_1} \rho r_1 v_{u1} v_{n1} \ \mathrm{d}S. \tag{4.7}$$

Se puede observar que sólo la componente acimutal de la velocidad absoluta es la que produce momento.

c) En el término correspondiente al momento de las fuerzas de presión puede distinguirse, por un lado, entre las superficies de entrada y de salida, junto con las posibles superficies de control que limitan al fluido con la carcasa, y por otro, las superficies de los álabes y del disco del rotor. Sobre el primer grupo de superficies, las fuerzas de presión no producen momento puesto que las superficies son de revolución. Sobre el rodete, en especial en los álabes, las fuerzas de presión sí que producen un momento.

d) En cuanto al momento de los esfuerzos viscosos, se puede considerar que por estar desarrollando una teoría ideal, son despreciables. En este caso, todas las acciones derivadas de las fuerzas de superficie serían debidas únicamente a la presión. En general, puede distinguirse al igual que antes, por un lado, entre las superficies de entrada y de salida y las de contacto con la carcasa, en las que sí se desprecia por ahora su efecto[21], y por el otro, en las superficies de los álabes y en el resto de las superficies del rodete, en las que el momento de los esfuerzos viscosos se puede sumar al momento de las fuerzas de presión y englobarlo todo en un momento total T.

e) Las fuerzas másicas aplicadas al volumen de control no producen momento por la simetría del volumen alrededor del eje respecto del que se toman.

Con todas estas consideraciones y teniendo presente que la componente de momento que interesa es según el eje *x*, puede ponerse a éste en función de la diferencia entre el flujo de momento cinético en las secciones de entrada y de salida,

$$T = \int_{S_2} \rho r_2 v_{u2} v_{n2} \ \mathrm{d}S - \int_{S_1} \rho r_1 v_{u1} v_{n1} \ \mathrm{d}S. \tag{4.8}$$

A la ecuación anterior se le denomina *Ecuación de Euler*, y es la expresión del *Teorema de Euler*; este puede enunciarse como sigue: *el par transmitido entre el rodete y el fluido que circula a través de él es igual a la variación del momento cinético que experimenta el fluido entre las secciones de entrada y de salida*.

4.6 Discusión de la Ecuación de Euler

A la vista del teorema (Ecuación 4.8) y de su deducción, pueden hacerse las siguientes consideraciones:

---

[21] Esta suposición es aproximada para el caso de las secciones de entrada y de salida, en las que las propiedades fluidas pueden ser suficientemente uniformes, y por tanto, el término viscoso muy pequeño.

a) En la deducción del teorema anterior no se ha hecho hipótesis sobre la forma de los álabes. Su forma puede ser cualquiera.
b) Tampoco se han hecho hipótesis restrictivas sobre el efecto de la viscosidad del fluido en el flujo, por los que es válido tanto para flujo viscoso como ideal (si los canales son abiertos tan sólo se ha despreciado el esfuerzo viscoso sobre la carcasa), ya que el momento del esfuerzo viscoso en la entrada y de salida es siempre de poca importancia, como se ha indicado anteriormente. Esto no significa que el movimiento sea el mismo tanto para un fluido ideal como para uno viscoso, sino que dado el campo de velocidades en la entrada y en la salida, en cada caso el par sobre el eje vendría dado por la misma expresión[22].
c) La Ecuación de Euler puede aplicarse sin ninguna modificación a cascadas de álabes fijos. El par será en este caso estático y deberá soportarlo la estructura del sistema de álabes.

Multiplicando la Ecuación de Euler por la velocidad de giro Ω y expresando el producto de la velocidad normal a la superficie como el diferencial del caudal, es decir, $\mathrm{d}Q = v_{n2}\,\mathrm{d}S_2 = v_{n1}\,\mathrm{d}S_1$, puede ponerse la potencia que el rodete suministra al fluido de la forma

$$W = \Omega T = \int_{S_2} \rho \Omega r_2 v_{u2}\,\mathrm{d}Q - \int_{S_1} \rho \Omega r_1 v_{u1}\,\mathrm{d}Q. \tag{4.9}$$

El producto de la velocidad de giro por el radio es en cada punto la velocidad de arrastre, u. Por otra parte, la potencia se puede poner como el producto del gasto por la energía específica comunicada, ρQgH. Eliminando la densidad (que es constante) y dividiendo por el caudal, puede ponerse la altura comunicada al fluido como

$$gH = \frac{1}{Q}\left(\int_{S_2} u_2 v_{u2}\,\mathrm{d}Q - \int_{S_1} u_1 v_{u1}\,\mathrm{d}Q\right) \tag{4.10}$$

Si se centra la atención únicamente en una superficie de corriente, y se considera que la componente acimutal de la velocidad es uniforme a lo largo de dicha superficie, se puede definir la altura intercambiada entre el rodete y el fluido como la potencia comunicada al fluido por unidad de gasto másico y vendrá dada en función de las velocidades absoluta y de arrastre en las secciones de entrada y de salida. En el caso de que las secciones de entrada y de salida sean paralelas al eje (este es el caso de una máquina puramente radial), y que la velocidad sea uniforme en las mismas, la expresión será válida para todo el fluido que atraviesa el rotor, de modo que operando, puede ponerse

$$\frac{\mathrm{d}W}{\rho\,\mathrm{d}Q} = gH_{t,\infty} = u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1} \Longrightarrow H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1}}{g}, \tag{4.11}$$

donde el subíndice t,∞ indica que la altura es teórica[23], y que al hacer la hipótesis de uniformidad acimutal de la velocidad es como si se considerara el caso hipotético de que el número de álabes del rodete fuera infinito[24]. No obstante, puesto que la ecuación que se ha

---

[22] Más adelante se verá que la diferencia de presiones "ideal" entre la entrada y la salida del rodete (que precisamente no interviene en la Ecuación de Euler) se ve modificada al considerar los efectos de las pérdidas viscosas.

[23] Se han utilizado principios de conservación integrales para llegar a la Ecuación de Euler, de modo que no ha sido preciso efectuar hipótesis de lo que ocurre en el interior del rodete; así pues, los triángulos de velocidades obtenidos mediante la Ecuación de Euler son los de diseño o "teóricos", que relacionan directamente las componentes de velocidad con la geometría de los álabes en la entrada y en la salida. En adelante, se entenderá como altura de Euler o altura teórica a la altura intercambiada entre el rodete y el fluido, tanto en bombas como en turbinas. Como se explicó en el Capítulo 2, a esta altura también se le denomina habitualmente "altura útil".

[24] No debe entenderse sin embargo que la Ecuación de Euler es únicamente válida cuando el número de álabes es muy grande. Puesto que la Ecuación de Euler expresa una condición de conservación, se obtendrán resultados correctos también para un número de álabes finito (en este caso, sería necesario efectuar un promediado adecuado de la velocidad acimutal). Estas y otras consideraciones se plantean en la Sección 4.6.

obtenido es también válida para un número de álabes finito, en adelante se eliminará el subíndice ∞, y se denominará con carácter general a la altura obtenida con la Ecuación de Euler por H_t.

En caso de las turbinas, todas las expresiones anteriores llevan a obtener una altura negativa, por lo que dicha altura debe cambiarse de signo para mantener las definiciones establecidas. Puede adelantarse aquí que en el caso de máquinas axiales, en las que las superficies de entrada y de salida resultan perpendiculares (y no paralelas) al eje, la Ecuación de Euler sólo tendría validez para una superficie de corriente cilíndrica concéntrica con el eje. Además, la validez de la Ecuación de Eurler únicamente se extendería para todo el rodete en el caso de que la distribución de velocidad acimutal cumpliera una cierta condición (esto se expondrá con mayor detalle en el Capítulo 6).

4.6.1 Forma alternativa de la Ecuación de Euler

Los triángulos de velocidades de las Figuras 4.3 y 4.4 permiten obtener la siguiente relación, válida tanto en la entrada como en la salida del rodete,

$$uv\cos\alpha = \tfrac{1}{2}(v^2 + u^2 - w^2), \tag{4.12}$$

de modo que puede ponerse la altura teórica de la forma

$$H_t = \frac{(v_2^2 - v_1^2) + (u_2^2 - u_1^2) + (w_1^2 - w_2^2)}{2g}. \tag{4.13}$$

En bombas, en las que la altura suministrada es positiva, el incremento se consigue por las tres desigualdades siguientes:

- $v_2 > v_1$, es decir, por el aumento de la velocidad absoluta en la salida.
- $u_2 > u_1$, por el aumento de la velocidad de arrastre, que se obtiene por ser mayor el radio de salida que el de entrada, en el caso de las máquinas radiales.
- $w_1 > w_2$, por la disminución de la velocidad relativa, que se consigue mediante canales de paso divergentes en el rodete.

En turbinas, las desigualdades serían a la inversa para obtener una mayor altura negativa. Los tres términos que se suman en la ecuación anterior no tienen que ser todos positivos o todos negativos. Se pueden realizar diseños de bombas o de turbinas en los que las contribuciones de los mismos sean positivas o negativas, y se compensen parcialmente.

4.6.2 Formas particulares de la Ecuación de Euler

La Ecuación de Euler es válida para todo tipo de máquinas: centrífugas, axiales o mixtas (helicocentrífugas o helicocentrípetas), pero toma formas más simplificadas en algunos casos. Así, en máquinas centrífugas puras, como la que se muestra esquemáticamente en la Figura 4.4, las superficies de entrada y de salida se pueden tomar como cilindros paralelos al eje, de radios r_1 y r_2, y las superficies de corriente serán planos perpendiculares al mismo, siendo uniforme la altura o anchura del rotor, b. Las relaciones se simplifican de la forma

$$Q = 2\pi r_1 b v_{r1} = 2\pi r_2 b v_{r2} = 2\pi r_1 b v_1 \operatorname{sen}\alpha_1 = 2\pi r_2 b v_2 \operatorname{sen}\alpha_2, \tag{4.14}$$

$$gH_t = \Omega(r_2 v_{u2} - r_1 v_{u1}) = \Omega(r_2 v_2 \cos\alpha_2 - r_1 v_1 \cos\alpha_1). \tag{4.15}$$

En estas condiciones, la altura teórica es la misma para todas las superficies de corriente, y la expresión anterior es válida para la totalidad del flujo.

En máquinas axiales, para cada superficie de corriente la velocidad de arrastre es distinta, pero igual en la entrada que en la salida del álabe, pues

$$u_1 = u_2 = u = \Omega r, \tag{4.16}$$

y la altura teórica para cada superficie de corriente viene dada por

$$gH_t = u(v_{u2} - v_{u1}). \tag{4.17}$$

Como se ha adelantado antes, en general, en máquinas axiales y mixtas, el radio de cada superficie de corriente es distinto, luego no se pueden simplificar las ecuaciones y obtener ecuaciones globales. La altura teórica será distinta para cada superficie de corriente y será indispensable calcular cada capa por separado para obtener o analizar el diseño global de la máquina, teniendo en cuenta que el salto disponible es común a las distintas capas en el caso de turbinas; en bombas, el objetivo debe ser normalmente la uniformidad de la altura comunicada al fluido. Si no se hace así, se introducen importantes perturbaciones que afectan al comportamiento global de la máquina y por tanto a su rendimiento.

También se puede hacer la observación común para todos los casos que en bombas la mayor altura se obtendrá cuando $v_{u1} = v_1 \cos \alpha_1 \approx 0$, esto es, cuando no exista prerrotación del flujo. En turbinas la mayor potencia se obtiene cuando se cumple que $v_{u2} = v_2 \cos \alpha_2 \approx 0$, lo que puede conseguirse ajustando la orientación de los álabes del distribuidor. Esta condición de ausencia de prerrotación ($v_{u1} = 0$) en bombas, y de momento cinético en la salida del rodete ($v_{u2} = 0$) en turbinas, es una condición habitual de diseño.

4.7 Ecuación de Bernoulli en el movimiento relativo

4.7.1 Flujo ideal a través del rodete

Hasta el momento, mediante la Ecuación de Euler, se ha podido expresar el salto energético a través del rodete en función de las velocidades de entrada y de salida del elemente rotatorio. Se trata ahora de averiguar qué papel juega el salto de presiones a través del rotor. Para poder relacionar las velocidades en la entrada y en la salida del rotor con las presiones, se puede utilizar la ecuación de Bernoulli en ejes relativos, bajo ciertas condiciones, como se verá a continuación. La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para un fluido ideal, en el movimiento relativo estacionario, puede ponerse como sigue:

$$\nabla\left(\frac{w^2}{2}\right) - \vec{w} \times (\nabla \times \vec{w}) = -\frac{\nabla p}{\rho} + \vec{f}_m. \tag{4.18}$$

En las fuerzas másicas no se incluyen las debidas a la gravedad, puesto que por ser el tamaño de la máquina pequeño comparado con los desniveles de altura, no se producen diferencias apreciables de potencial gravitatorio entre la entrada y la salida (ya se vio anteriormente que las fuerzas gravitatorias no producen momento), de modo que teniendo en cuenta que el régimen de giro es constante, estas fuerzas másicas sólo se deben a las fuerzas centrífuga y de Coriolis,

$$\vec{f}_m = -\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{x}) - 2\vec{\Omega} \times \vec{w} = \nabla(\tfrac{1}{2}\Omega^2 r^2) - 2\vec{\Omega} \times \vec{w}. \tag{4.19}$$

Para fluidos incompresibles, en los que la densidad es constante y por tanto puede ponerse dentro del gradiente de presión, multiplicando la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento por el vector unitario tangente a una línea de corriente, resulta que

para cada una de estas líneas de corriente se cumple la ecuación de Bernoulli, de modo que de la Ecuación (4.18) puede obtenerse

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\frac{p}{\rho}+\frac{w^2}{2}-\frac{\Omega^2 r^2}{2}\right)=0, \tag{4.20}$$

donde $\mathrm{d}s$ es el elemento diferencial a lo largo de la línea de corriente. Integrando entre la entrada y la salida del rotor, y teniendo en cuenta que Ωr es igual a la velocidad de arrastre u en cada punto, resulta

$$\frac{p_2-p_1}{\rho}=\left[\frac{u_2^2-u_1^2}{2}+\frac{w_1^2-w_2^2}{2}\right]. \tag{4.21}$$

Esta expresión, además de proporcionar la diferencia de presiones en función de las velocidades en la entrada y en salida del rotor, para el caso de un fluido ideal, puede sustituirse en la ecuación de la altura teórica (Ecuación 4.13), obteniéndose lo siguiente:

$$gH_t=\frac{p_2-p_1}{\rho}+\frac{v_2^2-v_1^2}{2}, \tag{4.22}$$

es decir, la altura teórica puede calcularse mediante la diferencia de presiones y de energía cinética del movimiento absoluto entre la entrada y la salida. Téngase en cuenta que en la expresión anterior, el término gravitatoiro $g(z_2 - z_1)$ debe ser incluido en el término de la derecha, en el caso de ser importante.

4.7.2 Flujo real a través del rodete

Si se quiere incluir en el análisis las posibles pérdidas en el rodete, aproximando el flujo más a la realidad, ha de tenerse en cuenta que lo que se obtiene con el Teorema de Euler es la altura comunicada entre el rodete y el flujo, que se ha llamado (inadecuadamente para el caso de bombas), altura útil,

$$gH_t=gH_u=\pm\frac{(v_2^2-v_1^2)+(u_2^2-u_1^2)+(w_1^2-w_2^2)}{2}, \tag{4.23}$$

siendo el signo positivo para bombas y el negativo para turbinas. Puesto que se supone que el campo de velocidades disponible es el ideal, la ecuación de Bernoulli no se cumple al tener en cuenta las pérdidas energéticas,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\frac{p}{\rho}+\frac{w^2}{2}-\frac{\Omega^2 r^2}{2}\right)<0, \tag{4.24}$$

de modo que la diferencia de presión entre la entrada y la salida está disminuida en lo que se llama la altura de pérdidas internas en el rotor, $\Delta H_{i,R}$, en la forma

$$\frac{p_2-p_1}{\rho}=\left[\frac{u_2^2-u_1^2}{2}+\frac{w_1^2-w_2^2}{2}\right]-g\Delta H_{i,R}. \tag{4.25}$$

Sustituyendo la Ecuación (4.25) en la (4.22), se tiene que

$$gH_u=\pm\left[\frac{p_2-p_1}{\rho}+\frac{v_2^2-v_1^2}{2}+\Delta H_{i,R}\right]=\pm\left[\frac{p_2-p_1}{\rho}+\frac{v_2^2-v_1^2}{2}\right]\pm\Delta H_{i,R}. \tag{4.26}$$

Puesto que la cantidad

$$\pm\left[\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right], \qquad (4.27)$$

es la altura manométrica para bombas (empleando el signo positivo) o la altura neta para turbinas (empleando el signo negativo)[25], puede decirse que en el rodete la altura útil es la manométrica más la altura de pérdidas, en bombas, o la neta menos la altura de pérdidas internas, en turbinas,

$$\begin{aligned} &\text{en bombas,} \quad H_t = H_u = H_m + \Delta H_{i,R}, \\ &\text{en turbinas,} \quad H_t = H_u = H_n - \Delta H_{i,R}. \end{aligned} \qquad (4.28)$$

Si la turbomáquina hidráulica estuviera compuesta únicamente por el rodete, la altura de pérdidas en el rodete se podría cuantificar directamente a través del rendimiento hidráulico, tal como se definió en el Capítulo 2[26].

4.8 Grado de reacción

De lo visto en la sección anterior, se deduce que la energía mecánica específica comunicada al fluido en bombas y extraída del fluido en turbinas se distribuye entre una variación de la energía de presión por un lado y por otro en un aumento o disminución de la energía cinética. Para cuantificar cómo se reparte la energía intercambiada en la máquina, se define el grado de reacción, σ_R, como la porción de energía mecánica específica comunicada o extraída en forma de presión frente a la total. Esta definición puede aplicarse al conjunto de la máquina hidráulica, o bien solamente al rodete, como elemento en el que tiene lugar el intercambio principal de energía. Si nos centramos en el rodete, el grado de reación se define por

$$\sigma_R = \frac{\pm(p_2 - p_1)/\rho}{gH_u}, \qquad (4.29)$$

siendo el signo más para bombas y el menos para turbinas. La definición dada por (4.29) es general, y puede tener en cuenta o no las pérdidas hidráulicas. En general, se deberá llevar a cabo el balance energético (4.26) para relacionar el salto de presión con la altura teórica. No obstante, se puede llegar a expresiones suficientemente simplificadas si se hacen las aproximaciones apropiadas.

CASO PARTICULAR: MÁQUINA ELEMENTAL

Considerando el balance energético de la Ecuación (4.26), pero suponiendo que las pérdidas hidráulicas internas tienen lugar exclusivamente en el rodete (máquina elemental), se puede poner

---

[25] Se está suponiendo por tanto que no existen pérdidas ni antes ni después del rodete. Se identifica de esta manera la entrada de la máquina con la entrada del rotor y la salida de la máquina con la salida del rotor. Esta sería una máquina elemental, en la que únicamente existe el rodete como elemento constituyente. Evidentemente, en la mayoría de las turbomáquinas esto no es así, existiendo como mínimo el distribuidor, el rodete y el difusor; en este caso, las pérdidas hidráulicas deben calcularse no sólo en el rodete, sino en cada uno de los elementos constituyentes, de modo que la suma total de las pérdidas forma la cantidad ΔH_i.

[26] En ausencia de pérdidas hidráulicas internas, las definiciones de altura teórica de Euler y de altura manométrica en bombas y de altura neta en turbinas coinciden, como es obvio (esto es equivalente a decir que el rendimiento hidráulico es la unidad). En una máquina elemental como la que se acaba de describir, en el rendimiento hidráulico se tienen en cuenta únicamente las pérdidas en el rodete; en una máquina general, las pérdidas hidráulicas que se cuantifican en el rendimiento hidráulico son las de todos los elementos que conforman la turbomáquina desde la brida de entrada hasta la brida de salida.

$$\text{en bombas,} \qquad \sigma_R = \frac{1}{gH_t}\left(\frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + gH_t - g\Delta H_i\right) = \eta_h\left(1 - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2gH_m}\right),$$
$$\text{en turbinas,} \qquad \sigma_R = \frac{1}{gH_t}\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + gH_t + g\Delta H_i\right) = \frac{1}{\eta_h}\left(1 - \frac{v_1^2 - v_2^2}{2gH_n}\right), \tag{4.30}$$

CASO PARTICULAR: MÁQUINA AXIAL IDEAL

En máquinas axiales, considerando sólo una superficie de corriente, teniendo en cuenta que por continuidad la componente axial es igual en la entrada y en la salida, y que la velocidad de arrastre es $u_1 = u_2 = u$, se puede llegar a una expresión simplificada del grado de reacción en el caso de suponer despreciables las pérdidas hidráulicas, con objeto de llegar a una expresión cinemática, en la que no interviene el rendimiento,

$$\sigma_R = \frac{\frac{1}{2}(w_1^2 - w_2^2)}{u(v_{u2} - v_{u1})} = \frac{\frac{1}{2}(w_{u1}^2 - w_{u2}^2)}{u(v_{u2} - v_{u1})} = \frac{\frac{1}{2}(w_{u1} - w_{u2})(w_{u1} + w_{u2})}{u(w_{u1} - w_{u2})}$$
$$= \frac{w_{u1} + w_{u2}}{2u} = \frac{\overline{w}_u}{u}. \tag{4.31}$$

Es más frecuente hablar de grado de reacción en turbinas que en bombas. No obstante, puede decirse que en bombas, un grado de reacción alto normalmente está asociado a rendimientos hidráulicos elevados (diferencia de presiones elevada). El grado de reacción también se relaciona con el diseño de la máquina; por ejemplo, un grado de reacción bajo indica que en la salida de la bomba existe una energía cinética alta, y por tanto se hace necesario utilizar un difusor para recuperar energía de presión, y así elevar el rendimiento de la máquina.

En turbinas, como ya se vio anteriormente, el grado de reacción permite efectuar una clasificación, por un lado, entre *turbinas de acción o impulso* ($\sigma_R = 0$), en las que no existe variación de presión, como ocurre en las turbinas tipo Pelton (también llamadas tangenciales), y por otro, en *turbinas de reacción* (en las que $\sigma_R \neq 0$), como en las turbinas tipos Francis o Kaplan.

Los rodetes de bombas y turbinas deben diseñarse en general con valores del grado de reacción comprendidos entre 0 y 1. Los valores extremos corresponden por un lado a las turbinas Pelton ($\sigma_R = 0$), como se acaba de indicar, y por el otro a las denominadas turbinas de reacción pura ($\sigma_R = 1$). Las primeras serán estudiadas en el Capítulo 12, mientras que en el Anexo A1 se hace un breve análisis de las segundas, sobre todo por su valor didáctico, puesto que no tienen una clara utilización práctica en la actualidad.

Bibliografía consultada

Agüera Soriano, J., *Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas*, 5º ed., Ciencia, Madrid, 2002.

Comolet, R., *Mécanique expérimentale des fluides*, Tomo 3, Masson, Paris, 1963.

Hernández Krahe, J.M., *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, UNED, Madrid, 1976.

Pfleiderer, C., *Bombas centrífugas y turbocompresores*, Labor, Barcelona, 1960.

Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.

Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.

Stepanoff, A.J., *Centrifugal and axial flow pumps*, Wiley, 1957.

White, F.M., *Mecánica de fluidos*, McGraw Hill, 1983.

5. TEORÍA UNIDIMENSIONAL DE TURBOMÁQUINAS HIDRÁULICAS

5.1 Hipótesis y objetivos de la teoría unidimensional

La teoría unidimensional busca describir la relación que existe entre las condiciones globales de operación de la turbomáquina (tales como la velocidad de giro, el par, o el caudal, por ejemplo) y las velocidades medias en la entrada y en la salida tanto del rotor y como de los álabes guías. Se busca además la relación existente entre las variables anteriores con la forma y el tamaño de las zonas de paso del fluido, mediante una teoría simplificada unidimensional, basada en el concepto de velocidad media.

La velocidad media se obtendrá mediante un promediado sobre una región particular de la máquina considerada. Las secciones transversales de paso se relacionan con la velocidad media por medio de la ecuación de continuidad. Para resolver el problema y obtener las relaciones que se acaban de enunciar se necesitan distintas hipótesis simplificadoras, que se describen a continuación.

HIPÓTESIS SIMPLIFICADORAS:

a) La dirección de la velocidad media absoluta en la zona de álabes fijos se supone que coincide con la dirección de los mismos. En el rotor, será la dirección de la velocidad media relativa la que coincida con la dirección de los álabes. Por lo tanto, las superficies de corriente del flujo absoluto o del relativo, son paralelas a las superficies de los álabes fijos o de los móviles, respectivamente. Esta hipótesis será tanto más cierta cuanto mayor sea el número de álabes, de modo que puede decirse que la teoría unidimensional es la teoría correspondiente a un *número de álabes infinito*, en la que el flujo relativo sigue exactamente la dirección que le marcan los álabes[27]. Las velocidades medias son estacionarias y no cambian con el tiempo.

b) En el rotor de una turbomáquina, y en otros elementos, como pueden ser el distribuidor o el difusor si tienen también simetría de revolución, los conductos de paso del fluido forman un volumen de revolución solo interrumpido por los álabes. La teoría unidimensional considera que la velocidad es uniforme a lo largo de circunferencias concéntricas con el eje de giro, con la excepción de donde estas circunferencias cortan a los álabes.

   Como se expuso en el Capítulo 4, el vector velocidad se puede siempre descomponer por un lado en la velocidad meridiana, contenida en el plano que pasa por el eje (como es conocido, la velocidad meridiana puede descomponerse en las componentes radial y

[27] La denominación unidimensional proviene precisamente de lo que se expone; el flujo relativo tiene lugar en una dirección determinada (en general curvilínea).

axial), y por otro, en la velocidad acimutal, perpendicular a dicho plano (véase la Figura 5.1),

$$\vec{v} = \vec{v}_m + v_u \vec{e}_\theta = v_x \vec{e}_x + v_r \vec{e}_r + v_u \vec{e}_\theta . \tag{5.1}$$

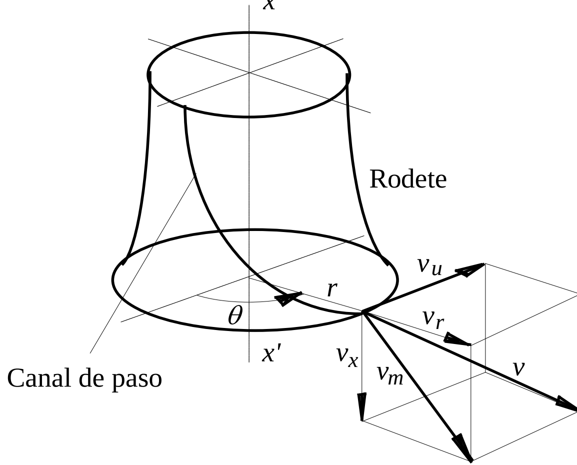


Figura 5.1: Descomposición de la velocidad en sus componentes meridiana y acimutal en un rodete genérico de una turbomáquina.

c) Se toma también como hipótesis que la velocidad meridiana es uniforme en cada sección transversal de paso, entendiendo como secciones de paso las perpendiculares a los planos meridianos y al vector velocidad meridiana.

d) En cuanto a la velocidad acimutal, se supone también uniforme en cada sección transversal de paso en máquinas radiales, mientras que en máquinas axiales o mixtas esta teoría unidimensional sólo es aplicable a superficies cilíndricas coaxiales con el eje de giro y tan solo en rodetes con un número elevado de álabes.

OBJETIVOS Y REALIZACIÓN DE PREDISEÑOS

Los objetivos que persigue la teoría unidimensional precisan de un desarrollo en varias etapas que a continuación se enuncian:

- En primer lugar, y utilizando la ecuación de continuidad, se determina la distribución de velocidad meridiana en las secciones de entrada y de salida del rodete a partir del caudal que circula por el mismo y de la forma geométrica de las secciones de entrada y de salida.
- A continuación se determina la velocidad acimutal en las secciones de entrada y de salida del rotor a partir de las condiciones de funcionamiento (par o altura y velocidad de giro) usando el Teorema de Euler y la distribución de velocidad meridiana antes hallada.
- Por último, se trata de establecer la relación entre el comportamiento general de la máquina, esto es, la variación de las propiedades del flujo entre la entrada y la salida, con la forma de los álabes y de los conductos de paso, tratando de establecer las limitaciones de la teoría unidimensional a distintos tipos de máquinas.

5.2 Ecuación de continuidad. Distribución de velocidad meridiana

De acuerdo con la hipótesis de flujo unidimensional, la velocidad meridiana es uniforme en cada sección transversal de paso y perpendicular a ésta, de modo que la ecuación de continuidad aplicada a través del rodete indica que

$$Q = \int_{At} \vec{v} \cdot \vec{n} \ \mathrm{d}S = \int_{At} v_m \ \mathrm{d}S = v_m A_t . \tag{5.2}$$

Aplicando esta última expresión a las secciones de entrada y de salida, de áreas transversales A_{t1} y A_{t2}, respectivamente (Figura 5.2), puede obtenerse la velocidad meridiana en estas secciones,

$$v_{m1} = \frac{Q}{A_{t1}}, \quad v_{m2} = \frac{Q}{A_{t2}}, \tag{5.3}$$

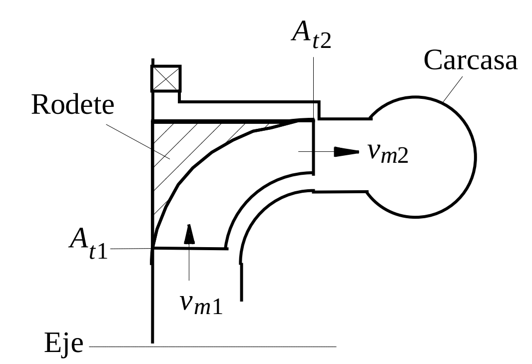


Figura 5.2: Velocidad meridiana promediada en las secciones de entrada y de salida de un rodete centrífugo.

de modo que puede decirse en la práctica que la velocidad meridiana es la que “produce” caudal a través de la máquina.

DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDAD MERIDIANA. RED DE CORRIENTE

Puede darse un paso más, y hallar la distribución de velocidad meridiana a través de la sección de paso del flujo, bajo ciertas hipótesis. De esta manera, aún utilizando una teoría simplificada como es la unidimensional, es posible avanzar en el prediseño del rodete. Para determinar la distribución de velocidad en el interior del canal de paso, es preciso utilizar la ecuación de continuidad en forma diferencial para un líquido, dada por

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0. \tag{5.4}$$

Según las hipótesis realizadas, ninguna de las componentes de la velocidad depende de la coordenada acimutal θ, de modo que la ecuación anterior se puede escribir en coordenadas cilíndricas de la forma

$$\frac{1}{r}\left[\frac{\partial (r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial (r v_x)}{\partial x}\right] = 0. \tag{5.5}$$

Esta ecuación se cumple automáticamente introduciendo una función $\Psi(x,r)$, que cumpla las condiciones siguientes:

$$r v_r = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad r v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial r}. \tag{5.6}$$

Las superficies en las que esta función Ψ (denominada *función de corriente*) es constante son superficies de corriente, y además, de revolución. Conocer la función de corriente es equivalente a conocer las dos componentes de la velocidad según r y x, y por tanto la velocidad meridiana. Se puede fácilmente comprobar que la relación entre la velocidad meridiana y la función de corriente viene dada por

$$v_m = \frac{1}{r}\frac{\partial \Psi}{\partial n}, \tag{5.7}$$

donde n es la coordenada normal a la dirección de la corriente en cada punto.

El caudal y la función de corriente están relacionados entre sí, puesto que

$$Q = \int_{At} \vec{v} \cdot \vec{n} \;\, \mathrm{d}S = 2\pi \int_{At} (rv_x \;\, \mathrm{d}r - rv_r \;\, \mathrm{d}x) = 2\pi \int_{At} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r} \mathrm{d}r + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \mathrm{d}x \right)$$
$$= 2\pi \int_{At} \mathrm{d}\Psi = 2\pi (\Psi_B - \Psi_A), \tag{5.8}$$

donde Ψ_A y Ψ_B son los valores que la función de corriente toma en las dos líneas de corriente que delimitan el canal de paso del fluido en el plano meridiano. En la expresión anterior, se ha tomado la normal a la superficie de revolución $\mathrm{d}S = 2\pi r \;\mathrm{d}s$ como $\vec{n} = (\mathrm{d}r/\mathrm{d}s)\vec{e}_x - (\mathrm{d}x/\mathrm{d}s)\vec{e}_r$ (véase la Figura 5.3a).

Dada una determinada geometría del canal de paso en una máquina dada, y sabiendo el caudal que la atraviesa en una determinada condición, el cálculo de la función de corriente o de la velocidad meridiana es un problema totalmente definido que puede resolverse por el método de dividir las secciones en un número finito de capas finas (véase la Figura 5.3b), y proceder de forma iterativa del modo siguiente:

1 En la sección de entrada se suponen una serie de capas longitudinales de pequeño espesor, Δn, identificas por el subíndice i, cada una de ellas con un caudal ΔQ_i. Obviamente, se cumple que

$$Q = \Sigma_i \Delta Q_i. \tag{5.9}$$

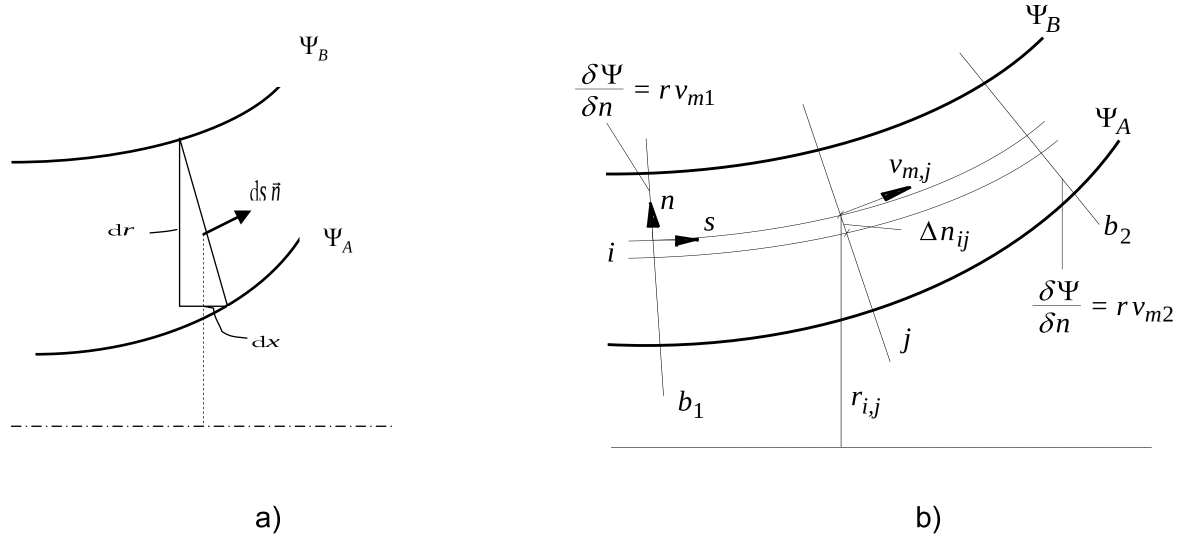


Figura 5.3: a) Elemento diferencial de superficie comprendido entre superficies de función de corriente constante. b) Esquema para la determinación de las líneas de corriente y de la distribución de velocidad meridiana.

2 Se sitúan distintas secciones transversales (perpendiculares a las líneas de corriente) a lo largo del canal, identificadas por el subíndice j, en las que se supone uniforme la velocidad meridiana. Se puede calcular entonces la velocidad meridiana en cada una de estas secciones de área $A_{t,j}$ por

$$v_{m,j} = \frac{Q}{A_{t,j}}. \tag{5.10}$$

3 En cada sección transversal j, y para cada capa longitudinal i, se debe cumplir que

$$v_{m,j} = \frac{\Delta Q_i}{2\pi r_{i,j} (\Delta n)_{i,j}}, \tag{5.11}$$

de donde se puede hallar la distancia $(\Delta n)_{ij}$ que en cada punto separan las líneas de corriente que definen cada una de las capas. Se cumplirá naturalmente que la altura transversal del canal de paso en el plano es

$$b_{t,j} = \Sigma_i (\Delta n)_{i,j} = \Sigma_i \frac{\Delta Q_i}{2\pi r_{i,j} v_{m,j}}. \tag{5.12}$$

4 Obtenidas así las líneas de corriente, se puede corregir la posición de las secciones transversales a lo largo del canal y modificar a su vez las velocidades meridianas calculadas en el punto 2. El proceso iterativo sigue hasta converger y fijar las líneas de corriente y la distribución de la velocidad meridiana en todo el canal.

Finalmente, el resultado es una *red de corriente*, formada por líneas de corriente longitudinales y por las secciones transversales correspondientes, es decir, por líneas perpendiculares en cada punto a las líneas de corriente, que resultan ser líneas de potencial de velocidad constante. El flujo así descrito es efectivamente irrotacional, como se puede deducir del proceso de construcción de la red de corriente.

5.3 Ecuación de Euler. Distribución de velocidad acimutal

Si el flujo a través de la sección de paso del rodete se adaptara a la descripción del campo fluido realizada en la red de corriente, no se conseguiría ningún par resultante en el eje de la máquina hidráulica. Como la Ecuación de Euler muestra, es preciso la imposición de un salto de momento cinético a través del rodete, para que exista un intercambio de energía neto a través del mismo. De esta manera, la distribución de velocidad acimutal se impone mediante la Ecuación de Euler, con una cierta hipótesis. La hipótesis más utilizada consiste en la suposición de uniformidad de salto energético a través del rodete entre cualquier punto de las secciones de entrada y de salida.

Si existen unos álabes fijos antes de la entrada al rodete, el ángulo α que forma, en el plano tangente a la superficie de corriente, la velocidad absoluta con la dirección acimutal, permite obtener a partir de la velocidad meridiana ya conocida, y para un salto energético dado por gH_t, el módulo del vector velocidad y la componente acimutal, mediante las relaciones siguientes (véase la Figura 5.4):

$$v = \frac{v_m}{\text{sen}\,\alpha}, \quad v_u = \frac{v_m}{\tan\alpha}. \tag{5.13}$$

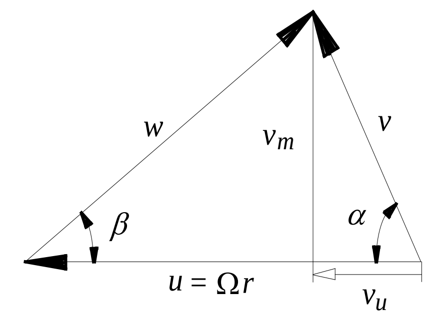


Figura 5.4: Triángulo de velocidades típico en una turbomáquina hidráulica según la teoría ideal unidimensional.

Si no hay álabes fijos antes del rotor y se puede considerar que no hay prerrotación, se cumple que $\alpha_1 = \pi/2$, y la velocidad acimutal absoluta es nula. La dirección de los álabes del rotor en la entrada del mismo, coincide con la dirección dada por la velocidad relativa, y por

tanto el ángulo β entre la velocidad relativa y la dirección circunferencial en sentido de $-\vec{u}$, están relacionados por

$$w = \frac{v_m}{\operatorname{sen}\beta}, \quad v_u = u - v_m \operatorname{cotan}\beta. \tag{5.14}$$

Esta relación es válida también para el triángulo de velocidades en la salida del rotor, donde se conoce la velocidad meridiana y la velocidad de arrastre, $u = \Omega r$, lo que significa que si el ángulo β es conocido, es posible determinar las velocidades relativa y acimutal, o bien si ésta última está determinada, sería posible fijar el ángulo del álabe. Por otra parte, como la Ecuación de Euler relaciona las velocidades acimutales en la entrada y en la salida del rotor, con la energía mecánica específica suministrada al fluido, medida en altura teórica[28],

$$gH_{t,\infty} = u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1}, \tag{5.15}$$

puede plantearse el análisis de la velocidad acimutal según los dos casos siguientes:

a) La geometría del rotor (ángulos β en la entrada y en la salida) es conocida, por lo que a partir de las condiciones en la entrada y en la salida, pueden obtenerse las velocidades acimutales absolutas, y mediante la Ecuación de Euler, calcular la altura comunicada al fluido.

b) La energía mecánica específica (altura) comunicada al fluido es conocida, y las condiciones en la entrada también. Suponiendo en este caso, por ejemplo, que no existen álabes guía y que no hay por lo tanto prerrotación, puede obtenerse la velocidad acimutal absoluta, y a partir de los triángulos de velocidades, fijar en el rotor los ángulos β de entrada y de salida del álabe.

La determinación de las magnitudes citadas en puntos de la sección de paso del fluido distintos de la entrada o de la salida del rotor no es posible con la teoría unidimensional, a menos que se conozca la variación de la altura comunicada a lo largo de la sección de paso a través del rotor, o la forma de los álabes, manteniendo las hipótesis unidimensionales a lo largo de todo el rodete.

Cabe indicar por otro lado que se ha recuperado el subíndice ∞ para la altura de Euler, puesto que la teoría que se está desarrollando es válida estrictamente para un número de álabes infinito. En el Capítulo 6 se verá cómo puede utilizarse también la Ecuación de Euler cuando el número de álabes es finito.

Si la sección de entrada del rotor no está a la misma distancia radial del eje de la máquina, la velocidad de arrastre u y la componente acimutal v_u variarán a lo largo de esta sección; lo mismo puede decirse de la sección de salida del rotor. Además, los bordes de entrada y de salida no tienen porqué coincidir con secciones transversales normales a las superficies de corriente. Estas dos razones pueden obligar a que se tenga que repetir la construcción de triángulos de velocidades para varias superficies de corriente a lo largo de las secciones de entrada y de salida.

5.4 Teoría unidimensional para turbomáquinas axiales

En rotores puramente axiales, las superficies de corriente que deben considerarse son cilindros paralelos al eje, de modo que las líneas de corriente en el plano meridiano son líneas paralelas al eje de rotación de la máquina. Las condiciones del flujo relativo a los álabes se estudian desarrollando estas superficies cilíndricas, de modo que los álabes

[28] Se añade el subíndice ∞ porque se está suponiendo un número infinito de álabes.

aparecen como una cascada de perfiles paralelos, como se muestra en las Figuras 5.5 y 5.6.

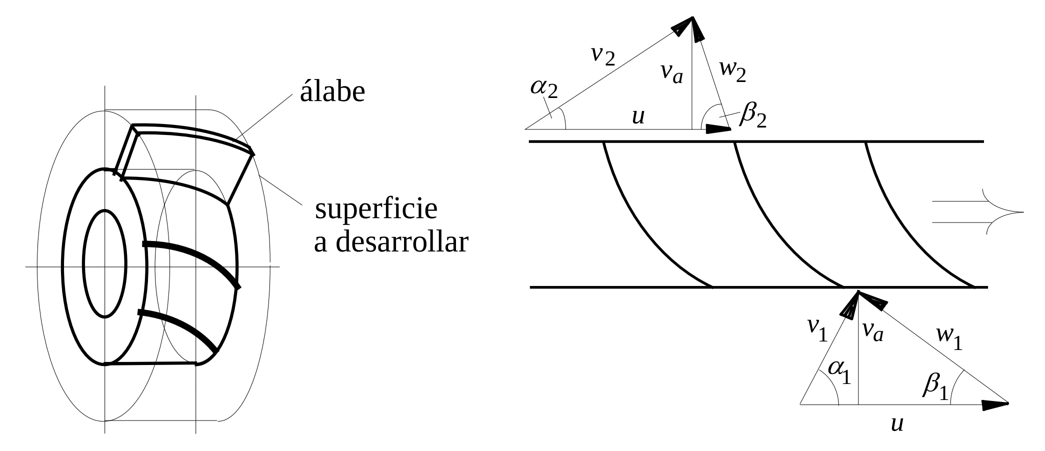


Figura 5.5: Superficie de corriente concéntrica con el eje que se desarrolla en un rotor axial.

Figura 5.6: Desarrollo de la superficie cilíndrica paralela al eje de un rotor axial. Triángulos de velocidades de entrada y de salida.

La ecuación de continuidad y la condición de paralelismo de las líneas de corriente llevan a que la velocidad meridiana sea igual en la entrada y en la salida. A esta velocidad meridiana se la denominará *velocidad axial*,

$$v_{m1} = v_{m2} = v_a . \tag{5.16}$$

Al ser cilíndricas las superficies de corriente, la velocidad de arrastre, $u = \Omega r$, es igual en la entrada y en la salida, de modo que los triángulos de velocidad pueden definirse como muestran las Figuras 5.6 y 5.7.

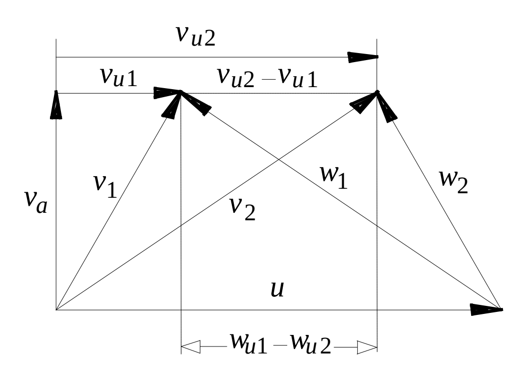


Figura 5.7: Triángulos de velocidades en la entrada y en la salida de un rotor axial. Obsérvese que la construcción de los triángulos sigue el procedimiento expuesto para máquinas radiales en el Capítulo 4.

Si se considera que el salto energético debe ser constante para todas las superficies concéntricas con el eje que se puedan definir, la altura manométrica comunicada al fluido debe ser también constante para todas las secciones cilíndricas a través de rotor axial,

$$gH_{t,\infty} = \Omega r (v_{u2} - v_{u1}) = \text{cte}, \quad \text{por lo que} \quad r(v_{u2} - v_{u1}) = \text{cte}. \tag{5.17}$$

Si la energía está uniformemente distribuida en la entrada, es decir, rv_{u1} = cte, (en muchas ocasiones, v_{u1} es nula), debe conseguirse que rv_{u2} = cte, lo que significa que los ángulos de salida de los álabes deben seguir una cierta ley con el radio,

$$\tan\beta = \frac{v_m}{u - v_u} = \frac{v_a}{\Omega r - \dfrac{\text{cte}}{r}} = \frac{r v_a}{\Omega r^2 - \text{cte}} . \tag{5.18}$$

Esta expresión se puede extender a álabes de forma general (máquinas de flujo mixto). Además de que la velocidad meridiana debe ser uniforme, en la entrada la energía también debe estar uniformemente distribuida, es decir, $rv_{u1} = \text{cte}_1$. Para que en la salida también la energía esté uniformemente distribuida, debe cumplirse que $rv_{u2} = \text{cte}_2$. Así, la geometría del álabe tendrá que ser tal que las distribuciones de los ángulos en la salida y en la entrada estén dadas por

$$\tan\beta_1(r) = \frac{rv_a}{\Omega r^2 - \text{cte}_1}, \text{ en la entrada, y } \tan\beta_2(r) = \frac{rv_a}{\Omega r^2 - \text{cte}_2}, \text{ en la salida.} \tag{5.19}$$

5.5 Aplicación al estudio del comportamiento de una bomba centrífuga

Como ejemplo de que la teoría unidimensional permite relacionar las características del diseño con el funcionamiento de la máquina, se va a suponer una bomba sin prerrotación del flujo en la entrada del álabe, por lo que $v_{u1} = 0$, de modo que la energía mecánica específica (altura) comunicada al fluido es por lo tanto

$$gH_{t,\infty} = u_2 v_{u2} = u_2 v_2 \cos\alpha_2 = u_2(u_2 - w_2\cos\beta_2). \tag{5.20}$$

Puesto que $w_2 \text{ sen } \beta_2 = v_2 \text{ sen } \alpha_2 = v_{m2}$, puede escribirse

$$gH_{t,\infty} = u_2^2\left(1 - \frac{v_{m2}}{u_2\tan\beta_2}\right). \tag{5.21}$$

El cociente entre la velocidad meridiana y la velocidad periférica de arrastre es proporcional al parámetro de gasto, $Q/\Omega D^3$; a este cociente se le llamará q. Por otro lado, el cociente entre la altura comunicada y la velocidad de arrastre al cuadrado es, salvo una constante, lo que se había llamado coeficiente manométrico, $gH/\Omega^2 D^2$. Lo que se tiene por tanto es una expresión de la curva característica de la bomba para esta teoría unidimensional, en función del ángulo geométrico de salida del álabe,

$$\frac{gH_{t,\infty}}{u_2^2} = \left(1 - \frac{q}{\tan\beta_2}\right). \tag{5.22}$$

En las Figuras 5.8 y 5.9 se han representado esquemáticamente las curvas características ideales de una bomba, para tres casos distintos, en función del ángulo de salida del álabe, β_2.

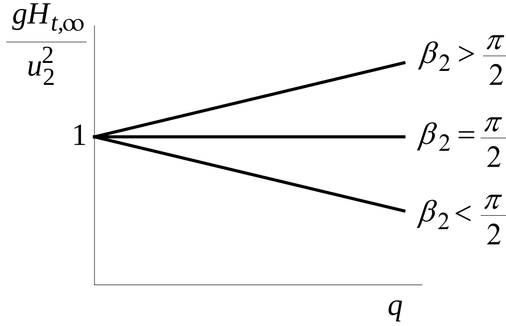


Figura 5.8: Coeficiente manométrico en función del caudal según el ángulo de salida de los álabes.

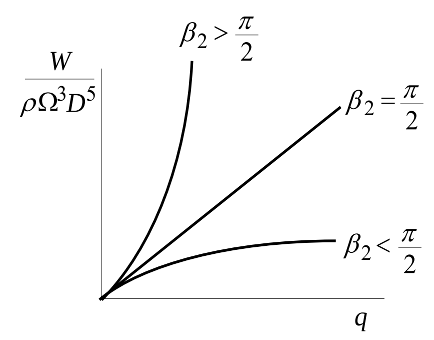


Figura 5.9: Coeficiente de potencia en función del caudal según el ángulo de salida de los álabes.

En la Figura 5.8 se puede apreciar que si el ángulo de los álabes β_2 es mayor que $\pi/2$ (álabes curvados hacia adelante), la altura comunicada aumenta con el caudal. Si el ángulo es recto, la altura permanece constante, y si es menor de $\pi/2$, (álabes curvados hacia atrás), disminuye. El primer tipo de los mencionados, con pendiente positiva, puede dar lugar a una operación inestable de la bomba, por lo que se suele preferir los álabes curvados hacia atrás, con valores de β_2 comprendidos entre 15^o y 35^o, aunque usualmente varían entre 20^o y 25^o. El ángulo del álabe en la entrada suele tener una variación más amplia, entre 15^o y 50^o.

Se ha visto que la elección del ángulo de salida del álabe β_2 es fundamental en el diseño de una bomba centrífuga. Por esa razón, se analiza a continuación el comportamiento de la altura teórica y del grado de reacción en función de β_2. El grado de reacción puede calcularse por

$$\sigma_R = \frac{(u_2 v_{u2}/g) - [(v_2^2 - v_1^2)/2g]}{(u_2 v_{u2}/g)}, \tag{5.23}$$

habiéndose supuesto que no existe prerrotación en la entrada del rodete. Si además, por razones de simplicidad, se hace la suposición que la velocidad meridiana se mantiene a través del rotor, $v_{m1} = v_{m2}$, puede comprobarse que se obtiene

$$\sigma_R = 1 - \frac{v_{u2}}{2u_2}, \tag{5.24}$$

pudiéndose calcular la velocidad v_{u2} mediante la relación $v_{u2} = u_2 - (v_{m2}/\tan\beta_2)$.

El valor máximo que puede alcanzar β_2 se determina imponiendo que el grado de reacción sea nulo,

$$\sigma_R = 0 \;\Rightarrow\; \tan\beta_{2,máx} = -\frac{v_{m2}}{u_2}, \tag{5.25}$$

mientras que el valor mínimo del mismo ángulo se calcula con la condición de altura teórica nula,

$$H_{t,\infty} = 0 \;\Rightarrow\; \tan\beta_{2,mín} = \frac{v_{m2}}{u_2}, \tag{5.26}$$

de modo que ambos valores corresponden lógicamente a ángulos suplementarios. Para un valor de $\beta_2 = 90^o$, $v_{u2} = u_2$, obteniéndose un grado de reacción igual a $0{,}5$. Este valor es frecuentemente utilizado en el diseño de turbinas, pero es poco usual en el caso de bombas. Por otro lado, puede sustituirse la relación (5.25) en la (5.21), obteniéndose el valor máximo de la altura teórica, para el valor máximo de β_2.

$$H_{t,\infty}\Big|_{máx} = 2\frac{u_2^2}{g}, \tag{5.27}$$

y de manera semejante, el valor máximo del grado de reacción se obtiene sustituyendo el valor dado por (5.26) en (5.24), es decir, para el valor mínimo del ángulo de salida del álabe, se cumple que

$$\sigma_R\Big|_{máx} = 1. \tag{5.28}$$

En estas condiciones, es posible representar las funciones (5.21) y (5.24) en función del ángulo β_2, dando lugar a un gráfico muy utilizado en el diseño de bombas centrífugas (Figura 5.10).

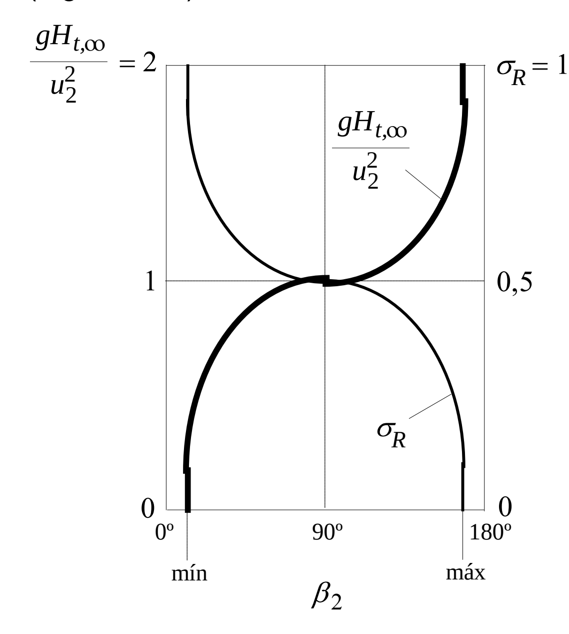


Figura 5.10: Variación de la altura teórica y del grado de reacción en función del valor del ángulo de salida del álabe, en una bomba centrífuga en la que se ha supuesto que no existe prerrotación y en la que la velocidad meridiana se mantiene uniforme en el rodete.

Bibliografía consultada

Agüera Soriano, J., *Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas*, 5º ed., Ciencia, Madrid, 2002.

Comolet, R., *Mécanique expérimentale des fluides*, Tomo 3, Masson, Paris, 1963.

Hernández Krahe, J.M., *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, UNED, Madrid, 1976.

Mataix, C., *Turbomáquinas hidráulicas*, 2ª ed., ICAI-ICADE, Madrid, 2009.

Pfleiderer, C., *Bombas centrífugas y turbocompresores*, Labor, Barcelona, 1960.

Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.

Potter, M.C., y Wiggert, D.C., *Mechanics of fluids*, Prentice-Hall, 1991.

Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.

Turton, R.K., *Principles of turbomachinery*, E. & F.N. Spon, London, 1984.

Turton, R.K.(a), *Rotodynamic pump design*, Cambridge University Press, 1994.

6. TEORÍA BIDIMENSIONAL DE TURBOMÁQUINAS RADIALES

6.1 Introducción. Influencia del número de álabes

La teoría unidimensional que se ha planteado en el Capítulo 5 toma como hipótesis de partida que el fluido sigue la dirección de los álabes en toda la anchura del canal de paso entre ellos, por lo que la velocidad es la misma a lo largo de una circunferencia concéntrica con el eje. En particular, se ha supuesto que el ángulo de salida del flujo relativo es igual al geométrico del álabe. Esto sería estrictamente cierto si el número de álabes fuera infinito y el flujo estuviera perfectamente guiado por ellos; por esta razón, a la altura comunicada al fluido dentro de esta teoría se le ha llamado teórica, H_t. La primera aproximación que puede hacerse a la realidad del complejo flujo existente en el interior de la turbomáquina es cuantificar el efecto del número finito de álabes.

Aunque se mantenga la hipótesis de flujo ideal, y por tanto sin efecto de la viscosidad y sin ningún otro tipo de pérdidas, es necesario considerar que la presión no permanece uniforme transversalmente en el canal entre álabes (si lo hiciera, no se podría comunicar un par al rotor[29]), por lo que la velocidad tampoco será uniforme en el canal. Por esto, la velocidad no será uniforme en la salida, y la velocidad media no será la teórica con un número infinito de álabes, de modo que se modifica el triángulo de velocidades en la salida respecto del triángulo correspondiente al caso de número infinito de álabes, tal como se muestra en la Figura 6.1.

En adelante, se diferenciarán los valores corregidos (bidimensionales) de los unidimensionales mediante una prima. De esta manera, la componente acimutal de la velocidad absoluta pasa a ser v'_{u2}. Además, el ángulo de salida del flujo relativo al rodete no es el teórico definido por la geometría, sino otro normalmente más pequeño, β'_2. Como se verá más adelante, los métodos que proponen la corrección del flujo unidimensional para llegar al flujo bidimensional se basan en la determinación de la relación entre las componentes unidimensional y bidimensional de la componente acimutal de la velocidad, $v'_{u2} = v_{u2} - \Delta v_{u2}$.

Para analizar estas desviaciones, es preciso abandonar varias de las hipótesis unidimensionales que se efectuaron en el Capítulo 5, y plantear el movimiento en una superficie bidimensional de corriente. Como los distintos tipos de rotores tienen particularidades diferentes, siendo necesario introducir resultados semiempíricos, conviene centrar la atención en un tipo simple de rotor, por lo que en este capítulo se tratarán los rotores puramente radiales, en los que la superficie de corriente es un plano perpendicular al eje, dejando para el Capítulo 7 el estudio de los rotores axiales.

---

[29] Precisamente son las diferencias de presión entre las caras de presión y de succión de los álabes las que motivan la aparición de un momento resultante.

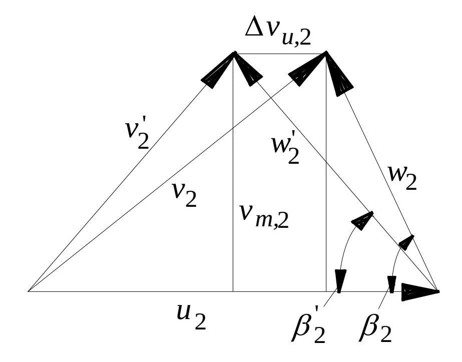


Figura 6.1: Triángulo de velocidades en la salida del rodete con desviación angular del flujo por efecto de un número finito de álabes (valores con prima), y comparación con el unidimensional.

Por otra parte, el efecto del número finito de álabes es menos importante en turbinas radiales (en las que el flujo es esencialmente centrípeto) que en bombas, ya que esta desviación de la teoría unidimensional es efectiva en la sección de salida, y en las turbinas esta sección está situada donde los radios son más pequeños y los álabes está más próximos entre sí. Esto conduce a centrar la atención en bombas centrífugas, a las que fundamentalmente se refiere lo que sigue.

6.2 Flujo a través del canal de paso en un rodete centrífugo

6.2.1 Ecuaciones del movimiento

Se plantearán a continuación las ecuaciones del movimiento para un líquido en el canal entre álabes. Se considerará un rodete centrífugo de altura del álabe constante, para que el movimiento sea estrictamente bidimensional. La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para un líquido, en ejes relativos al rodete, puede ponerse en forma diferencial como sigue:

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + \nabla\left(\frac{1}{2}w^2\right) - \vec{w}\times(\nabla\times\vec{w}) = -\nabla\left(\frac{p}{\rho}\right) + \nu\Delta\vec{w} + \vec{f}_m\,, \tag{6.1}$$

siendo $\vec{f}_m$ el vector de fuerzas másicas, en el que intervienen las fuerzas de gravedad y las fuerzas derivadas de la rotación del sistema de referencia con una velocidad de giro constante Ω,

$$\vec{f}_m = \vec{g} - \vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\vec{x}) - 2\vec{\Omega}\times\vec{w}\,, \tag{6.2}$$

y que pueden ponerse como sigue:

$$\vec{f}_m = -\nabla[-\vec{g}\cdot\vec{x} - (\vec{\Omega}\times\vec{x})\cdot(\vec{\Omega}\times\vec{x})] - 2\vec{\Omega}\times\vec{w}.. \tag{6.3}$$

Aunque el movimiento absoluto es claramente no estacionario, el movimiento relativo es estacionario, de modo que el término $\partial\vec{w}/\partial t$ puede despreciarse. Por otra parte, se considera que el número de Reynolds es suficientemente alto como para despreciar el término viscoso $\nu\Delta\vec{w}$. En coordenadas cilíndricas ortogonales $\vec{e}_x, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta$, se tiene que $\vec{x} = r\vec{e}_r$ y $\vec{\Omega} = \Omega\vec{e}_x$ (véase la Figura 6.2). Puede ponerse entonces la ecuación de cantidad de movimiento como sigue:

$$\nabla\left(\frac{w^2}{2} + \frac{p - \rho\vec{g}\cdot\vec{x}}{\rho} - \frac{\Omega^2 r^2}{2}\right) = \vec{w}\times(\nabla\times\vec{w}) - 2\vec{\Omega}\times\vec{w}, \tag{6.4}$$

donde $p - \rho\vec{g}\cdot\vec{x}$ es la presión reducida, que incluye el efecto del campo gravitatorio; no obstante, por comodidad, se denotará en adelante a la presión reducida simplemente por p.

Puesto que la velocidad de arrastre es $u = \Omega r$, puede sustituirse el término $\Omega^2 r^2/2$ por $u^2/2$ en la expresión anterior, que resulta:

$$\nabla\left(\frac{w^2}{2}+\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)=\vec{w}\times(\nabla\times\vec{w})-2\vec{\Omega}\times\vec{w}\,. \tag{6.5}$$

6.2.2 Sistema de coordenadas intrínseco

Para una mejor interpretación del movimiento, resulta conveniente obtener las componentes de la ecuación anterior en los ejes intrínsecos s y n (como se expuso en el Capítulo 4, s es una coordenada tangente en cada punto a la línea de corriente, y n es la coordenada perpendicular, dirigida desde el centro de curvatura de la línea de corriente hacia el punto considerado). La relación entre estas coordenadas y las cilíndricas (véase la Figura 6.2) puede ponerse como sigue:

$$\vec{e}_x=\vec{e}_s\times\vec{e}_n=\vec{e}_r\times\vec{e}_\theta\,, \tag{6.6}$$

$$\mathrm{d}r=\mathrm{d}s\,\mathrm{sen}\beta+\mathrm{d}n\cos\beta,\quad r\mathrm{d}\theta=-\mathrm{d}s\cos\beta+\mathrm{d}n\,\mathrm{sen}\beta\,, \tag{6.7}$$

$$w_r=w\,\mathrm{sen}\beta,\quad w_\theta=-w\cos\beta\,. \tag{6.8}$$

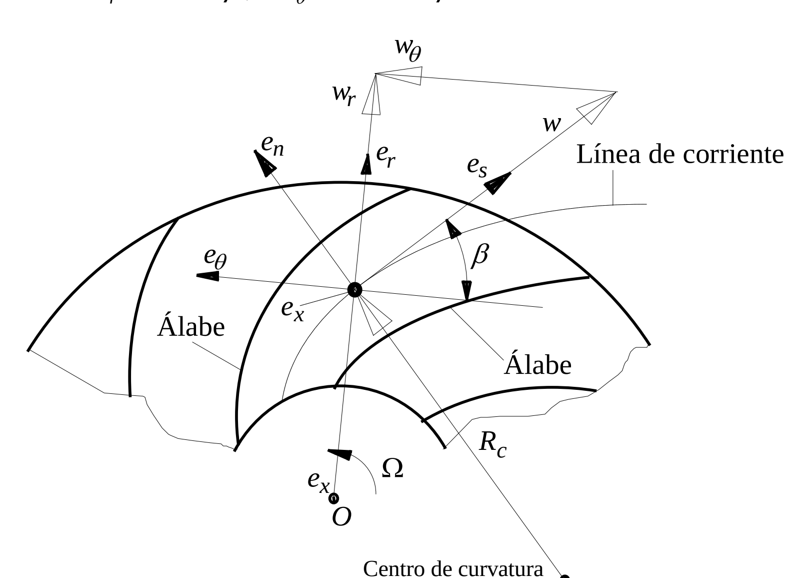


Figura 6.2: Sistemas de referencia cilíndrico e intrínseco en un rodete centrífugo.

Introduciendo las relaciones anteriores en la Ecuación (6.5), se obtendrían las componentes s y n de la ecuación de cantidad de movimiento. Otra alternativa es proyectar la Ecuación (6.5) sobre el eje s, obteniendo:

$$\nabla\left(\frac{w^2}{2}+\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)\cdot\vec{e}_s=\vec{w}\times(\nabla\times\vec{w})\cdot\vec{e}_s-2(\vec{\Omega}\times\vec{w})\cdot\vec{e}_s\,, \tag{6.9}$$

de modo que puesto que son nulos los dos términos del segundo miembro (productos escalares de vectores que son perpendiculares entre sí), se obtiene lo siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{w^2}{2}+\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)=0\,, \tag{6.10}$$

por lo que puede ponerse que

$$\frac{p}{\rho}+\frac{w^2-u^2}{2}=\text{cte}, \tag{6.11}$$

siendo en general esta constante (cte) distinta para cada línea de corriente. A este resultado ya se llegó en el Capítulo 4, con objeto de relacionar el salto de presiones a través del rodete con los campos de velocidad de entrada y de salida.

Proyectando la Ecuación (6.5) sobre la dirección normal,

$$\nabla\left(\frac{w^2}{2}+\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)\cdot\vec{e}_n=\vec{w}\times(\nabla\times\vec{w})\cdot\vec{e}_n-2(\vec{\Omega}\times\vec{w})\cdot\vec{e}_n\,, \tag{6.12}$$

de modo que se tiene que

$$w\frac{\partial w}{\partial n}+\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho}\right)-u\frac{\partial u}{\partial n}=[\vec{w}\times(\nabla\times\vec{w})]_n-2[\vec{\Omega}\times\vec{w}]_n\,. \tag{6.13}$$

Derivando la Ecuación (6.11) respecto de n (suponiendo que $\partial(\text{cte})/\partial n$ = 0, es decir, que todas las líneas de corriente provienen de un mismo punto), resulta

$$w\frac{\partial w}{\partial n}+\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho}\right)-u\frac{\partial u}{\partial n}=0\,, \tag{6.14}$$

por lo que debe cumplirse lo siguiente:

$$[\vec{w}\times(\nabla\times\vec{w})]_n-2[\vec{\Omega}\times\vec{w}]_n=0. \tag{6.15}$$

Por un lado, se tiene que la vorticidad de una partícula fluida en el movimiento relativo, $\nabla\times\vec{w}$, puede demostrarse que es igual a $[(w/R_c)-(\partial w/\partial n)]\vec{e}_x$ [30], siendo R_c el radio de curvatura, de modo que se cumple $[\vec{w}\times(\nabla\times\vec{w})]_n=-w[(w/R_c)-(\partial w/\partial n)]$. Por otro lado, el término de Coriolis resulta $-2[\vec{\Omega}\times\vec{w}]_n=-2\Omega w$, de modo que sustituyendo todo lo anterior, se tiene

$$-w\left(\frac{w}{R_c}-\frac{\partial w}{\partial n}\right)-2\Omega w=0\,, \tag{6.16}$$

y entonces se cumple lo siguiente:

$$\underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{w}{R_c}-\frac{\partial w}{\partial n}\right)}_{\text{Vorticidad}}=-\Omega\,, \tag{6.17}$$

es decir, se llega al resultado de que el giro como sólido rígido de una partícula fluida en el movimiento relativo, que es la mitad de su vorticidad, es igual y de sentido contrario a la velocidad de giro del rodete, Ω. Por otra parte, retomando la Ecuación (6.13), ésta puede ponerse de la forma

$$w\frac{\partial w}{\partial n}+\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho}\right)-u\frac{\partial u}{\partial n}=-\frac{w^2}{R_c}+w\frac{\partial w}{\partial n}-2\Omega w\,, \tag{6.18}$$

[30] Aunque se da como resultado, se indica que puede llegarse a esta expresión calculando el rotacional de la velocidad a través de la circulación de la velocidad relativa entre dos líneas de corriente separadas un Δn, a lo largo de un Δs, de modo que los otros dos lados que cierran el dominio de la integral de línea serían Δs + $[\partial(\Delta s)/\partial n]$ Δn, y Δn + $[\partial(\Delta n)/\partial s]$ Δs, respectivamente. Completando el procedimiento con algunas operaciones matemáticas, se comprueba finalmente el resultado.

y simplificando,

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)+\frac{w^2}{R_c}+2\Omega w=0\,. \tag{6.19}$$

6.2.3 Forma final de las ecuaciones y del perfil de velocidad relativa

Las dos componentes de la ecuación de cantidad de movimiento para el movimiento relativo bidimensional son entonces las siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)+w\frac{\partial w}{\partial s}=0\,, \tag{6.20}$$

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)+\frac{w^2}{R_c}+2\Omega w=0. \tag{6.21}$$

Por otro lado, la Ecuación (6.16) puede utilizarse para resolver el flujo relativo, pues si se escribe de la forma

$$\mathrm{d}w=\left(\frac{w}{R_c}+2\Omega\right)\mathrm{d}n, \tag{6.22}$$

puede integrarse el perfil de velocidad en una sección como la *AB* (Figura 6.3), que corta ortogonalmente a las líneas de corriente. Suponiendo un valor dado de la velocidad relativa *w* en *A*, y un radio de curvatura $R_c(n)$, puede integrarse el perfil de velocidad hasta *B*. Por continuidad, la integral

$$\int_A^B w(n)\,\mathrm{d}n \tag{6.23}$$

debe ser igual al caudal que pasa por el canal en el movimiento relativo. Si no se cumple lo anterior, se corrige el valor de *w* en *A*. Se puede repetir esto en varias secciones y corregir a su vez la suposición de radios de curvatura. Este método iterativo se puede incluso refinar añadiendo el cálculo de las líneas de corriente más allá del rotor, hasta una zona en la que la velocidad sea ya uniforme.

Normalmente, el efecto de la rotación domina sobre la curvatura de la línea de corriente, de modo que la velocidad relativa en la cara convexa (punto *B*) es menor que en la cóncava (*A*). Esto también se aplica, en los casos más usuales de ángulo del álabe β menor de 90°, a dos puntos del mismo radio a ambos lados del álabe; por la ecuación de Bernoulli, la presión en la cara convexa (punto *C* de la Figura 6.3) es mayor que en la cóncava[31] (punto *D*). Esta diferencia de presión es necesaria para proporcionar un par al fluido en la bomba considerada (es justamente lo contrario de lo que ocurre entre el extradós y el intradós de un perfil con curvatura).

En el borde de salida del álabe, la presión de ambas caras se iguala y por tanto, en teoría ideal, se iguala la velocidad. El ángulo de la corriente real no variará por lo tanto demasiado a lo largo del canal, aunque sea diferente del geométrico del álabe. Los métodos para calcular desde un punto de vista práctico esta desviación angular del triángulo de velocidad promediado en la salida del álabe se exponen en la sección siguiente.

[31] Obsérvese que la suma de las diferencias de presión en todos los álabes daría lugar a un par en sentido contrario al supuesto para la velocidad de giro; como se está suponiendo que la máquina es una bomba, el par que se confiere a través del motor debe ser igual y de sentido contrario al anterior para impulsar al fluido.

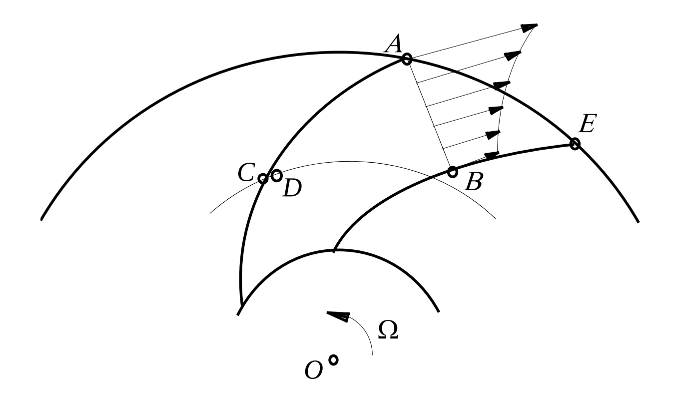


Figura 6.3: Integración transversal al canal de paso del campo de velocidad relativa en un rodete centrífugo.

6.3 Desviación angular del flujo en un rodete centrífugo

Los métodos para obtener la corrección de la teoría unidimensional por este efecto de la desviación angular del flujo en la salida del álabe se pueden dividir en los tres tipos siguientes:

a) Métodos basados en la rotación de la corriente relativa. La corrección más conocida de este tipo es la debida a Aurel Stodola (1859-1942).
b) Métodos que parten del valor medio de la diferencia de presiones para calcular mediante la ecuación de Bernoulli la variación en la velocidad relativa a través del canal del álabe. La corrección de este tipo más conocida es la de Carl Pfleiderer (1881-1960).
c) Métodos basados en el cálculo exacto del flujo utilizando la teoría bidimensional e irrotacional de un fluido sin viscosidad, planteada en la sección anterior.

Volviendo al triángulo de velocidades en la salida del rotor de la Figura 6.1, por el Teorema de Euler, puede evaluarse la energía mecánica específica comunicada al fluido para el caso de número de álabes finito, que se denotará por $H_{t,N}$, por similitud a la calculada mediante la teoría unidimensional, $H_{t,\infty}$,

$$gH_{t,N} = u_2 v'_{u2} - u_1 v_{u1} = u_2 (v_{u2} - \Delta v_{u2}) - u_1 v_{u1} = gH_{t,\infty} - u_2 \Delta v_{u2}. \quad (6.24)$$

Las correcciones de Stodola y Pfleiderer suponen que $\Delta v_{u2} = \chi u_2$, aunque como se acaba de exponer ambas correcciones tienen un origen distinto. En la Sección 6.4 se exponen las correcciones de Stodola, Pfleiderer y Eck. Se explica a continuación de forma breve el método c), que resulta claramente diferente a los métodos a) y b).

MÉTODO DE SOLUCIÓN DEL FLUJO BIDIMENSIONAL

En cuanto al tercer tipo de los métodos mencionados, consistente en solucionar el movimiento bidimensional e irrotacional del fluido (en el sistema absoluto), parte de descomponer el flujo en dos (véase la Figura 6.4). El primer flujo consiste en el movimiento sin giro, y por tanto irrotacional, con un caudal correspondiente al caso que se quiere estudiar. El segundo flujo consistiría en el movimiento en un rotor sin caudal neto de paso, en el que el fluido, por efecto del giro (existe vorticidad en el sistema relativo) adquiere un movimiento circular en el canal entre los álabes. El movimiento total sería la suma de estos dos.

Existe una solución general para el caso de álabes radiales con forma de espirales logarítmicas (en los que el ángulo que forma el álabe con la dirección circunferencial es constante), debida a Busemann, pero cae fuera de los límites de este texto.

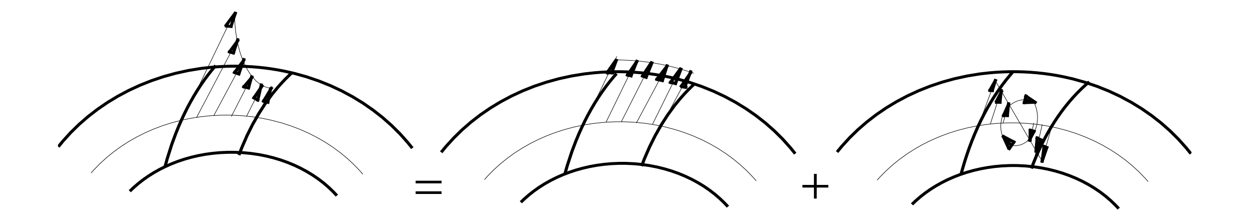


Figura 6.4: Descomposición del movimiento relativo a través de un rotor girando.

6.4 Correcciones de la teoría unidimensional. Stodola, Pfleiderer y Eck

6.4.1 Corrección de Stodola

La corrección de Stodola esta relacionada con la diferencia de velocidades en dirección transversal al canal (Figura 6.3). La distancia entre *A* y *B* es aproximadamente

$$d_{AB} \approx \frac{2\pi r_2}{N} \operatorname{sen}\beta_2, \tag{6.25}$$

siendo N el número de álabes. Si se integra la ecuación diferencial para w que se ha planteado anteriormente (Ecuación 6.22), entre *A* y *B*, suponiendo un radio de curvatura infinito, resulta

$$w_A - w_B = 2\Omega d_{AB}, \tag{6.26}$$

por lo que se puede poner (téngase en cuenta que $[\operatorname{sen}\ \beta_2/N] \approx [d_{AB}/2\pi r_2]$)

$$\Delta v_{u2} = \chi u_2 = \varepsilon \frac{\pi}{N}(\operatorname{sen}\ \beta_2)\Omega r_2 \approx \tfrac{1}{2}\varepsilon\Omega d_{AB} \approx \varepsilon \frac{w_A - w_B}{4}. \tag{6.27}$$

Por tanto, el factor χ de Stodola:

$$\chi = \varepsilon \frac{\pi}{N} \operatorname{sen}\ \beta_2, \tag{6.28}$$

depende del número de álabes, del ángulo de salida del álabe y del factor ε. Este último factor debe determinarse de forma experimental; los valores propuestos por Stodola pueden observarse en la Tabla 6.1, a su vez en función del número de álabes y del ángulo de salida del álabe, razón por la que en alguna ocasión será preciso iterar cuanto se emplea la corrección de Stodola en el prediseño de una bomba.

FACTOR ε DE LA CORRECCIÓN DE STODOLA					
	β_2 = 20º	β_2 = 30º	β_2 = 40º	β_2 = 60º	β_2 = 90º
N = 4 a 8	1,10	0,90	0,75	0,60	0,55
N = 8 a 16	1,15	1,00	0,85	0,70	0,65

Tabla 6.1 Factor ε (Ecuación 6.29) de la corrección de Stodola.

La corrección de Stodola lleva a establecer la relación entre la altura comunicada al fluido con un número finito de álabes, y la correspondiente a un número infinito; esta relación está dada por

$$gH_{t,N} = gH_{t,\infty} - u_2^2 \varepsilon \frac{\pi}{N} \operatorname{sen} \beta_2 , \tag{6.29}$$

de modo que $gH_{t,N}$ es una línea paralela a $gH_{t,\infty}$ en la gráfica de actuaciones ideales de la bomba en función del caudal. La línea $gH_{t,N}$ está por debajo de la $gH_{t,\infty}$, siendo la distancia entre ambas independiente del caudal, como se deduce de la Ecuación (6.29).

6.4.2 Corrección de Pfleiderer

El modo de llegar a la corrección de Pfleiderer es un tanto más complejo. Supóngase que se tienen álabes radiales de altura b con una diferencia de presión Δp entre sus caras de presión y de succión, por lo que el conjunto de todos los álabes comunicarían respectivamente un par y una potencia

$$T = N\int_{r_1}^{r_2} br\Delta p \,\mathrm{d}r = \tfrac{1}{2} Nb\Delta p(r_2^2 - r_1^2)\,; \;\; W = T\Omega = \rho Q gH_{t,N} = 2\pi r_2 b v_{m2} \rho gH_{t,N} . \tag{6.30}$$

Operando con las dos expresiones anteriores, se obtiene que la diferencia de presión media a través del canal resulta

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \frac{gH_{t,N}}{\Omega N} \frac{4\pi r_2 v_{m2}}{(r_2^2 - r_1^2)} . \tag{6.31}$$

A su vez, la diferencia de presión media a través del canal se puede relacionar mediante la ecuación de Bernoulli con las velocidades en ambos lados del canal (Figura 6.3). Si se considera que la velocidad relativa w_2 es la media de las velocidades en ambos lados del canal, puede ponerse

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \frac{w_A^2 - w_E^2}{2} = \frac{w_A + w_E}{2} (w_A - w_E) = w_2 (w_A - w_E) = 2w_2 (w_A - w_2) . \tag{6.32}$$

La desviación de la velocidad de salida, $\Delta v_{u2} = \chi u_2$, es función de $(w_A - w_2)$ y de β_2, por lo que incluyendo un coeficiente corrector, k, función de β_2, se obtiene

$$\chi u_2 = k(\beta_2) \frac{w_A - w_2}{\operatorname{sen} \beta_2} = \frac{k(\beta_2)\Delta p}{2\rho w_2 \operatorname{sen} \beta_2} . \tag{6.33}$$

Si se sustituye en esta última ecuación la diferencia de presión media que se ha estimado antes, y haciendo uso de datos empíricos para el coeficiente corrector, se llega a la corrección propuesta por Pfleiderer,

$$\chi = \frac{gH_{t,N}}{u_2^2} \frac{2\psi}{N(1-(r_1/r_2)^2)} , \tag{6.34}$$

con el factor de Pfleiderer $\psi = (0{,}55 \div 0{,}65) + 0{,}6 \operatorname{sen} \beta_2 \approx 0{,}6(1 + \operatorname{sen} \beta_2)$.

Como en el caso de la corrección de Stodola, es posible relacionar en la corrección de Pfleiderer, las alturas correspondientes a un número finito y a un número infinito de álabes, del modo siguiente,

$$gH_{t,N} = gH_{t,\infty} - \chi u_2^2 , \tag{6.35}$$

y sustituyendo en esta ecuación la (6.34), se obtiene

$$gH_{t,N} = \frac{gH_{t,\infty}}{1+\dfrac{2\psi}{N[1-(r_1/r_2)^2]}}. \tag{6.36}$$

(Puede observarse que ahora las alturas $gH_{t,\infty}$ y $gH_{t,N}$ son líneas de distintas pendiente).

6.4.3 Coeficiente de disminución de trabajo. Corrección de Eck

En la práctica, puesto que en muchos casos no existe prerrotación en bombas (o puede despreciarse, por ser pequeña la componente acimutal de la velocidad absoluta en la entrada del rodete), puede definirse el denominado *coeficiente de disminución de trabajo*, que se denotará por μ, a partir del cociente entre la altura teórica con número finito de álabes, y la altura teórica con número infinito de álabes,

$$\mu = \frac{gH_{t,N}}{gH_{t,\infty}} = \frac{v'_{u2}u_2 - v_{u1}u_1}{v_{u2}u_2 - v_{u1}u_1} = \frac{v'_{u2}}{v_{u2}}, \tag{6.37}$$

de modo que si se conocen valores para este coeficiente (estos valores deben ser experimentales, y dependerán en general del tipo de bomba), puede efectuarse una corrección por desviación de flujo rápida, aunque muy aproximada. Nekrasov aconseja los valores que aparecen en la Tabla 6.2 para el coeficiente de disminución de trabajo, en función únicamente del número de álabes.

COEFICIENTE DE DISMINUCIÓN DE TRABAJO							
N	4	6	8	10	12	16	24
μ	0,624	0,714	0,768	0,806	0,834	0,870	0,908

Tabla 6.2: Coeficiente de disminución de trabajo para bombas centrífugas.

Eck ha propuesto los siguientes valores del coeficiente de trabajo, en función del número de álabes y también de β_2:

$$\mu = 1 - \left(\frac{\pi}{N}\right)\operatorname{sen}\beta_2, \tag{6.38}$$

para r_1/r_2 pequeños, y

$$\mu = 1 - \left(\frac{4\pi}{3N}\right)\operatorname{sen}\beta_2, \tag{6.39}$$

para $r_1/r_2 \approx 0{,}5$.

Cabe indicar que con el coeficiente de disminución de trabajo, se está efectuando una corrección del tipo de la propuesta por Pfleiderer.

DESVIACIÓN DEL FLUJO EN TURBINAS

Como se ha indicado anteriormente, la desviación del flujo unidimensional es menos importante en el caso de turbinas que en el caso de bombas. No obstante, puede decirse que en el caso de turbinas radiales tipo Francis, puesto que normalmente en el diseño se impone la condición de no existencia de momento cinético en la salida del rodete, se comprueba experimentalmente que la desviación respecto de esta suposición se traduce en un momento cinético en la salida del orden del 10 % respecto del momento cinético en la entrada del rodete.

Bibliografía consultada

Hernández Krahe, J.M., *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, UNED, Madrid, 1976.
Nekrasov, B., *Hidráulica*, Mir, Moscú, 1968.
Pfleiderer, C., *Bombas centrífugas y turbocompresores*, Labor, Barcelona, 1960.
Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.
Stepanoff, A.J., *Centrifugal and axial flow pumps*, Wiley, 1957.
Turton, R.K., *Principles of turbomachinery*, E. & F.N. Spon, London, 1984.

7. TEORÍA BIDIMENSIONAL DE TURBOMÁQUINAS AXIALES

7.1 Hipótesis de la teoría bidimensional de turbomáquinas axiales

Una máquina axial típica, como la que se muestra de forma esquemática en la Figura 7.1, tiene la estructura de un eje central, cuya dirección es la que sigue principalmente la corriente al atravesar la máquina, y de una o varias cascadas de álabes, algunas fijas (estátores) como las correspondientes al distribuidor de entrada o al difusor de salida en la figura, y otras móviles (rotores), que giran solidariamente con el eje. La complejidad de este esquema puede variar desde un único rotor, sin ningún estátor, hasta varias etapas o escalones de conjuntos rotor-estátor. Cuando ocurre esto último, normalmente se estudia y determina el comportamiento de cada etapa o escalón rotor-estátor.

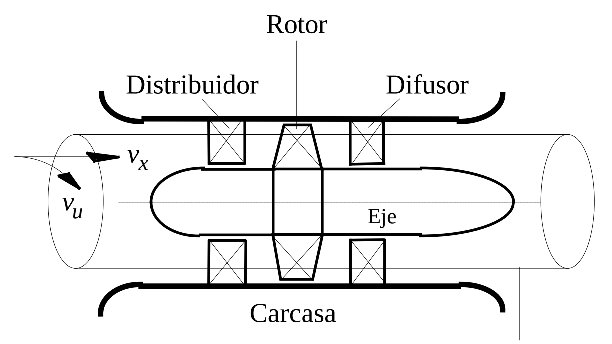


Figura 7.1: Elementos típicos de una turbomáquina axial pura compuesta por un único rodete, difusor y distribuidor.

El movimiento del fluido en turbomáquinas axiales puede simplificarse si se considera que las partículas fluidas se mueven en superficies de corriente cilíndricas y que no modifican por lo tanto su distancia al eje. El campo de velocidades se reduce a las componentes axial y circunferencial, pues la componente radial se supone nula en cualquier punto. Esta hipótesis es suficientemente aproximada siempre que la máquina esté funcionando cerca de su punto de diseño, habiéndose realizado este diseño tratando de obtener normalmente un intercambio de energía mecánica específica uniforme para todas las superficies de corriente.

Se supondrá que en cada superficie de corriente cilíndrica coaxial, el flujo relativo está perfectamente guiado por los álabes. De esta manera, se adopta el enfoque *unidimensional*. El análisis del comportamiento de la turbomáquina puede hacerse estudiando distintas superficies cilíndricas desde la raíz a la punta de los álabes, como se verá en las siguientes secciones. A lo largo de la coordenada radial, la forma de los triángulos de velocidad variará por el hecho de variar de un lado la velocidad de arrastre y de otro por la torsión de los álabes. El flujo total obtenido es entonces *bidimensional*, aunque se considere guiado o

unidimensional en cada superficie de corriente cilíndrica. Se puede concluir que el carácter bidimensional del flujo en las máquinas axiales que se supone en este texto es diferente al de las máquinas radiales: en estas últimas, el flujo en las superficies de corriente perpendiculares al eje se suponía invariable con la coordenada axial, pudiéndose calcular la desviación angular del flujo mediante alguna de las teorías de flujo bidimensional como las de Stodola o Pfleiderer.

Si la superficie de corriente cilíndrica se desarrolla en un plano, se tiene el flujo a través de una *cascada de álabes* fija o móvil. Para que el movimiento a través de una cascada sea estacionario, se debe estudiar en velocidades absolutas en el caso de una cascada fija, o en velocidades relativas para el caso de los rotores. La velocidad acimutal entre un caso y otro se diferenciará en la de arrastre, $u = \Omega r$, pero la forma final de las ecuaciones de conservación es igual pues en el sistema relativo móvil las fuerzas de inercia centrífuga y de Coriolis que intervienen (y que no lo hacen en el caso de tomar un sistema de referencia fijo) son perpendiculares a la superficie de corriente considerada, razón por la que no realizan trabajo, no cambiando entonces el balance de energía intercambiada.

7.2 Flujo ideal en una cascada de álabes fija

Si el flujo atraviesa una cascada fija, el movimiento en el plano obtenido al desarrollar la superficie de corriente cilíndrica tiene unos triángulos de velocidad como los que se representan esquemáticamente en la Figura 7.2.[32]

Se supone que el flujo está completamente guiado por los álabes, de modo que como se ha indicado más arriba, los triángulos de velocidades serían, para cada superficie cilíndrica de corriente, unidimensionales. Por continuidad $v_{x1} = v_{x2} = v_a$, siendo v_a la velocidad axial. La circulación de la velocidad,

$$\Gamma = \oint_L \vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{l}, \tag{7.1}$$

a lo largo de la línea cerrada L formada por las líneas de corriente medias y los tramos circunferenciales por delante y por detrás del álabe (véase la Figura 7.2) resulta

$$\Gamma = \frac{2\pi r}{N}(v_{u1} - v_{u2}) = t(v_{u1} - v_{u2}), \tag{7.2}$$

donde t es el espaciado o paso entre los álabes, y r el radio de la superficie de corriente considerada.

Si al volumen definido por la línea cerrada L se aplica la ecuación de conservación de la cantidad del movimiento en forma integral, se obtiene la fuerza que sobre el álabe ejerce el fluido contenido en esta superficie de corriente de espesor diferencial,

$$\vec{F} = t(p_1 - p_2)\vec{e}_x + \rho v_a t(v_{u1} - v_{u2})\vec{e}_u. \tag{7.3}$$

Manteniendo la hipótesis de fluido ideal, puede utilizarse la ecuación de Bernoulli; esta ecuación relaciona el salto de presiones con el de velocidades,

$$p_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2, \tag{7.4}$$

luego se tiene que

[32] En esta figura, α es el ángulo entre la línea de referencia del perfil (sobre la que se mide la cuerda l), y la dirección acimutal. Este ángulo se conoce como *ángulo de calado o de inclinación*.

$$p_1 - p_2 = \rho \frac{v_{u2}^2 - v_{u1}^2}{2} = \rho \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2}(v_{u2} - v_{u1}). \tag{7.5}$$

Las componentes axial y circunferencial de la fuerza sobre el álabe se obtienen combinando las Ecuaciones (7.3) y (7.5),

$$F_x = \rho \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} t \, \Delta v_u, \qquad F_u = -\rho v_a t \, \Delta v_u, \tag{7.6}$$

donde $\Delta v_u = v_{u2} - v_{u1}$.

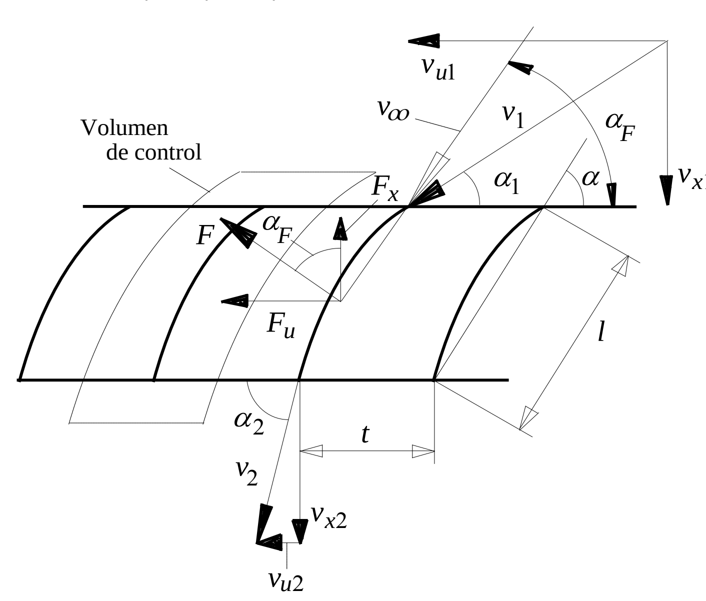


Figura 7.2: Esquema del flujo a través de una cascada de álabes fija.

Puede obtenerse ahora el módulo y la dirección de la fuerza F. La dirección se fija con el ángulo α_F que forma la fuerza con el eje de la máquina,

$$\begin{aligned} F &= (F_u^2 + F_x^2)^{1/2} = \rho[v_a^2 + \tfrac{1}{4}(v_{u1} + v_{u2})^2]^{1/2} t |\Delta v_u| = \rho[v_a^2 + \tfrac{1}{4}(v_{u1} + v_{u2})^2]^{1/2} \Gamma, \\ \operatorname{tg} \alpha_F &= \left| \frac{F_u}{F_x} \right| = \frac{v_a}{\tfrac{1}{2}(v_{u1} + v_{u2})}. \end{aligned} \tag{7.7}$$

7.2.1 Conceptos sobre la teoría del álabe aislado

Considérese el perfil aerodinámico de la Figura 7.3, que puede suponerse con luz infinita, es decir, sin bordes que generen efectos tridimensionales. El fluido incide sobre el perfil con una velocidad v_∞, formando un cierto ángulo de ataque α_a con respecto de la llamada *línea de sustentación nula*. En un perfil simétrico, la dirección de sustentación nula es el eje de simetría, pero en general esta dirección dependerá de la forma del perfil. Suponiendo que el flujo es perfectamente ideal, si el ángulo de ataque es nulo el fluido no ejerce fuerza alguna sobre el perfil. Puede comprobarse en este caso que no existe circulación de la velocidad alrededor del perfil. El flujo, que partiendo del reposo ($v_\infty = 0$) era inicialmente potencial, se mantiene entonces potencial.

Sin embargo, si la corriente fluida llega al perfil con un cierto ángulo de ataque respecto de la dirección de sustentación nula, se genera una circulación del flujo alrededor del perfil que, según la teoría ideal de Kutta-Joukowski, induce una fuerza en dirección perpendicular

a la corriente incidente dada por $F_L = \rho v_\infty \Gamma$ (el subíndice L proviene del inglés 'lift', *sustentación*), siendo Γ la circulación de la velocidad alrededor del perfil. Por tanto, $F_D = 0$, y $F = F_L$. El flujo sigue siendo globalmente potencial, pero en este caso la circulación Γ generada sobre el perfil se equilibra con la circulación en sentido contrario, $-\Gamma$, generada en el remolino desprendido desde el borde de salida del perfil.

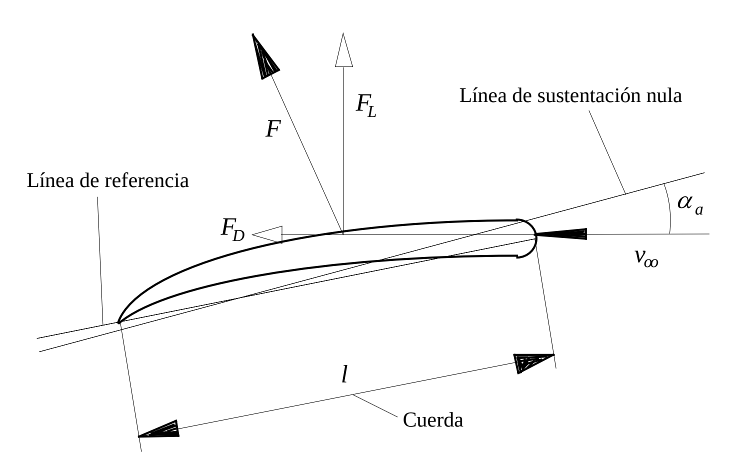


Figura 7.3: Ángulo de ataque del perfil aislado basado en la línea de sustentación nula.

En flujo ideal, la acción del fluido sobre el perfil se debe a las fuerzas de presión, de modo que la resultante de las fuerzas de presión sobre el *intradós* del perfil es mayor que la correspondiente sobre el *extradós* del perfil.

Si se tiene en cuenta el efecto de las fuerzas viscosas sobre el perfil, entonces la fuerza en dirección de la corriente incidente F_D no es nula. Aunque en general en un perfil aerodinámico F_L debe ser considerablemente mayor que F_D, en algunos casos la *fuerza de resistencia* o pérdida F_D (el subíndice D proviene del inglés 'drag') puede llegar a ser importante. Para evaluar el comportamiento del perfil, suelen definirse los coeficientes de sustentación, $C_L = 2F_L / \rho v_\infty^2 l$, y de resistencia, $C_D = 2F_D / \rho v_\infty^2 l$. Los valores que toman estos coeficientes para cada perfil dependen fundamentalmente del ángulo de ataque α_a.

7.2.2 Teorema de Kutta-Joukowski para una cascada de álabes

La circulación del fluido alrededor de un perfil en el seno de una cascada de álabes viene dada por la relación cinemática (7.2). Además, la aplicación de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento ha proporcionado las relaciones dadas por la Ecuación (7.7). De esta manera, puede establecerse la teoría ideal de Kutta-Joukowski para un álabe inserto en una cascada de álabes, a partir de las relaciones para el álabe aislado dadas en la sección anterior.

La velocidad en el infinito v_∞ es la suma vectorial de la velocidad axial y de una velocidad acimutal, $v_{u,\infty}$, media de las velocidades acimutales antes y después de la cascada (véase la Figura 7.4), por lo que puede ponerse

$$\vec{v}_\infty = v_a \vec{e}_x + v_{u,\infty} \vec{e}_u, \quad \text{con} \quad v_{u,\infty} = \tfrac{1}{2}(v_{u1} + v_{u2}),$$
$$\tan \alpha_\infty = \frac{v_a}{\tfrac{1}{2}(v_{u1} + v_{u2})} = \frac{v_a}{v_{u,\infty}}. \qquad (7.8)$$

Por ser la fuerza resultante F perpendicular a v_∞ con flujo ideal, lógicamente debe cumplirse que el ángulo α_∞ de la Figura 7.4 es igual al α_F definido en la Figura 7.2. Por supuesto, en general α_∞ no coincide con el *ángulo de calado*, $\alpha_\infty \neq \alpha$, pudiéndose denominar *ángulo de incidencia* a la diferencia entre ambos. Para cada perfil, y en función

de la definición que se haga del ángulo de ataque, este ángulo de incidencia está relacionado o puede coincidir con el mismo ángulo de ataque. Más adelante se explica con más detalle este extremo.

El coeficiente de sustentación para un perfil en el seno de una cascada es entonces

$$F = F_L = \rho v_\infty t \left|\Delta v_u\right|, \quad C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho v_\infty^2 l} = \frac{2\left|\Delta v_u\right|}{v_\infty}\frac{t}{l}, \tag{7.9}$$

donde l es la cuerda del perfil (Figuras 7.2 y 7.3). Las expresiones (7.8) y (7.9) constituyen la teoría de Kutta-Joukowski para una cascada de álabes. Cuando la separación entre álabes tiende a ser muy grande, manteniendo la circulación alrededor del perfil constante, las diferencias entre las componentes acimutales de velocidad se aproximan a cero, resultando entonces la teoría del perfil aislado.

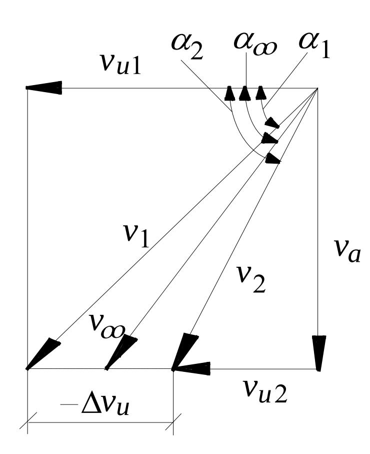


Figura 7.4: Triángulos de velocidad en una cascada de álabes fija.

Se ha llegado por tanto a relacionar el efecto de la cascada de álabes fija, consistente en una variación de la velocidad acimutal del flujo, sobre el coeficiente de sustentación del perfil del álabe. Este coeficiente, para un perfil aislado, es sólo función del ángulo de ataque, α_a, que es normalmente el ángulo que forma la dirección de la corriente incidente en el infinito con la dirección de sustentación nula, como se visto anteriormente (véase la Figura 7.3)[33]. Lógicamente, el comportamiento del perfil situado en el seno de una cascada es diferente, y el valor del coeficiente de sustentación será distinto al correspondiente al perfil aislado; la determinación de su valor es un problema de cálculo complejo, del que existen unas pocas soluciones analíticas. Entre ellas, se verá en la siguiente sección la de Weining.

Por último, la consideración de las pérdidas que se producen en un caso real hace que las relaciones que se han determinado deban cambiar. Como se ha explicado antes, es preciso retener la presencia de una fuerza de arrastre o resistencia F_D; esto se tratará más detenidamente en el Capítulo 8.

7.2.3 Solución teórica de Weining para una cascada de placas planas

En el caso de un perfil aislado (subíndice 0, en adelante), la teoría del flujo potencial sin circulación indica que la fuerza sobre el perfil, tal como se ha indicado anteriormente, es

$$F_0 = \rho \Gamma v_\infty , \tag{7.10}$$

siendo la circulación

[33] Una definición alternativa del ángulo de ataque sería la correspondiente al ángulo comprendido entre la línea de referencia del perfil (que une los extremos del mismo y sobre la que se define la cuerda), y la dirección de la velocidad incidente. Con esta definición, α_a es directamente la diferencia entre α y α_∞, y generalmente forma un ángulo negativo α_0 con la línea de sustentación nula (entre 0 y –4º en la mayoría de perfiles).

$$\Gamma = \text{cte}\, v_\infty l \,\text{sen}\, \alpha_a, \tag{7.11}$$

donde la constante (cte) depende de la forma del perfil. Como se ha explicado, esta fuerza es perpendicular a la dirección de la corriente incidente en régimen ideal. En el caso de una placa plana, puede comprobarse que la constante es igual a π, de modo que el coeficiente de sustentación es

$$C_{L0} = \frac{F_{L0}}{\frac{1}{2}\rho l v_\infty^2} = 2\pi \,\text{sen}\, \alpha_a, \tag{7.12}$$

existiendo una solución teórica para el coeficiente de sustentación C_L del perfil en una cascada de álabes, debida a Weining, que proporciona un coeficiente de corrección $C_L/C_{L,0}$, como función (k) de la relación entre el paso entre los perfiles, t, la cuerda del perfil, l, y el ángulo de calado α (Figuras 7.5 y 7.6),

$$\frac{C_L}{C_{L0}} = k\left(\frac{t}{l}, \alpha\right), \quad \text{de donde} \quad C_L = 2\pi k \,\text{sen}\, \alpha_a. \tag{7.13}$$

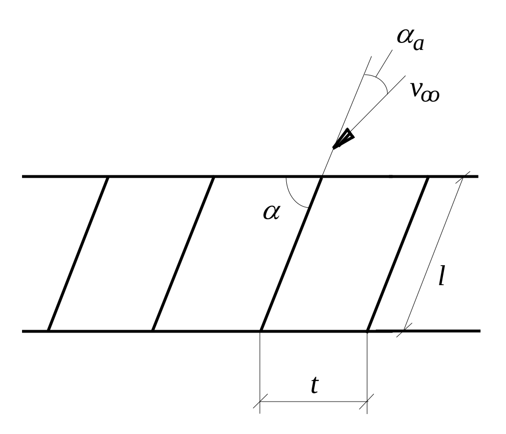


Figura 7.5: Cascada de placas planas para la solución teórica de Weining.

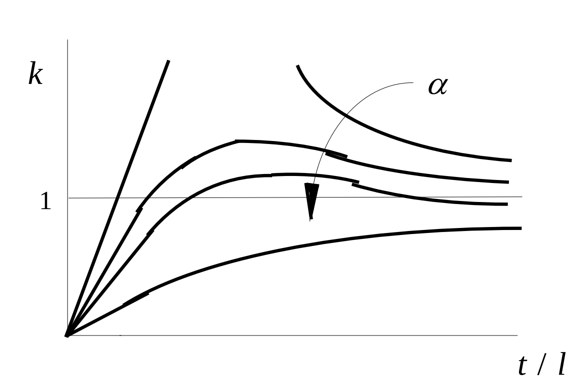


Figura 7.6: Esquema del diagrama de Weining para la función k correspondiente a la cascada de placas planas de la Figura 7.5.

7.2.4 Consideraciones sobre el flujo bidimensional a través de una cascada

En general, para perfiles de curvatura y espesor cualquiera, puede deducirse por análisis dimensional que el coeficiente de sustentación resulta $C_L = C_L(\alpha, t/l, \alpha_a)$, de modo que debe obtenerse bien experimentalmente, bien mediante métodos computacionales complejos para resolver el flujo. Se puede afirmar, no obstante, que para valores del paso relativamente pequeños (número de álabes N muy grande), la dirección de salida del flujo es casi independiente de la velocidad incidente, obteniéndose un efecto director del flujo muy acusado y cercano al predicho por la teoría unidimensional (es decir, el flujo relativo a través de cada una de las superficies de corriente está determinado por la dirección de los álabes en dicha superficie cilíndrica). En el caso de una cascada de placas planas, esto se traduciría en que la velocidad de salida sería la de inclinación de las placas $(\alpha_2 = \alpha)$, lo que significa que

$$k = \frac{2}{\pi}\frac{t}{l}\frac{1}{\text{sen}\, \alpha}, \tag{7.14}$$

que se corresponde con las rectas que parten del origen (variando α) en la solución de Weining (Figura 7.6), apartándose la solución general de esta aproximación a medida que el paso relativo t/l es mayor. A medida que t/l aumenta, el número de álabes disminuye, y baja por tanto el efecto de guiado, existiendo de este modo un movimiento en general bidimensional en cada superficie de corriente considerada. No existe, sin embargo, una teoría general simplificada del tipo de la Pfleiderer o Stodola que sea aplicable a las turbomáquinas axiales para poder calcular la desviación angular del flujo respecto de la teoría unidimensional, para cada superficie cilíndrica de corriente que se quiera considerar.

7.3 Flujo ideal a través de una cascada de álabes móvil

Se desea analizar ahora el movimiento relativo entre los álabes de una cascada móvil, por lo que es necesario formar los triángulos de velocidades añadiendo a la velocidad acimutal, la de arrastre, como se muestra en la Figura 7.7, en el caso del elemento móvil, el rotor.

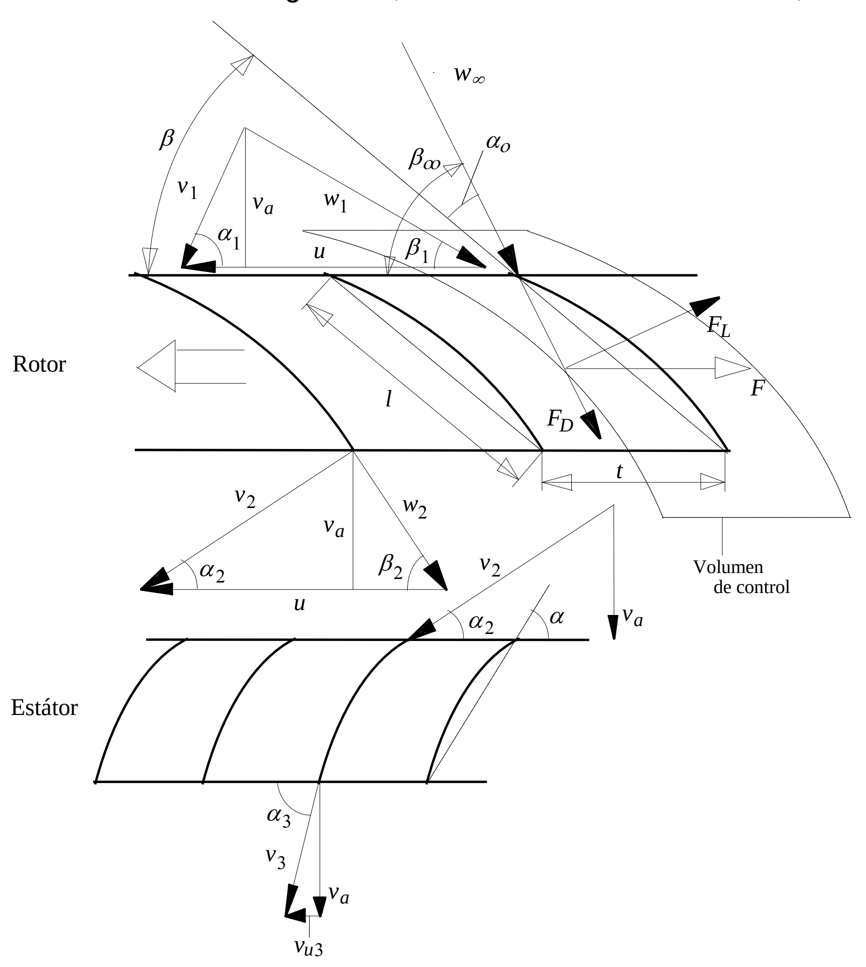


Figura 7.7: Triángulos de velocidades en una cascada de álabes móvil (rotor) y en una cascada de álabes fija (estátor). En esta figura se ha dibujado una componente F_D de la fuerza F, que aparecería en el caso de considerar flujo con pérdidas. En este capítulo se considera flujo ideal, de modo que $F_D = 0$, y $F = F_L$, resultando esta fuerza perpendicular a la dirección de la velocidad incidente desde el infinito. Se considerará el flujo real, con $F_D \neq 0$, en el Capítulo 9.

Como ya se ha explicado anteriormente, el hecho de plantear el problema en un sistema relativo no modifica las ecuaciones, ya que las fuerzas de inercia no afectan al movimiento bidimensional. Serán válidas todas las relaciones obtenidas hasta ahora,

sustituyendo por supuesto la velocidad absoluta por la relativa, a excepción de la componente axial, que no es necesario modificar. La circulación de la velocidad relativa en torno al álabe puede ponerse como sigue:

$$\Gamma = \oint_L \vec{w} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = t(-\vec{w}_1 \cdot \vec{e}_u + \vec{w}_2 \cdot \vec{e}_u) = \frac{2\pi r}{N}(w_{u1} - w_{u2}) \tag{7.15}$$

expresión que arroja una circulación negativa, es decir, en sentido contrario al antihorario acordado como positivo en este texto, puesto que $\vec{w}_1 \cdot \vec{e}_u > \vec{w}_2 \cdot \vec{e}_u$. La última igualdad de la ecuación anterior es cierta porque $w_{u1} = -\vec{w}_1 \cdot \vec{e}_u$ y $w_{u2} = -\vec{w}_2 \cdot \vec{e}_u$, según la notación seguida. En cualquier caso, la circulación puede plantearse también en términos de la velocidad absoluta, puesto que se cumple que $|\Delta w_u| = |\Delta v_u|$ (esto puede demostrarse simplemente observando los triángulos de velocidades[34]).

La diferencia de presión puede ponerse

$$p_1 - p_2 = \rho \frac{w_{u2}^2 - w_{u1}^2}{2} = \rho \frac{w_{u1} + w_{u2}}{2} \Delta w_u, \tag{7.16}$$

y las componentes de la fuerza,

$$F_x = -\rho \frac{w_{u1} + w_{u2}}{2} t\, \Delta w_u, \quad F_u = \rho v_a t\, \Delta w_u, \tag{7.17}$$

con $\Delta w_u = w_{u2} - w_{u1}$.

La velocidad incidente es

$$\vec{w}_\infty = v_a \vec{e}_x + w_{u,\infty} \vec{e}_u, \quad \text{con} \quad w_{u,\infty} = \tfrac{1}{2}(w_{u1} + w_{u2}), \tag{7.18}$$

de modo que puede expresarse la fuerza sobre el perfil como sigue:

$$F = F_L = \rho w_\infty t |\Delta w_u|, \tag{7.19}$$

y el coeficiente de sustentación,

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho w_\infty^2 l} = \frac{2|\Delta w_u|}{w_\infty} \frac{t}{l}. \tag{7.20}$$

En el rodete, el coeficiente de sustentación del álabe se relaciona directamente con el salto energético a través del mismo. Puesto que la Ecuación de Euler proporciona la energía mecánica específica comunicada del modo siguiente:

$$gH_t = u|\Delta v_u| = u|\Delta w_u| = u \frac{C_L w_\infty}{2\, t/l} = \frac{\Omega C_L w_\infty l N}{4\pi}, \tag{7.21}$$

es necesario resolver el flujo, calculando la modificación de la componente acimutal, para poder evaluar el valor de gH_t en función del coeficiente de sustentación del álabe.

7.4 Flujo ideal en un escalón rotor-estátor. Grado de reacción

En muchos casos, las máquinas axiales están formadas por uno o más conjuntos rotor-estátor. Al atravesar el fluido un conjunto rotor-estátor, los triángulos de velocidades toman la forma que se muestra en la Figura 7.7.

[34] Según el criterio seguido a lo largo del texto, $u = v_u + w_u$, luego se cumple que $\Delta v_u = -\Delta w_u$, siendo lógicamente iguales en valor absoluto.

Para llegar a expresiones suficientemente simplificadas, se seguirá suponiendo en esta sección que el flujo es ideal, es decir, que las pérdidas hidráulicas internas son despreciables. Aplicando la ecuación de Bernoulli en el movimiento relativo (Ecuación 4.21), la diferencia de presión entre la entrada y la salida del rotor puede ponerse

$$p_2 - p_1 = \tfrac{1}{2}\rho(w_1^2 - w_2^2). \tag{7.22}$$

A través del estátor, la diferencia de presión es

$$p_3 - p_2 = \tfrac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_3^2). \tag{7.23}$$

La diferencia de presión total a través del conjunto rotor-estátor puede expresarse mediante un *coeficiente de presión*, definido por

$$\psi_P = \frac{p_3 - p_1}{\rho u^2}. \tag{7.24}$$

Por otro lado, el *coeficiente de velocidad* puede definirse por

$$\phi = \frac{v_a}{u}. \tag{7.25}$$

La función del estátor, situado tras el rotor, es recuperar energía de presión a costa de energía cinética (es decir, maximizar el coeficiente de presión), y dejar el flujo con una dirección semejante a la de entrada. Puede suponerse por tanto que $\alpha_1 = \alpha_3$, lo que significa que $v_1 = v_3$. El aumento de energía mecánica específica total se debe en este caso únicamente a la diferencia de presión, como se demuestra a continuación,

$$\begin{aligned} p_3 - p_1 &= (p_3 - p_2) + (p_2 - p_1) = \tfrac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_3^2 + w_1^2 - w_2^2) \\ &= \tfrac{1}{2}\rho(v_{u2}^2 - v_{u3}^2 + w_{u1}^2 - w_{u2}^2), \end{aligned} \tag{7.26}$$

de modo que

$$p_3 - p_1 = \rho u(v_{u2} - v_{u1}) = \rho u \Delta v_u, \tag{7.27}$$

lo que significa que el coeficiente de presión se puede poner en función de los ángulos de la velocidad absoluta antes y después del rotor,

$$\psi_P = \frac{\Delta v_u}{u} = \frac{v_a}{u}(\text{cotan}\,\alpha_2 - \text{cotan}\,\alpha_1). \tag{7.28}$$

Si además se utiliza la relación obtenida del triángulo de velocidades

$$\text{cotan}\,\beta_2 = \frac{u}{v_a} - \text{cotan}\,\alpha_2, \tag{7.29}$$

resulta una relación entre el coeficiente de presión y el de velocidad de la forma[35]

$$\psi_P = 1 - \phi(\text{cotan}\,\alpha_1 + \text{cotan}\,\beta_2). \tag{7.30}$$

expresión que puede entenderse como un conjunto de curvas características semejantes a las ideales para máquinas radiales, y que se representan esquemáticamente en la Figura 7.8. Para $(\text{cotan}\,\alpha_1 + \text{cotan}\,\beta_2) > 0$, el funcionamiento es estable, y para $(\text{cotan}\,\alpha_1 + \text{cotan}\,\beta_2) < 0$, el funcionamiento llega a ser inestable. Existe por tanto una cierta analogía con la

[35] Téngase en cuenta que la Ecuación (7.30) sólo es válida si se cumple la condición expuesta anteriormente, $\alpha_1 = \alpha_3$.

condición de estabilidad de una bomba centrífuga en función del valor del ángulo β_2 en la salida del rodete.

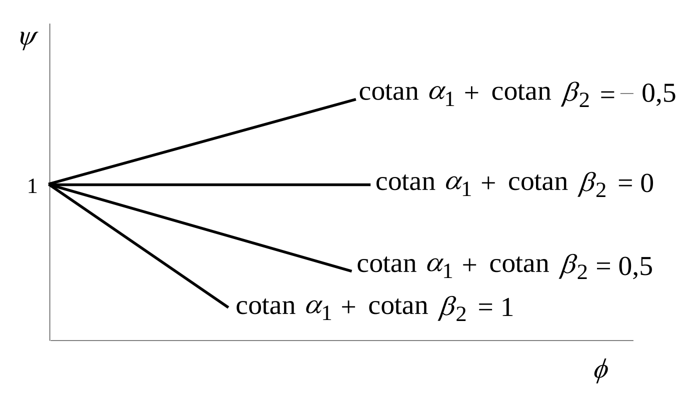


Figura 7.8: Relación ideal entre el coeficiente de presión y el de velocidad en varios casos, para una turbomáquina axial.

GRADO DE REACCIÓN

Manteniendo la suposición de flujo ideal, ya se vio en el Capítulo 4 que podía llegarse a una expresión simplificada de carácter cinemático. Ahora, una vez definidos w_∞, $w_{u,\infty}$ y β_∞, puede ponerse

$$\sigma_R = \frac{p_2 - p_1}{\rho g H_t} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2u\Delta v_u} = \frac{w_{u,\infty}}{u} = \frac{v_a}{u}\,\text{cotan}\,\beta_\infty . \tag{7.31}$$

Teniendo en cuenta que $\text{cotan}\,\beta_\infty = (\text{cotan}\,\beta_1 + \text{cotan}\,\beta_2)/2$, y empleando la relación (7.29) entre α y β, se puede llegar a la siguiente expresión del grado de reacción

$$\sigma_R = \frac{1}{2} - \frac{v_a}{u}\frac{\text{cotan}\,\alpha_1 - \text{cotan}\,\beta_2}{2} . \tag{7.32}$$

Un objetivo muy común en el diseño del rotor, o al menos de su sección media, (ya que los triángulos de velocidad y el grado de reacción varían en general a lo largo del mismo), es que se cumpla que los triángulos sean simétricos con respecto al eje (velocidad axial), esto es, $\beta_1 = \alpha_2$ y $\beta_2 = \alpha_1$, con lo que el grado de reacción es 0,5. Con las suposiciones realizadas, puede comprobarse que los triángulos así obtenidos son efectivamente simétricos, de modo que los módulos de las distintas componentes de velocidad coinciden en la entrada y en la salida. Debe recordarse que la expresión (7.32) es estrictamente válida para flujo ideal.

7.5 Equilibrio radial en una turbomáquina axial. Ecuación fundamental del álabe

La teoría que se ha desarrollado consiste en suponer que el flujo tiene lugar en superficies cilíndricas coaxiales en las que el movimiento está guiado por los álabes, como se expuso en la Sección 7.1. El flujo así supuesto es similar en cuantas superficies de corriente coaxiales se consideren. Es decir, tanto en álabes fijos como móviles, el comportamiento del flujo es parecido desde la raíz a la punta del álabe, aunque las componentes de la velocidad lógicamente varíen. El flujo es estrictamente bidimensional, puesto que sólo pueden existir componentes axiales y acimutales de velocidad. Para que esta hipótesis sea cierta, es preciso imponer una cierta condición de equilibrio en dirección radial. Como se verá a continuación, la consideración de uniformidad transversal de energía es la más empleada en el diseño. Esta condición lleva a que no existan desequilibrios radiales de energía que provocarían la aparición de un campo de velocidad radial, lo que a su vez invalidaría la suposición de flujo estrictamente bidimensional.

El flujo del fluido al salir del rotor deberá cumplir la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, que en el movimiento absoluto y en dirección radial (sistema de ejes cilíndrico ortogonal), puede ponerse

$$\rho\left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_u}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_x \frac{\partial v_r}{\partial x} - \frac{v_u^2}{r} \right) = \rho f_{m,r} - \frac{\partial p}{\partial r} + F_{\tau',r} \, , \tag{7.33}$$

siendo $f_{m,r}$ la componente radial de las fuerzas másicas (solo intervienen las fuerzas gravitatorias en el movimiento absoluto, de modo que se pueden agrupar en el término de presión), y $F_{\tau',r}$ la componente radial de la fuerza ejercida por los efectos viscosos (que puede suponerse despreciable, consiguiendo así una mayor simplicidad). Puesto que la componente radial de velocidad v_r es nula, existiendo además simetría en dirección acimutal, la Ecuación (7.33) resulta simplemente como sigue:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{v_u^2}{r}. \tag{7.34}$$

Si se quiere que la energía mecánica comunicada también sea uniforme para todas las superficies de corriente[36], se tiene que

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{p}{\rho} + \frac{v_a^2}{2} + \frac{v_u^2}{2} \right) = 0 \, , \tag{7.35}$$

por lo que al sustituir el gradiente radial de presión dado por la Ecuación (7.34) se obtiene la siguiente condición cinemática:

$$\frac{v_u^2}{r} + v_u \frac{\partial v_u}{\partial r} + v_a \frac{\partial v_a}{\partial r} = 0. \tag{7.36}$$

Si previamente en las cascadas de álabes la velocidad axial era uniforme en dirección radial, y se quiere mantener la hipótesis de movimiento bidimensional, por continuidad en la salida será también uniforme radialmente la velocidad axial, lo que significa que

$$\frac{v_u}{r} + \frac{\partial v_u}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial (r v_u)}{\partial r} = 0. \tag{7.37}$$

En consecuencia, el flujo que sale de la máquina axial debe tener una distribución de velocidad acimutal que cumpla que rv_u = cte (es decir, un momento cinético uniforme), formando lo que se denomina *torbellino libre*, siendo una consideración importante en el análisis de las distintas superficies de corriente del álabe. Puede comprobarse mediante la Ecuación de Euler[37] que para que se cumpla la uniformidad de momento cinético, es necesario que $C_L l w_\infty$ se mantenga constante para cada superficie de corriente considerada, es decir, constante con el radio r a lo largo del álabe; como w_∞ aumenta con r, lo que se hace normalmente es disminuir tanto C_L (disminuyendo el ángulo de ataque de la corriente sobre el álabe, es decir, torsionando el álabe gradualmente con el radio), como la cuerda l (esta es la razón por la que la mayoría de los álabes son más anchos en la raíz que en la punta). La condición consistente en que $C_L l w_\infty$ = constante radialmente a lo largo del álabe constituye una ecuación de diseño para el mismo, por lo que se la conoce como *ecuación fundamental del álabe.*

---

[36] Por tanto, se impone la uniformidad de la altura calculada con la Ecuación de Euler.

[37] La Ecuación (7.21) puede ponerse por $(4g\pi/\Omega N)H_t = C_L l w_\infty$.

Esta condición de uniformidad de momento cinético no es la única posibilidad. Por ejemplo, la condición de vórtice o torbellino forzado se consigue por v_u/r = cte, y de modo general, $v_u r^n$ = cte. En un movimiento plano, la condición de torbellino forzado simula el flujo del fluido rotando en torno al eje de la turbomáquina como un sólido rígido. En general, distribuciones de velocidad acimutal diferentes a la correspondiente a torbellino libre conducen a que la velocidad axial deja de ser uniforme, o a distribuciones de energía mecánica específica no uniformes (lo que puede repercutir en condiciones de funcionamiento no estables). Si por ejemplo se impone la condición de que la altura comunicada por la Ecuación de Euler sea uniforme, pero sin obligar a que la velocidad axial lo sea también, el caudal total que atraviesa el rotor debe calcularse mediante una integración,

$$Q = \int_{r\,\text{raíz}}^{r\,\text{punta}} 2\pi v_a(r)\, r\, \mathrm{d}r \,. \tag{7.38}$$

Si por el contrario se impone la uniformidad de la velocidad axial, pero no así la uniformidad de la energía mecánica intercambiada, la altura de Euler media $\overline{H}_t$ se debe encontrar mediante una integración a lo largo de todo el álabe,

$$\pi(r_{\text{punta}}^2 - r_{\text{raíz}}^2)\overline{H}_t = \int_{r\,\text{raíz}}^{r\,\text{punta}} 2\pi H_t(r) r\, \mathrm{d}r. \tag{7.39}$$

Bibliografía consultada

Comolet, R., *Mécanique expérimentale des fluides*, Tomo 3, Masson, Paris, 1963.

Crespo, A., *Mecánica de Fluidos*, Thomson, 2006.

Pfleiderer, C., *Bombas centrífugas y turbocompresores*, Labor, Barcelona, 1960.

Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.

Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.

Turton, R.K., *Principles of turbomachinery*, E. & F.N. Spon, London, 1984.

Turton, R.K.(a), *Rotodynamic pump design*, Cambridge University Press, 1994.

PROBLEMAS RESUELTOS. BLOQUE II

Problema II-1 RESUELTO

En las bridas de entrada y de salida de una bomba centrífuga (Ω_S = 0,6) *se han medido las presiones relativas* p_e = – 0,4 m c.a. *y* p_s = 20 m c.a.*, respectivamente. Los correspondientes diámetros de las tuberías son* D_e = 50 mm *y* D_s = 40 mm. *Los diámetros interior y exterior del rodete son respectivamente* D_1 = 95 mm *y* D_2 = 240 mm*, siendo la anchura del álabe* $b_1 = b_2$ = 42 mm. *En la salida, los álabes están curvados hacia atrás* (β_2 = 30º)*. La bomba gira a* 1.500 *r.p.m. En estas condiciones, el rendimiento hidráulico es* 0,78. *Puede suponerse que la componente acimutal de la velocidad en la entrada del rodete es despreciable, para cualquier condición de funcionamiento. Utilizando la teoría unidimensional, se pide:*

a) *Determinar la curva de altura teórica de la bomba en función del caudal.*

b) *Calcular el caudal y la altura manométrica que está suministrando la bomba.*

c) *Comprobar si el punto de funcionamiento obtenido es el nominal (rendimiento máximo).*

d) *Calcular el ángulo del álabe* β_1 *en la entrada del rodete.*

e) *Mediante ensayos, se ha determinado que el punto de rendimiento máximo se obtiene con un caudal de* 0,056 m^3/s. *Calcular el rendimiento hidráulico en estas condiciones.*

f) *Ajustar el comportamiento de la bomba a una curva del tipo* $H_m = H_0\,[1 - (Q/Q_0)^2]$, *encontrando los valores de* H_0 y Q_0. *Comentar los resultados obtenidos.*

SOLUCIÓN

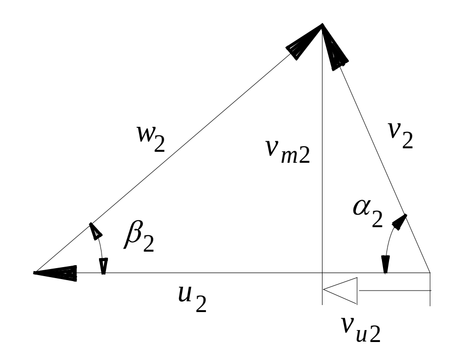
a) La ecuación de conservación del momento cinético para una turbomáquina (Ecuación de Euler) puede ponerse como sigue:

$$gH_t = u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1},$$

siendo H_t la altura teórica, que en este problema es igual a $H_{t,\infty}$, puesto que se emplea la teoría unidimensional. Se seguirá denotando entonces por H_t. Puesto que la componente acimutal de velocidad en la entrada del rodete, v_{u1}, es despreciable, resulta

$$H_t = \frac{u_2 v_{u2}}{g}.$$

La velocidad de arrastre u_2 se calcula por $u_2 = \Omega(D_2/2)$, y la componente acimutal de la velocidad en la salida del rodete se calcula con ayuda de las relaciones trigonométricas que se obtienen del triángulo de velocidades que se representa en la figura adjunta.



Puede comprobarse que v_{u2} es

$$v_{u2} = u_2 - \frac{v_{m2}}{\tan \beta_2},$$

siendo v_{m2} la componente meridiana de la velocidad.

En la práctica, puede decirse que la componente meridiana de velocidad es la que "proporciona" caudal a través del rodete, por lo que puede ponerse

$$v_{m2} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2}.$$

Con todo lo anterior, ya es posible poner la altura teórica con número infinito de álabes en función del caudal, como sigue:

$$H_t = \Omega \frac{D_2}{2g}\left(\Omega \frac{D_2}{2} - \frac{Q}{\pi D_2 b_2 \tan \beta_2}\right).$$

Sustituyendo valores numéricos en la ecuación anterior, se obtiene

$$H_t = 36{,}22 - 105{,}1\,Q.$$

b) La altura manométrica que está suministrando la bomba puede obtenerse a partir de su definición (se supone que son despreciables las fuerzas másicas),

$$H_m = \frac{p_s - p_e}{\rho g} + \frac{v_s^2 - v_e^2}{2g},$$

donde $p_s/\rho g$ = 20 m c.a. y $p_e/\rho g$ = – 0,4 m c.a. Las velocidades en las secciones de entrada y de salida pueden ponerse en función del caudal del modo siguiente,

$$v_e = \frac{4Q}{\pi D_e^2}, \quad v_s = \frac{4Q}{\pi D_s^2},$$

respectivamente. Por otra parte, la altura manométrica se relaciona con la altura teórica a través del rendimiento hidráulico o manométrico,

$$H_m = \eta_h H_t,$$

donde el rendimiento hidráulico es conocido, η_h = 0,78. Operando de forma conveniente, la ecuación anterior queda entonces únicamente en función del caudal. Sustituyendo valores numéricos, se obtiene una ecuación de segundo grado para Q,

$$Q^2 + 4{,}303\times10^{-3} Q - 4{,}121\times10^{-4} = 0,$$

que tiene por solución válida

$$Q = 0{,}01826 \text{ m}^3/\text{s}.$$

La altura manométrica que se obtiene con este valor del caudal es

$$H_m = 26{,}75\,\text{m}.$$

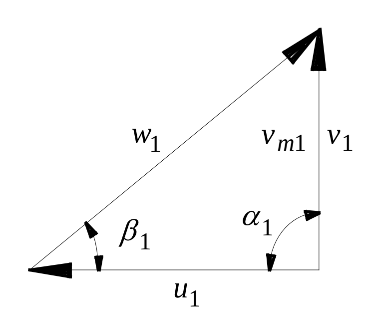
c) En el punto nominal de funcionamiento, el rendimiento es el más alto posible. La velocidad específica Ω_S es un parámetro de diseño de la máquina, que define el punto de funcionamiento nominal. Por tanto, si el caudal y la altura manométrica obtenidos en el apartado b) fuesen los nominales, se debería cumplir que la velocidad específica,

$$\Omega_s = \Omega \left. \frac{Q^{1/2}}{(gH_m)^{3/4}} \right|_{\eta\,\text{máx}},$$

calculada con Ω = 1.500(π/30) rad/s, Q = 0,01826 m^3/s y H_m = 26,75 m, fuese igual a 0,6, como indica el enunciado. Sin embargo, puede comprobarse que se obtiene un valor de 0,326, por lo que puede afirmarse que el punto de funcionamiento anterior no es el nominal. La bomba está funcionando en un punto de funcionamiento distinto, con un rendimiento que no es el óptimo.

d) El ángulo del álabe en la entrada del rodete puede calcularse a partir del triángulo de velocidades (véase la figura adjunta). Lógicamente, como v_{u1} = 0, se tiene que α_1 = 90º, v_{m1} = v_1, y

$$\tan\beta_1 = \frac{v_{m1}}{u_1} = \frac{Q/\pi D_1 b_1}{\Omega D_1/2},$$ de donde se obtiene $\beta_1 = 11{,}05º$.



e) Como se ha explicado anteriormente, debe cumplirse que Ω_S = 0,6 en el punto de funcionamiento nominal. Por tanto, de la ecuación

$$\Omega_S = \left(1.500\,\frac{\pi}{30}\,\text{rad/s}\right)\frac{(0{,}056\,\text{m}^3/\text{s})^{1/2}}{[(9{,}81\,\text{m/s}^2)H_m]^{3/4}} = 0{,}6,$$

puede hallarse la altura manométrica correspondiente al punto nominal de funcionamiento, resultando H_m = 24,99 m. Por otro lado, la altura teórica nominal puede determinarse mediante la ecuación hallada en el apartado a), resultando H_t = 30,33 m. El rendimiento nominal o máximo se obtiene entonces como sigue:

$$\eta_h = \frac{H_m}{H_t} = \frac{24{,}99\,\text{m}}{30{,}23\,\text{m}} = 0{,}824.$$

f) Se han determinado dos puntos de funcionamiento. Así pues, puede ponerse

$$26{,}75 = H_0\left[1-\left(\frac{0{,}01826}{Q_0}\right)^2\right], \quad 24{,}99 = H_0\left[1-\left(\frac{0{,}056}{Q_0}\right)^2\right],$$ de donde se obtiene:

$$Q_0 = 0{,}2072\ \ \text{m}^3/\text{s}, \quad H_0 = 26{,}96\ \ \text{m}.$$

Así pues, el ajuste se ha realizado mediante dos únicos puntos de funcionamiento. Esto quiere decir que probablemente la curva encontrada no describa correctamente el comportamiento de la bomba. Incluso esta curva podría dar lugar a puntos de funcionamiento con un mayor rendimiento que el nominal, lo que lógicamente no sería coherente con el desarrollo del problema. Esto se deriva de la simplificación que se hace al ajustar a una curva tan sencilla como la propuesta, y a que no se dispone de los datos correspondientes a otros puntos de funcionamiento.

Problema II-2 RESUELTO

La máquina hidráulica radial instalada en la central de Bajina Basta (Serbia) puede funcionar como bomba y como turbina, y tiene los siguientes puntos nominales de funcionamiento

Funcionamiento como bomba	
H_m (m)	602
Q (m^3/s)	41,8
W (MW)	281

Funcionamiento como turbina	
H_n (m)	554,1
Q (m^3/s)	61,8
W (MW)	294

Sus características geométricas son: diámetro exterior del rotor: 4,728 m; d*iámetro interior del rotor:* 2,180 m; *número de álabes:* 6; *ángulo* β *del álabe en el borde exterior:* 13º; *altura del álabe en ese mismo punto:* 0,312 m, *y velocidad de rotación:* 428,6 r.p.m.

Se pide analizar el movimiento en el interior de la máquina obteniendo la siguiente información:

a) Obtener el rendimiento total de la máquina como bomba y como turbina en estos puntos de funcionamiento nominal.

b) Cuando funciona como bomba se puede suponer un rendimiento volumétrico de 0,97*. Determinar la velocidad meridiana en la salida del rotor.*

c) Suponiendo que no existe prerrotación, obtener la altura teórica con infinito número de álabes, y la corregida por Stodola (tómese ε = 0,7*). A este último valor se le puede considerar como la altura intercambiada entre rotor y fluido ("altura útil"), por lo que se pide evaluar el rendimiento hidráulico.*

d) Con los resultados anteriores, se pide obtener el rendimiento orgánico de la máquina funcionando como bomba.

e) Si en el funcionamiento como turbina se considera que los rendimientos volumétrico y orgánico son iguales que funcionando como bomba, se pide determinar el rendimiento hidráulico y la velocidad meridiana en la entrada del fluido al rotor.

f) Suponiendo que la turbina deja el fluido sin momento cinético cuando sale de ella, y que no es preciso hacer corrección por desviación del flujo, se pide determinar el ángulo α *con que los álabes del distribuidor deben dejar la corriente en la entrada al rotor, y el ángulo de incidencia del flujo sobre los álabes de este último. Dibujar también el triángulo de velocidades en la entrada del rotor en esta situación.*

SOLUCIÓN

a) Funcionando como bomba, el rendimiento total puede calcularse como sigue:

$$\eta_t = \frac{\rho Q g H_m}{W} = \frac{(1.000\,\text{kg/m}^3)(41{,}8\,\text{m}^3/\text{s})(9{,}81\,\text{m/s}^2)(602\,\text{m})}{281\times 10^6\ \text{W}} = 0{,}878.$$

Funcionando como turbina, el rendimiento total resulta

$$\eta_t = \frac{W}{\rho Q g H_n} = \frac{294\times10^6\ \text{W}}{(1.000\ \text{kg/m}^3)(61{,}8\ \text{m}^3/\text{s})(9{,}81\ \text{m/s}^2)(554{,}1\ \text{m})} = 0{,}875.$$

b) Cuando funciona como bomba, en el interior de la máquina se trasiega un caudal, Q_i, mayor que el que realmente se está bombeando a la instalación, Q, de modo que

$$Q_i = \frac{Q}{\eta_v} = \frac{41{,}8\ \text{m}^3/\text{s}}{0{,}97} = 43{,}09\ \text{m}^3/\text{s}.$$

Puede calcularse ahora la velocidad meridiana en la salida del rodete, como sigue:

$$v_{m2} = \frac{Q_i}{\pi D_2 b_2} = \frac{43{,}09\ \text{m}^3/\text{s}}{\pi(4{,}728\ \text{m})(0{,}312\ \text{m})} = 9{,}299\ \text{m/s}.$$

c) En este apartado, se sigue suponiendo que la máquina funciona como bomba. Mediante la Ecuación de Euler, utilizando las velocidades halladas mediante la teoría unidimensional, puede calcularse la altura teórica con infinito número de álabes,

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1}}{g}.$$

En esta ecuación, $v_{u1} = 0$, puesto que no existe prerrotación del flujo en la entrada del rodete, y u_2 y v_{u2} se calculan como sigue:

$$u_2 = \Omega\frac{D_2}{2} = \left(428{,}6\frac{\pi}{30}\ \text{rad/s}\right)\left(\frac{4{,}728\ \text{m}}{2}\right) = 106{,}1\ \text{m/s},$$

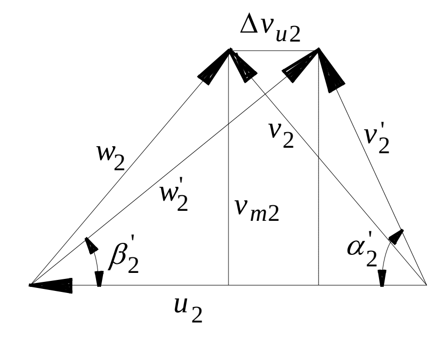
$$v_{u2} = u_2 - \frac{v_{m2}}{\tan\beta_2} = (106{,}1\ \text{m/s}) - \left(\frac{9{,}299\ \text{m/s}}{\tan 13^\text{o}}\right) = 65{,}83\ \text{m/s}.$$

La altura teórica con infinito número de álabes resulta

$$H_{t,\infty} = \frac{(65{,}83\ \text{m/s})(106{,}1\ \text{m/s})}{9{,}81\ \text{m/s}^2} = 712\ \text{m}.$$

Mediante la corrección de Stodola, se modifica la altura anterior para tener en cuenta la existencia de un número finito de álabes, corrigiendo la componente acimutal de la velocidad en la salida del rodete mediante un coeficiente χ que tiene en cuenta la desviación del flujo (véase la figura adjunta),

$$\Delta v_{u2} = \chi u_2 = \varepsilon\frac{\pi}{N}\operatorname{sen}\beta_2,$$



con ε dependiente del número de álabes (N = 6, dato del enunciado) y del ángulo del álabe en la salida del rodete (en este problema, se toma ε = 0,7). En adelante, se denotarán con primas (') las magnitudes "corregidas", es decir, las obtenidas mediante la teoría bidimensional.

Así pues, la componente acimutal corregida de la velocidad en la salida es

$$v'_{u2} = v_{u2} - \Delta v_{u2}.$$

Sustituyendo valores numéricos en la expresión anterior, se obtiene

$$v'_{u2} = 57{,}08\,\text{m/s}.$$

La altura teórica con número finito de álabes, H_t, puede calcularse a partir de la Ecuación de Euler utilizando las velocidades corregidas por desviación de flujo, como sigue:

$$H_t = \frac{u_2 v'_{u2}}{g} = \frac{(106{,}1\,\text{m/s})(57{,}08\,\text{m/s})}{9{,}81\,\text{m/s}} = 617{,}3\,\text{m},$$

y el rendimiento hidráulico o manométrico con número finito de álabes,

$$\eta_h = \frac{H_m}{H_t} = \frac{602\,\text{m}}{617{,}3\,\text{m}} = 0{,}975.$$

Obsérvese que el rendimiento obtenido es mayor al que se obtiene a partir de la altura teórica con número infinito de álabes,

$$\eta_{h,\infty} = \frac{H_m}{H_{t,\infty}} = \frac{602\,\text{m}}{712\,\text{m}} = 0{,}846.$$

d) El rendimiento orgánico puede calcularse teniendo en cuenta que el rendimiento total es

$$\eta_t = \eta_v \eta_h \eta_o,$$

de modo que puede comprobarse que el rendimiento orgánico resulta

$$\eta_o = 0{,}928.$$

e) En este apartado, y en el siguiente, se supone que la máquina funciona como turbina. El rendimiento hidráulico se calcula ahora como sigue:

$$\eta_h = \frac{\eta_t}{\eta_v \eta_o} = \frac{0{,}875}{(0{,}97)(0{,}928)} = 0{,}972.$$

Por otro lado, de la definición de rendimiento volumétrico para una turbina,

$$\eta_v = \frac{Q_i}{Q},$$

puede hallarse el caudal interno Q_i para calcular el valor de la velocidad meridiana en la entrada del rotor, v_{m1}. Puede comprobarse que Q_i resulta igual a 59,95 m^3/s. Téngase en cuenta además que las magnitudes con subíndice 2, pertenecientes en el caso de comportamiento como bomba a la sección de salida del rodete, pasan a denotarse con subíndice 1 en el caso de comportamiento como turbina, siendo correspondientes a la sección de entrada del rodete. La velocidad v_{m1} es:

$$v_{m1} = \frac{Q_i}{\pi D_1 b_1} = \frac{59{,}95\,\text{m}^3/\text{s}}{\pi(4{,}728\,\text{m})(0{,}312\,\text{m})} = 12{,}94\,\text{m/s}.$$

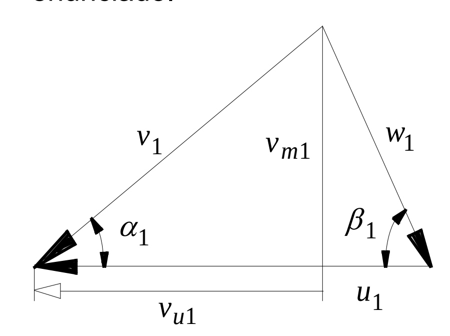
f) La Ecuación de Euler para una turbina puede ponerse de la forma siguiente (obsérvese que no es preciso hacer corrección por desviación del flujo):

$$H_t = \frac{u_1 v_{u1} - u_2 v_{u2}}{g}.$$

Como no existe momento cinético en la salida, $v_{u2} = 0$. Además, H_t puede calcularse como sigue:

$$H_t = \eta_h H_n = (0{,}972)(554{,}1\,\mathrm{m}) = 538{,}6\,\mathrm{m},$$

de modo que de la Ecuación de Euler puede determinarse la componente acimutal de velocidad en la entrada, v_{u1}. Puede comprobarse que se obtiene v_{u1} = 49,8 m/s. Es posible ahora, con ayuda de las relaciones trigonométricas del triángulo de velocidades en la entrada del rotor (véase la figura adjunta), calcular los ángulos que se piden en el enunciado.



Los ángulos del flujo α_1 y del álabe β_1 pueden hallarse como sigue:

$$\tan\alpha_1 = \frac{v_{m1}}{v_{u1}}, \quad \tan\beta_1 = \frac{v_{m1}}{u_1 - v_{u1}}.$$

Sustituyendo valores numéricos en las expresiones anteriores, se obtiene

$$\alpha_1 = 14{,}56^\circ, \quad \beta_1 = 12{,}94^\circ.$$

El primero de estos ángulos es con el que los álabes del distribuidor deben dejar la corriente en la entrada del rotor. El ángulo de incidencia del flujo sobre los álabes del rotor es la diferencia entre el ángulo del álabe en el borde exterior (13º) y el valor encontrado para β_1 (12,94º), resultando

$$13^\circ - 12{,}94^\circ = 0{,}06^\circ$$

Problema II-3 RESUELTO

En un embalse se quiere instalar una turbina con una altura bruta en el salto de 200 m. *La tubería forzada, que llevará un caudal nominal de* 16 m^3/s *hasta la turbina, tiene una longitud de* 600 m, *un diámetro de* 2 m *y una rugosidad* k = 0,2 mm. *Las pérdidas localizadas se deben a una rejilla en la entrada al conducto desde el embalse con* K = 1 *y a cuatro codos con* K = 0,15 *cada uno. Se pide:*

a) *Obtener la altura neta de la turbina para el caudal nominal.*

b) *Suponiendo que el grupo alternador requiere que la turbina gire a* 375 r.p.m., *elegir la familia de turbinas adecuada de la siguiente lista que ofrece un fabricante:*

Tipo	*Pelton*	*Francis lenta*	*Francis media*	*Francis rápida*	*Kaplan*
Ω_S	0,1	0,6	1,0	1,6	2,5

Para obtener las curvas características de la turbina, el fabricante realizó un ensayo en un modelo semejante al elegido pero a escala, con un diámetro exterior del rotor $D_1' = 0{,}5\,\mathrm{m}$ *y una altura neta* $H_n' = 10\,\mathrm{m}$, *obteniendo una curva de rendimiento total en función del parámetro adimensional de vueltas,* ω, *definido por* $\omega = (\Omega D_1)/(gH_n)^{1/2}$, *que puede ser ajustada por* $\eta_t = 0{,}23\,\omega(4 - \omega)$. *Con esta información, se pide*

c) *Determinar el diámetro exterior del rotor que debe darse a la turbina real para que en condiciones nominales trabaje en óptimo rendimiento. ¿Cual sería la potencia producida en estas condiciones?*

d) *Si para el diseño elegido la altura del álabe en la entrada es* $b_1 = 0{,}15\ D_1$ *y el ángulo del álabe en la entrada es* $\beta_1 = 14^{\circ}$*, determinar la posición nominal, definida a través del ángulo* $\alpha_N = \alpha_{1|nominal}$*, de la corona de álabes del distribuidor.*

e) *Si se cierra parcialmente el distribuidor diminuyendo su ángulo en* 10°*, ¿cuál es el caudal y la potencia obtenida en estas nuevas condiciones? Supóngase que el rendimiento respecto del obtenido en el ensayo varía con la abertura del distribuidor en la forma:*

$$\eta_t = \eta_t(\alpha_N)\frac{\alpha}{\alpha_N}\left(2-\frac{\alpha}{\alpha_N}\right).$$

SOLUCIÓN

a) La altura neta se calcula por

$$H_n = H_b - \Delta H_{inst},$$

siendo H_b la altura bruta y ΔH_{inst} la altura de pérdidas de la instalación (tubería forzada). La altura bruta es igual a 200 m, y la altura de pérdidas en la tubería forzada se calcula como sigue:

$$\Delta H_{\text{inst}} = \left(\lambda\frac{L}{D}+\Sigma_i K_i\right)\frac{v^2}{2g} = \left(\lambda\frac{L}{D}+\Sigma_i K_i\right)\frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4},$$

siendo $Q = 16$ m^3/s, $D = 2$ m, $L = 600$ m, $\Sigma_i K_i = 1 + (4 \times 0{,}15)$, y λ el coeficiente de pérdida de presión por fricción, que se determina en el diagrama de Moody (Apéndice A4), a través del número de Reynolds y de la rugosidad relativa de la tubería,

$$\text{Re} = \frac{vD}{\nu} = \frac{(5{,}093\,\text{m/s})(2\,\text{m})}{10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 1{,}02\times 10^{7},$$

$$\varepsilon = \frac{k}{D} = \frac{0{,}0002\,\text{m}}{2\,\text{m}} = 0{,}0001,$$

obteniéndose un valor de λ aproximadamente igual a $0{,}012$. Operando, la altura de pérdidas en la tubería forzada resulta

$$\Delta H_{\text{inst}} = 6{,}875\,\text{m},$$

de modo que la altura neta es

$$H_n = 200\,\text{m} - 6{,}875\,\text{m} = 193{,}1\,\text{m}.$$

b) Cada una de las familias de turbinas está caracterizada por un valor de la velocidad específica. Suponiendo que la turbina funciona en condiciones nominales de funcionamiento, es decir, con rendimiento máximo, la velocidad específica Ω_S resulta

$$\Omega_S = \Omega\left.\frac{Q^{1/2}}{(gH_n)^{3/4}}\right|_{\eta\,\text{máx}} = \left(375\frac{\pi}{30}\,\text{rad/s}\right)\frac{(16\,\text{m}^3/\text{s})^{1/2}}{[(9{,}81\,\text{m/s}^2)(193{,}1\,\text{m})]^{3/4}} = 0{,}547,$$

de modo que a la vista de la información recogida en la tabla del enunciado, se elige una turbina Francis lenta.

c) La curva de rendimiento total en función del parámetro ω es una parábola de eje vertical que corta al eje de abscisas para $\omega = 0$ y 4, y que tiene su máximo en $\omega = 2$. El valor del rendimiento máximo es por tanto

$$\eta_{t,\text{máx}} = 0{,}23 \times 2 \times (4-2) = 0{,}92.$$

Para que la turbina real trabaje en condiciones de máximo rendimiento, por semejanza física, debe cumplirse que en el punto de funcionamiento, el parámetro adimensional ω sea también igual a 2, es decir,

$$\omega = \frac{\Omega D_1}{(gH_n)^{1/2}} = 2,$$

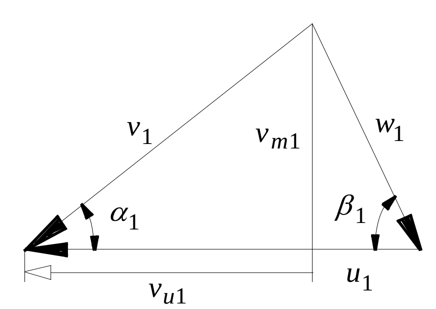
de donde puede encontrarse el diámetro D_1. Sustituyendo valores numéricos, resulta

$$D_1 = 2{,}217 \text{ m},$$

que es el diámetro del rotor necesario para que el punto de funcionamiento de la turbina real sea el nominal. La potencia que se produce en estas condiciones se calcula por

$$W_T = \eta_t \rho Q g H_n = 0{,}92\,(1.000 \text{ kg/m}^3)(16 \text{ m}^3/\text{s})(9{,}81 \text{ m/s}^2)(193{,}1 \text{ m}) = 27{,}89 \text{ MW}.$$

d) Se trata de calcular, con ayuda de las relaciones trigonométricas del triángulo de velocidades en la entrada de la turbina, el ángulo α_1 (véase la figura adjunta).



La velocidad meridiana, v_{m1}, puede calcularse por

$$v_{m1} = \frac{Q}{\pi D_1 b_1}$$

$$= \frac{16 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0{,}15 \times 2{,}217 \text{ m})(2{,}217 \text{ m})} = 6{,}908 \text{ m/s},$$

y la componente acimutal de la velocidad,

$$v_{u1} = u_1 - \frac{v_{m1}}{\tan \beta_1},$$

siendo $u_1 = \Omega\,(D_1/2)$. Sustituyendo valores numéricos, se obtiene

$$v_{u1} = 15{,}82 \text{ m/s}.$$

Puede calcularse ahora el ángulo que forman los álabes del distribuidor por

$$\tan \alpha_1 = \frac{v_{m1}}{v_{u1}} = \frac{6{,}908 \text{ m}}{15{,}82 \text{ m}},$$

obteniéndose

$$\alpha_1 = 23{,}59^\circ.$$

Este valor del ángulo es el *nominal* de la corona de álabes, puesto que se ha obtenido en condiciones nominales de funcionamiento.

e) El distribuidor es un elemento de regulación del funcionamiento de la turbina. El cierre de la corona de álabes hará disminuir el caudal que trasiega la máquina, y actuará sobre el triángulo de velocidades, haciendo variar el punto de funcionamiento de la máquina. En adelante, se notarán con primas (') las magnitudes que han variado respecto del punto de funcionamiento nominal. El nuevo valor del ángulo α es el siguiente:

$$\alpha' = \alpha_N - 10^{\circ} = 23{,}59^{\circ} - 10^{\circ} = 13{,}59^{\circ},$$

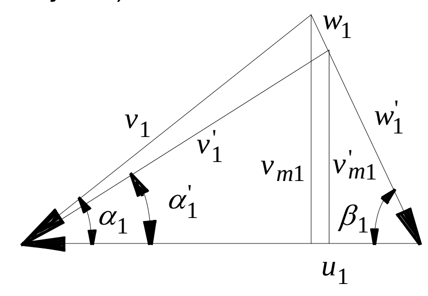
mientras que el ángulo β se mantiene (lógicamente, los álabes del rotor no giran y la dirección de la velocidad relativa a los mismos se mantiene). La velocidad de arrastre u_1 sólo depende de Ω y de D_1, y su valor sigue siendo el nominal. Así pues, utilizando las relaciones trigonométricas apropiadas, se llega a que la velocidad meridiana varía precisamente por variar el ángulo de los álabes del distribuidor,

$$v'_{m1} = \frac{u_1}{(1/\tan\alpha'_1) + (1/\tan\beta_1)},$$

obteniéndose

$$v'_{m1} = 5{,}343\ \text{m/s},$$

menor que el valor nominal que se ha calculado antes. Esquemáticamente, puede representarse la variación que ha experimentado el triángulo de velocidades (véase la figura adjunta).



El nuevo caudal se calcula a partir de la nueva velocidad meridiana,

$$Q' = \pi D_1 b_1 v'_{m1}.$$

Sustituyendo valores numéricos, se obtiene

$$Q' = 12{,}38\ \text{m}^3/\text{s}.$$

Para encontrar la potencia obtenida en estas condiciones, es preciso tener en cuenta que la altura neta varía como consecuencia de variar la altura de pérdidas en la tubería forzada, por variar a su vez el caudal. Volviendo a calcular ΔH_{inst}, con el nuevo valor del caudal, se obtiene

$$\Delta H'_{inst} = 4{,}116\ \text{m},$$

de modo que la altura neta es ahora

$$H'_n = 195{,}8\ \text{m}.$$

El rendimiento también ha cambiado. Mediante la expresión dada en el enunciado, puede calcularse su nuevo valor,

$$\eta'_t = 0{,}92\,\frac{13{,}59^{\circ}}{23{,}59^{\circ}}\left(2 - \frac{13{,}59^{\circ}}{23{,}59^{\circ}}\right) = 0{,}755.$$

Puede calcularse ya la potencia que se obtiene en estas condiciones,

$$W'_T = \eta'_t \rho Q' g H'_n = 0{,}755\,(1.000\ \text{kg/m}^3)(12{,}38\ \text{m}^3/\text{s})(9{,}81\ \text{m/s}^2)(195{,}8\ \text{m}) = 17{,}95\ \text{MW}.$$

Problema II-4 RESUELTO

La curva característica de una bomba centrífuga de velocidad específica $\Omega_S = 0{,}543$ *es una parábola de eje vertical; se conoce que la altura manométrica es de* 35 m *para caudal nulo, que el caudal para altura nula es de* 0,499 m³/s, *y que en el punto de rendimiento máximo* (η = 85 %), $Q = 0{,}0523$ m³/s *y* $H_m = 40$ m. *La bomba trasiega agua entre dos depósitos a la misma cota, venciendo las pérdidas que se producen en la conducción de* 10 cm *de diámetro, longitud* 20 m *y factor de pérdida de presión por fricción constante* $\lambda = 0{,}02$, *que conecta ambos depósitos. En la conducción se ha intercalado una válvula de regulación de constante de pérdida secundaria* $K = 1{,}5$ *en posición completamente abierta.*

a) *Determinar en primer lugar la curva característica de la bomba.*
b) *Hallar el punto de funcionamiento de la bomba en la instalación descrita, con la válvula completamente abierta.*
c) *Calcular el valor de la constante de pérdida secundaria en la válvula para que la bomba funcionara en condiciones de rendimiento máximo.*
d) *Calcular en la condición del apartado anterior la potencia y el par que consumiría la bomba.*
e) *Utilizando el diagrama de Cordier (suponiendo que la altura del rodete es el* 10 % *del diámetro exterior de la bomba, y que no existe prerrotación en la entrada), encontrar los valores de los ángulos* α_2 y β_2 *en la salida del rodete.*
f) *¿Cuál es la altura máxima que podría proporcionar la bomba?*
g) *Calcular el nuevo punto de funcionamiento de la bomba en la instalación descrita (con la válvula complemente abierta) si se la hace girar al doble de velocidad.*

SOLUCIÓN

a) Se planteará que la curva de altura manométrica de la bomba es de la forma:

$$H_m = a + bQ + cQ^2,$$

siendo a, b y c constantes a determinar; del enunciado del problema se obtienen tres puntos de la curva anterior: $Q = 0$, $H_m = 35$ m; $Q = 0{,}499$ m³/s, $H_m = 0$; $d\eta/dQ = 0$ para $Q = 0{,}0523$ m³/s, con $H_m = 40$ m, obteniéndose

$$H_m = 35 + 115Q - 371Q^2.$$

b) El punto de funcionamiento de la bomba se determina como sigue:

$$H_m = \left(\lambda \frac{L}{D} + \Sigma_i K_i\right) \frac{8Q^2}{\pi^2 g D^4},$$

siendo $\lambda = 0{,}02$, $L = 20$ m, $D = 0{,}1$ m y $\Sigma_i K_i = 1{,}5 + 1$. Operando, se obtiene

$$Q = 0{,}08871\,\mathrm{m}^3/s, \quad H_m = 42{,}28\,\mathrm{m}.$$

c) Imponiendo $H_m = 40$ m en la ecuación anterior, se obtiene que la constante de pérdida de la válvula deber ser 12,7.

d) En condiciones de rendimiento máximo, $Q = 0{,}0523$ m³/s, $H_m = 40$ m, y puesto que debe cumplirse que

$$\Omega_s = \Omega \left(\frac{Q^{1/2}}{[gH_m]^{3/4}} \right)_{\eta\,\text{máx}} = 0{,}543,$$

se tiene que la velocidad de giro de la bomba debe ser de 2.000 r.p.m. La potencia consumida por la bomba (el rendimiento total es de 0,85) se calcula por

$$W_B = \frac{1}{\eta} \rho g Q H_m = 24{,}14 \text{ kW},$$

y el par $T = W_B/\Omega = 115{,}3$ N.m.

e) Entrando con una velocidad específica de 0,543, se obtiene en el diagrama de Cordier (Figura 3.6) un diámetro específico de 5,2 aproximadamente, de modo que a partir de la definición del diámetro específico, se calcula un diámetro exterior $D_2 = 0{,}2672$ m. Suponiendo que no existe prerrotación, y que el rendimiento total es igual al rendimiento hidráulico (es decir, que los rendimientos volumétrico y orgánico son iguales a la unidad), se puede poner la Ecuación de Euler como sigue:

$$H_{t,\infty} = \frac{H_m}{\eta_h} = \frac{v_{u2} u_2}{g},$$

y haciendo uso del triángulo de velocidades en la salida del rodete,

$$v_{u2} = u_2 - \frac{v_{m2}}{\tan \beta_2}, \quad \tan \alpha_2 = \frac{v_{m2}}{v_{u2}},$$

se obtiene $\beta_2 = 11{,}48°$, y $\alpha_2 = 8{,}045°$.

f) La altura máxima que proporciona la bomba se determina por

$$\frac{\mathrm{d}H_m}{\mathrm{d}Q} = 115 - 742Q = 0,$$

de donde se obtiene que el caudal correspondiente a la altura máxima es de 0,155 m^3/s, y la altura 43,91 m.

g) Si nos referimos a la bomba funcionando con una velocidad de giro n con el subíndice 1, y girando con $2n$ con el subíndice 2, aplicando las relaciones de semejanza física para bombas, puede comprobarse que

$$H_2 = 4H_1, \quad Q_2 = 2Q_1,$$

de donde se tiene que la nueva curva característica de la bomba girando a $2n$ es

$$H_m = 140 + 230Q - 371Q^2,$$

e imponiendo la misma condición del apartado b), se determina el nuevo punto de funcionamiento

$$Q_2 = 0{,}1775 \, \text{m}^3/s, \quad H_{m2} = 169{,}1 \, \text{m}.$$

Problema II-5	RESUELTO

Se dispone de una bomba axial formada por un rotor y un estátor aguas abajo del primero, de la que se conocen las siguientes características geométricas:

Diámetro del cuerpo central (raíz de los álabes) : D_r = 0,72 m.

Diámetro externo (punta de los álabes) : D_p = 1,8 m.

Ángulo de salida del rotor, en la altura media del álabe: β_2 = 30º.

Ángulo de entrada del estátor, en la altura media del álabe: α_2 = 40º.

Régimen de giro: Ω = 250 r.p.m.

Se pide determinar los siguientes parámetros de funcionamiento de la bomba, suponiendo que no existe prerrotación en ningún punto de la sección de entrada:

a) Velocidad axial a la altura media del álabe.

b) Suponiendo que la velocidad axial es uniforme para todas las superficies de corriente, determinar el caudal Q *que impulsa la bomba.*

c) Determinar el incremento de energía mecánica específica en la superficie de corriente a la altura media del álabe, y suponiendo que este incremento es el mismo para todas las superficies de corriente, determinar la potencia W_B *y el par* T *que precisan la bomba.*

d) La distribución a lo largo del álabe (dar valores en la raíz, en la sección media y en la punta) de los ángulos que forma con el eje de la bomba la dirección tangente al álabe del rotor en el borde de ataque y en el de salida (β_1 *y* β_2*).*

e) Determinar la distribución (en la raíz, en la sección media y en la punta) del ángulo que debe tener el estátor en la entrada y en la salida para hacer máximo el coeficiente de presión y conseguir el equilibrio radial del flujo en la salida del mismo.

SOLUCIÓN

a) Se supondrá que la velocidad axial se mantiene uniforme a través de todo el rodete, pudiéndose calcular por

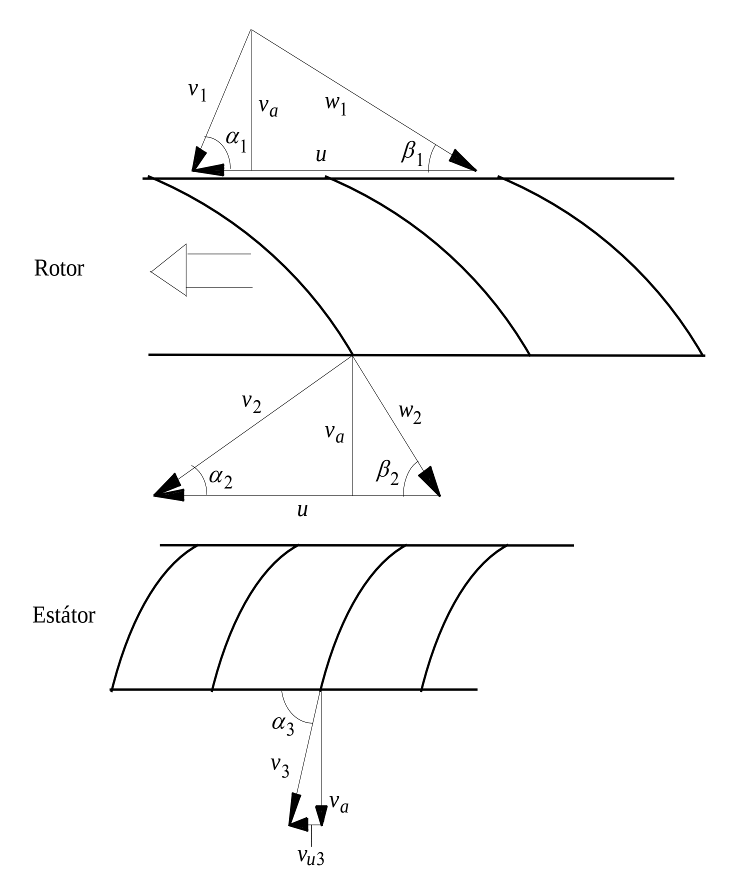
$$v_a = \frac{Q}{\pi(D_p^2 - D_r^2)/4},$$

es decir, la sección de paso del fluido, despreciando el espesor de los álabes, resulta una corona circular de diámetros D_p y D_r. La teoría bidimensional de turbomáquinas axiales propone resolver el flujo en cada una de las superficies cilíndricas coaxiales que se quieran definir. El flujo resulta perfectamente guiado por los álabes en cada una de estas superficies, pudiéndose calcular en ellas los triángulos de velocidad como unidimensionales, como se aprecia en la figura adjunta. De esta manera, puesto que $u_1 = u_2 = u = v_{u2} + w_{u2}$, y haciendo $\tan\alpha_2 = v_a/v_{u2}$ y $\tan\beta_2 = v_a/w_{u2}$, se tiene

$$v_a = \frac{u}{\dfrac{1}{\tan\alpha_2} + \dfrac{1}{\tan\beta_2}},$$

de donde sustituyendo valores numéricos, se obtiene v_a = 5,641 m/s. Debe tenerse en cuenta que u se ha calculado para la sección media, $u = \Omega[(D_p + D_r)/2]/2$ = 16,49 m/s.

b) Puede sustituirse ahora el valor de v_a en la primera expresión del apartado anterior y encontrar el valor del caudal, Q = 12,06 m^3/s.



c) El intercambio de energía mecánica específica a través del rodete es simplemente gH_t, que puede calcularse por la Ecuación de Euler,

$$gH_t = u(v_{u2} - v_{u1}),$$

de modo que sustituyendo v_{u2} = 6,723 m/s y v_{u1} = 0, se obtiene gH_t = 110,9 m^2/s^2. Si este valor se mantiene constante para todas las superficies cilíndricas comprendidas entre la raíz y la punta del álabe, se asegura la uniformidad radial de la transmisión de energía entre el rodete y el fluido. Suponiendo además que todos los rendimientos son la unidad, la potencia necesaria es como sigue

$$W_B = \rho Q g H_t = (1.000\,\text{kg/m}^3)(12{,}06\,\text{m}^3/\text{s})(110{,}9\,\text{m}^2/\text{s}^2) = 1.337\,\text{kW},$$

y el par necesario en el eje $T = W_B/\Omega$ = 51.070 N.m.

d) Para que se cumpla la distribución uniforme de energía mecánica en dirección radial, manteniendo las hipótesis establecidas en la teoría bidimensional de turbomáquinas axiales, es preciso una cierta distribución de los ángulos de entrada y de salida del álabe desde la raíz a la punta. Puesto que v_a = 5,641 m/s = cte, y gH_t = 110,9 m^2/s^2 = cte, y v_{u1} = 0 para cualquier posición radial del álabe, puede comprobarse que se cumple:

$$\tan\beta_1 = \frac{v_a}{u}, \quad \tan\beta_2 = \frac{\tan\beta_1}{1 - \dfrac{gH_t}{u^2}},$$

y sustituyendo valores numéricos,

$$\tan\beta_1 = \frac{0{,}4309}{D}, \quad \tan\beta_2 = \frac{\tan\beta_1}{1-\dfrac{0{,}6472}{D^2}},$$

de modo que los resultados pueden tabularse como sigue:

Sección	Diámetro	β_1	β_2
Raíz	0,72 m	30,90º	–67,45º
Media	1,26 m	18,88º	30º
Punta	1,80 m	13,46º	16,65º

e) La condición de equilibrio radial se consigue imponiendo rv_{u3} = cte en el estátor, denotando el subíndice 3 la sección de salida del mismo (la sección de entrada coincide con la de salida del rotor, 2). La condición de optimización del coeficiente de presión $\Psi_p = (p_3 - p_1)/\rho u^2$, se consigue intentando maximizar el salto de presión total a través de la etapa rotor-estátor. Puesto que los parámetros generales de funcionamiento de la turbomáquina están definidos y deben mantenerse constantes, debe actuarse sobre el triángulo de velocidades en la salida del estátor. Allí puede hacerse v_{u3} = 0 para cualquier valor del radio, manteniéndose v_a constante, y minimizar de este modo la energía cinética que se perdería en la salida del difusor. De esta manera, se obtiene:

$$\tan\alpha_2 = \frac{v_a}{v_{u2}} = 0{,}6658\,D,$$

es decir:

Sección	Diámetro	α_2	α_3
Raíz	0,72 m	25,61º	90º
Media	1,26 m	40º	90º
Punta	1,80 m	50,16º	90º

PROBLEMAS PROPUESTOS. BLOQUE II

Problema II-6	PROPUESTO

Una bomba semiaxial (Ω_S = 1,6) *tiene las siguientes características:* D_2 = 55 cm, D_1 = 25 cm, β_2 = 30º, v_{m2} = 20 m/s, n = 2.000 r.p.m. *Mediante simulación numérica, se ha obtenido un valor promedio de la componente acimutal del flujo en la salida del rodete de* 18,2 m/s. *En la brida de salida de la bomba se ha medido una presión manométrica de* 8,5 *bares. Hallar el rendimiento hidráulico, el coeficiente de disminución de trabajo* μ, *y la altura del rodete en la salida (considérese que la bomba se comporta como una máquina radial).*

SOLUCIÓN

η_h = 0,811; μ = 0,793; b_2 = 4,2 cm.

Problema II-7	PROPUESTO

El diseño básico de una bomba centrífuga tiene las siguientes características:

Velocidad específica Ω_S = 0,47.

Los álabes del rodete están curvados hacia delante (β_2 = 120º).

La altura de los álabes del rodete b tanto en la entrada como en la salida es de 1/10 *del diámetro exterior* D_2.

El diámetro interior es la mitad del exterior ($D_1 = D_2/2$).

Los álabes ocupan un 6 % *de la sección de paso del fluido a través del rodete.*

El rendimiento hidráulico es igual a 0,76, *y el volumétrico a* 0,96.

La bomba se utiliza para bombear un caudal Q = 40 *litros/*s *a una cota de* 35 m. *Las tuberías de aspiración y de impulsión tienen una longitud conjunta de* 40 m, *un diámetro de* 150 mm *y un coeficiente adimensional de pérdida de presión* λ = 0,02, *que se considera constante. Las pérdidas secundarias a lo largo de las conducciones representan un total de tres veces la energía cinética del flujo. El difusor de la bomba consta de una corona fija de álabes.*

Suponiendo que no existe prerrotación en el fluido, se pide:

a) Determinar la altura manométrica que suministra la bomba.

b) Calcular la velocidad de giro.

c) Determinar el diámetro exterior del rodete D_2.

d) Hallar la relación entre las velocidades relativas de entrada y de salida del rodete.

e) ¿Cual es el ángulo de entrada en los álabes del difusor?

f) *Dibujar el triángulo de velocidades en la salida del rodete.*

g) *Indicar la forma de la curva característica de altura teórica de la bomba.*

h) *Comparar el diámetro obtenido en el apartado c) con la estimación que puede hacerse utilizando el diagrama de Cordier.*

SOLUCIÓN

a) $H_m = 37{,}18$ m.

b) $\Omega = 196{,}1$ rad/s.

c) $D_2 = 0{,}215$ m.

d) $w_1/w_2 = 3{,}55$.

e) $\alpha_2 = 7{,}332^{o}$.

h) $D_2 \approx 0{,}265$, según el diagrama de Cordier.

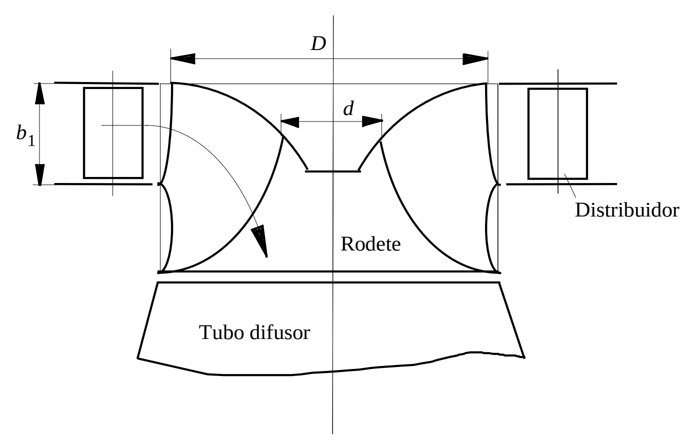
Problema II-8	PROPUESTO

Las turbinas que están instaladas en el embalse del Talave (Albacete) tienen el punto de máximo rendimiento total ($\eta_t = 0{,}93$) *cuando funcionan acopladas a un generador de* 375 *r.p.m. en las siguientes condiciones:* $Q = 7$ m^3/s, $H_n = 40$ m. *La geometría de este tipo de rotores es la siguiente:*

Diámetro exterior en la entrada y en la salida aproximadamente iguales $D = 1{,}23$ m.

Diámetro interior en la salida: $d = 0{,}5$ m.

Altura de los álabes del distribuidor igual a la de los álabes del rotor en la entrada: $b_1 = 0{,}32$ m.



En la situación de rendimiento óptimo se puede suponer que el flujo no tiene componente acimutal de velocidad en la salida del rotor; en esa situación y suponiendo que los rendimientos orgánico y volumétrico son ambos iguales a 0,98, *se pide:*

a) *Determinar el ángulo* α_1 *que debe tener el distribuidor en estas condiciones.*

b) *Determinar él ángulo que debe tener el álabe en su borde de entrada,* β_1, *para que el flujo incida de modo tangente al mismo.*

c) *Suponiendo que el diseño del canal de paso mantiene la velocidad meridiana igual en todos los puntos del mismo, determinar el ángulo* β_2 *del álabe en función del radio en cada punto de su borde de salida, en particular en los extremos exterior e interior.*

d) *El caudal máximo y mínimo considerados para la turbina son respectivamente* 7,63 y 3 m^3/s. *Calcular en consecuencia el rango que debe tener el ángulo de distribuidor para que el flujo incida en cada instante tangente al álabe.*

SOLUCIÓN

a) α_1 = 19,42º.

b) β_1 = 33,39º.

c) $\tan \beta_2 = 0,2825/D_2$.

d) α_1 = 21,99 ÷ 6,602º.

Problema II-9 RESUELTO

La curva característica de una bomba con rodete de diámetro 70 cm está dada por la tabla siguiente:

Q (m^3/min)	0	7	14	21	28	35	42	49	56
H_m (m)	40	40,6	40,4	39,3	38,0	33,6	25,6	14,5	0
η (%)	0	41	60	74	83	83	74	51	0

La velocidad del motor de accionamiento es de 750 *r.p.m. En primer lugar, se quiere utilizar esta bomba para traspasar agua entre dos depósitos que se encuentran a la misma cota. En la conducción que une los dos depósitos, se sabe que las pérdidas son de* 35 m c.a. *cuando el caudal trasegado es de* 25 m^3/min.

a) *Determinar el punto de funcionamiento de la bomba, dando los valores del caudal, altura manométrica y rendimiento.*

b) *Suponiendo que no existe prerrotación, determinar la componente acimutal de la velocidad en la salida del rodete (obténgase el punto nominal de forma aproximada).*

En segundo lugar, se quiere utilizar la bomba para traspasar agua de un depósito a otro que está a una cota 15 m *por encima. La longitud de la conducción (de diámetro* 45 cm) *que conecta ambos depósitos es de* 93 m; *el coeficiente de pérdida de presión por fricción en la tubería es* λ = 0,016, *y los coeficientes de pérdida secundaria en salida de un depósito y en la entrada del otro son* 0,5 y 1, *respectivamente.*

c) *Determinar el nuevo punto de funcionamiento. Hallar también la potencia consumida por la bomba en estas condiciones.*

Supóngase ahora que la bomba se cambia por otra semejante con un diámetro de 51 cm *y una velocidad de giro de* 975 *r.p.m.*

d) *Determinar el punto de funcionamiento de esta bomba en la instalación de los depósitos desnivelados. Hallar también la potencia consumida.*

e) *Indicar de qué tipo de bomba puede ser la caracterizada por la tabla expuesta.*

SOLUCIÓN

a) Q = 26 m^3/min; H_m = 38,3 m; η = 81 %.

b) $v_{u2} = 13{,}88$ m/s.

c) Q' = 45 m^3/min; H'_m = 20,4 m; η' = 68,4 %, W'_B = 219,4 kW.

d) Q'' = 23,75 m^3/min; H''_m = 16,5 m; η'' = 62,4 %, W''_B = 102,7 kW.

e) Centrífuga.

Problema II-10 PROPUESTO

Una bomba centrífuga suministra a una instalación hidráulica un caudal de 8 m^3/s, *con una altura manométrica de* 300 m c.a. *Para encontrar el diseño óptimo de la bomba, se ensayaron modelos a escala reducida, con un diámetro* D_m = 350 mm, *y una velocidad de giro de* 1.450 r.p.m. *Se eligió como modelo óptimo el que tenía una curva característica dada por*

Q (litros/s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
H_m (m)	15	20	23	25	24	21	15	8	0
η (%)	0	20	35	48	55	48	35	20	0

La bomba real de la instalación se desea construir con semejanza física del modelo óptimo escogido. Se pide:

a) Calcular la velocidad específica de la bomba de tamaño real.

b) Determinar el diámetro y la velocidad de giro que debe tener la bomba de la instalación real para que las condiciones de funcionamiento dadas más arriba sean las nominales (rendimiento máximo).

c) Par que debe suministrar el motor eléctrico a la bomba.

Con las condiciones nominales del apartado b), los rendimientos volumétrico y orgánico son iguales a 0,96*. Los álabes del rodete están curvados hacia atrás* (β_2 = 28º), *y su altura en la salida es de* b_2 = 0,04 D_2, *siendo* D_2 *el diámetro exterior del rodete calculado en el apartado b). Suponiendo que el agua entra radialmente al rodete y que la bomba ha sido calculada empleando la corrección de Stodola por desviación del flujo* (ε = 1,1), *se pide calcular:*

d) El rendimiento manométrico.

e) El número de álabes del rodete.

f) La velocidad absoluta y la velocidad relativa de salida.

SOLUCIÓN

a) Ω_S = 0,357.

b) D = 3,721 m; n = 482,9 r.p.m.

c) T = 846.500 N.m

d) η_m = 0,597.

e) N = 5.

f) $v_2' = 52{,}64$ m/s; $w_2' = 41{,}93$ m/s.

Problema II-11 PROPUESTO

Una turbina Francis de potencia específica W_S = 1,16 *y altura bruta* H_b = 216 m *tiene los siguientes parámetros de diseño:* β_1 = 52º, α_1 = 18,5º; $U_1 = u_1/(2gH_n)^{1/2}$ = 0,787; $V_1 = v_1/(2gH_u)^{1/2}$ = 0,677; b_1/D_1 = 0,315; D_2/D_1 = 0,6; b_2/b_1 = 1,25. *Las pérdidas en la tubería forzada constituyen el* 8 % *de la altura neta. El número de pares de polos*[38] *del alternador es* n_p = 8. *El rendimiento volumétrico puede suponerse igual a la unidad.*

SUPOSICIÓN DE FLUJO ESTRICTAMENTE RADIAL A TRAVÉS DEL RODETE. Se pide:

a) Calcular el valor de la velocidad meridiana en la entrada del rodete.

[38] Se cumple que $\Omega = 2\pi f/n_p$, con f = 50 Hz (se expone en la Sección 12.2).

b) *Hallar los rendimientos hidráulico, orgánico y total, así como la producción anual de la central.*

c) *Calcular los ángulos del álabe y del flujo en la salida del rodete.*

APROXIMACIÓN A FLUJO MIXTO, *en la que suponiendo que los triángulos de velocidades siguen siendo radiales, se intenta tener en cuenta la geometría real de la sección de paso del fluido a través del rodete. Se supondrá que los parámetros geométricos de entrada del rodete, el caudal y la altura neta se mantienen constantes. Sin embargo, se considerará que en la salida del rodete, el diámetro* D_2 *anterior es el diámetro medio de la sección, siendo el diámetro exterior* $D_{2,ext} = 1{,}4\ D_2$ *y el diámetro interior* $D_{2,int} = 0{,}6\ D_2$*. Por otro lado, se registra una producción adicional del* 60 % *del momento cinético en la salida calculado en la situación radial estricta. La altura teórica se seguirá calculando a partir del diámetro medio* D_2*. Con estas aproximaciones, se pide:*

d) *Calcular los nuevos valores de* V_1*,* α_2*,* β_2*,* η_h *y* W_S *en la sección media de salida. Comentar los resultados obtenidos dibujando los triángulos de velocidades en esta sección en la situación estrictamente radial, y con la aproximación a flujo mixto.*

SOLUCIÓN

a) $v_{m1} = 13{,}08$ m/s.

b) $\eta_h = 0{,}945$; $\eta_0 = 0{,}983$; $\eta_t = 0{,}929$; $P = 1{,}303 \times 10^{12}$ W.h/año.

c) $\beta_2 = 32{,}79º$; $\alpha_2 = 81{,}83º$.

d) $V_1' = 0{,}685$, $\alpha_2' = 82{,}03º$, $\beta_2' = 48{,}22º$, $\eta_h' = 0{,}922$, $W_S' = 1{,}146$.

Problema II-12	PROPUESTO

Se tiene una conducción para el bombeo de agua de 30 m *de longitud, diámetro* 150 mm *y rugosidad* 0,1 mm*, con los siguientes elementos singulares: válvula de pie (*K = 1,5*), válvula de retención (*K = 1,5*), y una válvula de regulación (coeficiente de pérdida secundaria cuando la válvula está abierta al* 100 %*:* K_V = 2*). La bomba* centrífuga *instalada (velocidad de giro* n = 1.450 *r.p.m.) tiene una altura manométrica nominal de* 23,75 m c.a. *y un rendimiento máximo del* 78 %*. La curva característica de la bomba se adjunta en la gráfica adjunta. También se adjunta la relación entre el factor* K_V/K *en función del grado de apertura de la válvula de regulación.*

a) *Determinar el grado de apertura de la válvula de regulación para que la bomba eleve el agua a una altura de* 16 m*, cuando existe un salto de presión entre las bridas de salida y entrada de* 24,8 m*.*

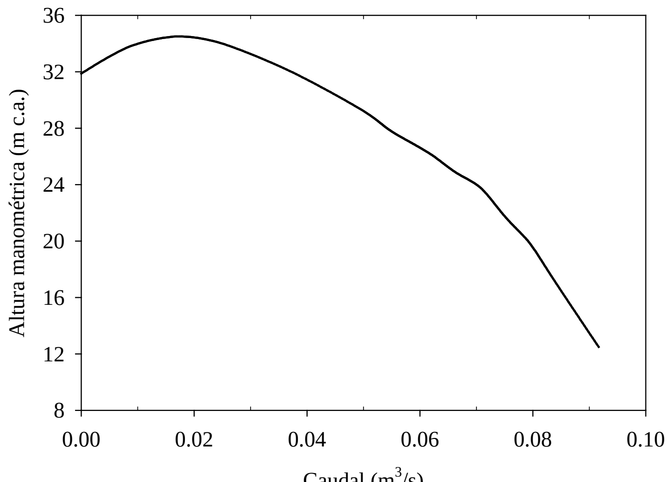
b) *Hallar el grado de apertura de la válvula para conseguir que la bomba funcione en condiciones óptimas, con una elevación de agua de* 15 m*. Calcularla velocidad específica y la potencia consumida en este punto de funcionamiento.*

c) *En el caso de que el grado de apertura de la válvula de regulación se fijara en el* 40 %*, hallar el punto de funcionamiento obtenido, especificando altura y caudal (se mantendrá la elevación de* 15 m*).*

d) *Suponiendo que se quiere elevar el agua ahora hasta los* 30 m*, determinar el grado de apertura mínimo de la válvula que aseguraría una condición estable de funcionamiento.*

e) *Para las condiciones nominales del apartado b), si el coeficiente de disminución de trabajo es igual a* 0,8*, hallar el diámetro exterior del rodete, si el número de álabes es de* 5 *y el ángulo de salida de los mismos es de* 30º*.*

f) *Comparar el resultado obtenido con el que se encontraría utilizando el diagrama de Cordier. Comentar esta comparación, e indicar cómo se podría obtener de alguna manera el mismo resultado.*



SOLUCIÓN

a) $K_V/K = 0{,}433$; apertura 89 %.

b) Apertura 95 %; $W_B = 21{,}16$ kW; $\Omega_S = 0{,}677$.

c) $Q = 0{,}0465$ m³/s; $H_m = 30{,}2$ m c.a.

d) $K_V/K = 0{,}0249$; apertura 7 %.

e) $D_2 = 0{,}217$ m.

f) D_2 (Cordier) = 0,286 m.

K_V/K

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0

0.0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0

Grado de apertura

Bloque III. FLUJO REAL, PÉRDIDAS Y CAVITACIÓN EN TURBOMÁQUINAS HIDRÁULICAS



*A **Ludwing Prandtl** (1875-1953) se le debe quizá la teoría más importante de la Mecánica de Fluidos: la Teoría de la Capa Límite (1904). Sin sus postulados, no sería posible explicar el comportamiento real del fluido en el interior de una turbomáquina hidráulica.*

Ludwing Prandtl. Wikipedia, La enciclopedia libre.
Fecha de consulta: 3 octubre 2016 de https://en.wikipedia.org/wiki/Ludwig_Prandtl

8. FLUJO REAL EN TURBOMÁQUINAS HIDRÁULICAS

8.1 Introducción a los efectos reales en turbomáquinas

Hasta el momento en el que comienza a estudiarse este capítulo, en la teoría desarrollada para turbomáquinas se ha mantenido fundamentalmente la hipótesis de flujo ideal, despreciando por tanto los efectos disipativos en el movimiento del fluido (esta hipótesis se justificaba porque en la mayoría de los casos, el número de Reynolds es suficientemente alto). Además, se suponía que el punto de funcionamiento que se estaba analizando era el de diseño, de modo que la orientación relativa de los álabes respecto del flujo incidente era la óptima (es decir, teóricamente, el diseño debía asegurar que, por ejemplo, no aparecieran desprendimientos de capas límite que dieran lugar a efectos de disipación viscosa importantes). De este modo, aunque en ocasiones se han tenido en cuenta las pérdidas hidraúlicas del flujo a través de la máquina, los efectos reales se despreciaron en la mayoría de veces para poder estudiar lo esencial del flujo, y llegar a expresiones sencillas de cálculo. Ahora bien, la condición de isoentropía del flujo a través de la turbomáquina que resulta de la teoría ideal no se verifica estrictamente. Como consecuencia de la disipación viscosa, aparece un incremento de entropía de las partículas a la salida de la máquina que no aparece en la teoría ideal. Por otro lado, la energía cinética del flujo medio en la sección de salida debería incrementarse con la energía cinética turbulenta que el fluido tiene en esta sección, tal como se planteó en el Capítulo 2.

Evidentemente, estos efectos llevan a que el rendimiento hidráulico de la turbomáquina no sea igual a la unidad, como consecuencia de la energía mecánica "perdida". Aunque en capítulos anteriores se han considerado las pérdidas hidráulicas internas y los rendimientos, un estudio más en detalle debe conducir al análisis del flujo interno de la turbomáquina:

- Deben analizarse los tipos de pérdidas que pueden producirse, tales como las pérdidas por fricción en los álabes y en el disco del rodete, o las llamadas "pérdidas por choque" que se producen fuera del punto de diseño. Esto se estudiará en el Capítulo 9.
- La consideración de la existencia de capas límite lleva a estudiar los desprendimientos y las recirculaciones que pueden producirse (este es el objetivo principal del presente capítulo).

Desde un punto de vista práctico, la evaluación de las pérdidas conduce a obtener, de modo más o menos aproximado, la curva característica real de la turbomáquina, a partir de la curva característica teórica calculada mediante la Ecuación de Euler (esto último se llevará a cabo en el Capítulo 9).

8.2 Los efectos viscosos en las turbomáquinas hidráulicas

En este apartado, se considera el flujo bidimensional en un plano meridiano de la turbomáquina, de modo que esencialmente se desprecian los efectos tridimensionales (posteriormente, se expondrán algunos de estos efectos). Conviene distinguir entre los efectos derivados de la desviación del flujo respecto de la teoría unidimensional (en la que se supone que el flujo es perfectamente guiado por los álabes), y los efectos derivados de la consideración de los efectos viscosos y de la presencia de capas límite junto a las paredes de los álabes y de otras paredes de la máquina. Así, por ejemplo, puede suponerse que se ha realizado con anterioridad un estudio bidimensional de la turbomáquina; en máquinas axiales, debe haberse calculado el ángulo de desviación (diferencia entre la dirección de salida de los álabes y la dirección real de la corriente relativa en la salida de la cascada); en máquinas radiales, puede descomponerse el flujo total en el flujo irrotacional que se obtiene cuando la velocidad de giro Ω es nula, más el flujo con vorticidad -2Ω que tiene un caudal nulo (lo que se traduce en una desviación angular del flujo en la salida, calculable de un modo aproximado, por ejemplo, por las hipótesis de Stodola o Pfleiderer, como se ha visto en el Capítulo 6).

La consideración de los efectos viscosos lleva a la presencia de capas límite sobre los álabes y otras superficies mojadas de la máquina; en la capa límite, la velocidad relativa del fluido pasa desde el valor calculado mediante la teoría unidimensional (o bidimensional), a un valor nulo en la superficie de los álabes y de las superficies mojadas. Quizá el aspecto más importante de estos efectos de fricción no sea la consideración de las pérdidas de carga, sino el cambio de la configuración del flujo que se supuso con la teoría ideal. Cuando la capa límite, y por tanto los efectos viscosos, cubren la mayor parte del campo fluido, la teoría ideal falla.

En *turbomáquinas axiales*, el estudio de las capas límite sobre las caras de presión y de succión de los álabes, y de las estelas que se forman aguas abajo, puede llegar a ser muy complejo. Existen además otros mecanismos de generación de pérdidas viscosas, como las capas límites existentes en las paredes interiores y exteriores que delimitan el flujo, en el eje y en la carcasa, y que pueden dar lugar a flujos secundarios tridimensionales.

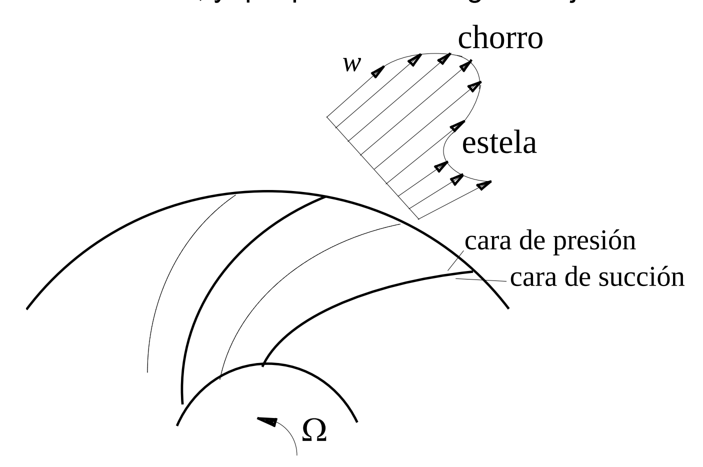


Figura 8.1: Estructura de chorros-estelas en la salida del rodete de una bomba centrífuga, que contrarresta de alguna manera la desviación angular del flujo propuesta por la teoría bidimensional.

En las *turbomáquinas radiales*, igual que ocurre en máquinas axiales, aparecen capas límite sobre los álabes y sobre otras partes mojadas. Los problemas de desprendimiento de la capa límite y los flujos secundarios complican el estudio. En lo que sigue, en lo que a máquinas radiales se refiere, se centra la atención sobre todo en bombas centrífugas, siendo el estudio análogo en el caso de turbinas. Normalmente, el flujo en una bomba centrífuga se separa en las caras de succión, produciendo una importante estela en cada uno de los álabes. El flujo se acelera en el resto de la sección de paso, de modo que la estructura del flujo en la descarga es de *chorros-estelas* (véase la Figura 8.1); en esta figura puede observarse que la

estructura comentada tiende a contrarrestar la desviación del flujo de la teoría bidimensional. Por otra parte, los posibles flujos secundarios pueden ejercer un efecto sustancial sobre el desarrollo de las estelas, y por tanto, sobre la estructura de chorros-estelas que se ha descrito.

Por otro lado, tanto para máquinas axiales como radiales, la rotación del fluido junto a las superficies pasivas de la máquina da lugar a la aparición de esfuerzos cortantes, lo que conduce a las llamadas *pérdidas por fricción en el disco*. Incluso, *los flujos de fugas* (que en el caso de las bombas pasan desde la impulsión a la aspiración, o de una etapa a otra en el caso de las máquinas multietapa), dan lugar a otras pérdidas efectivas que deben incluirse en una evaluación realista de las pérdidas globales en una turbomáquina.

8.3 Capas límite y flujos secundarios en turbomáquinas radiales

Si el número de Reynolds es suficientemente alto y la longitud del canal de paso del fluido entre los álabes es pequeña frente a la distancia entre los mismos, las capas límite junto a los álabes prácticamente no se interfieren y pueden estudiarse de forma separada. El flujo exterior podría calcularse entonces engrosando el espesor de los álabes con una cierta cantidad (el espesor de desplazamiento) que tuviera en cuenta el efecto de la capa límite. En cualquier caso, siguiendo la *teoría de la capa límite* formulada en 1904 por Ludwing Prandtl (1875-1953), conviene separar el estudio del flujo en las dos zonas comentadas: capa límite (donde los efectos viscosos son importantes) y movimiento medio (o exterior a la capa límite, donde los efectos viscosos pierden importancia a favor de los convectivos, al ser el flujo a altos números de Reynolds).

8.3.1 Ecuaciones del movimiento medio

Se plantearán a continuación las ecuaciones del movimiento para un líquido en el canal entre álabes, fuera de la capa límite. Se considerará un rodete centrífugo de altura del álabe constante, para que el movimiento sea estrictamente bidimensional. La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para un líquido, en ejes relativos al rodete, puede ponerse como sigue[39]:

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t}+\nabla\left(\frac{1}{2}W^2\right)-\vec{W}\times\left(\nabla\times\vec{W}\right)=-\nabla\left(\frac{p}{\rho}\right)+\nu\Delta\vec{W}+\vec{f}_m\,, \tag{8.1}$$

siendo W la velocidad relativa del fluido exterior a la capa límite (véase la Figura 8.2). El desarrollo que debe hacerse a continuación es como el que se efectuó en el Capítulo 6 a través de las Ecuaciones (6.1) a (6.19), de modo que se llega a las dos siguientes componentes de la ecuación de cantidad de movimiento para el movimiento relativo exterior a la capa límite:

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\rho}-\frac{U^2}{2}\right)+W\frac{\partial W}{\partial s}=0\,, \tag{8.2}$$

[39] La Ecuación (8.1) tiene la misma forma que la Ecuación (6.1), salvo que se ha denotado a la velocidad relativa con mayúsculas (W), en lugar de minúsculas (w). Esto se explica porque en este capítulo es preciso distinguir entre el flujo del movimiento medio, y el flujo en la capa límite. En adelante, pero únicamente en este capítulo, se denotará por W a la velocidad relativa fuera de la capa límite, y por w a la velocidad relativa dentro de la capa límite. Por coherencia, se hará lo mismo con el resto de las componentes de velocidad (V y v, U y u). En realidad, no sería preciso efectuar distinción entre U y u, puesto que su valor es invariable, e igual a Ωr. A partir del Capítulo 9, la notación volverá a ser la habitual en este texto.

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho}-\frac{U^2}{2}\right)+\frac{W^2}{R_c}+2\Omega W=0\,, \tag{8.3}$$

que son las equivalentes a las Ecuaciones (6.20) y (6.21), salvo que se ha cambiado w por W y u por U.

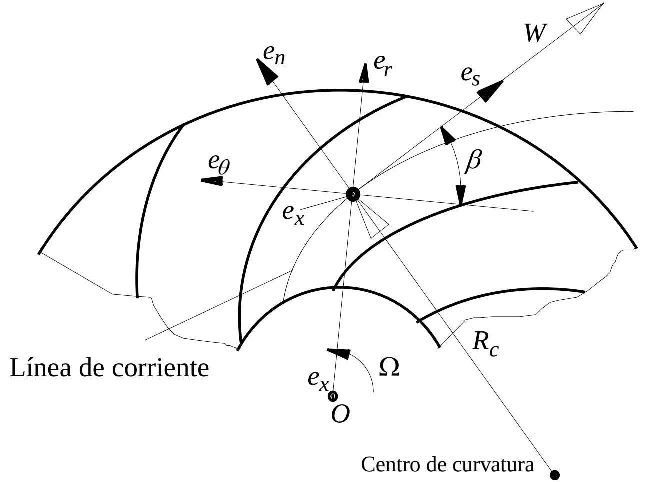


Figura 8.2: Sistemas de referencia cilíndrico ortogonal e intrínseco, en un rodete centrífugo, para el establecimiento de las ecuaciones de conservación para el movimiento medio, y para la capa límite.

El objetivo ahora es estudiar la capa límite. Aunque más adelante se llega a la ecuación de conservación de cantidad de movimiento en dirección s dentro de la capa límite, puede adelantarse en este apartado la componente en dirección n.

La componente de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento en dirección normal en el movimiento exterior también debe cumplirse en la capa límite sobre el álabe; si los álabes tienen una curvatura moderada, el término W^2/R_c puede despreciarse frente al resto de los términos; denotando a la velocidad relativa en el interior de la capa límite por w, para distinguirla de la velocidad exterior, W, tal como se ha explicado antes, puede ponerse

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho}-\frac{U^2}{2}\right)+2\Omega w=0. \tag{8.4}$$

Figura 8.3: Capa límite y líneas de presión constante (incluyendo el potencial correspondiente a la fuerza centrífuga) junto al álabe.

La distribución de velocidad en la capa límite es como la que se muestra en la Figura 8.3. La condición de adherencia en la pared tiene que cumplirse, por lo que

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho}-\frac{U^2}{2}\right)=0\,, \qquad (8.5)$$

junto a la pared. Las líneas de presión motriz constante (incluyendo el potencial correspondiente a la fuerza centrífuga) son entonces perpendiculares a la pared del álabe (Figura 8.3).

8.3.2 Ecuaciones de la capa límite junto al álabe

Para seguir con el análisis, se plantearán ahora con generalidad las ecuaciones propias de la capa límite junto al álabe. Las ecuaciones del movimiento en un sistema de coordenadas intrínseco adaptado a la superficie de un cuerpo pueden deducirse a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes expresadas en un sistema de coordenadas cilíndrico ortogonal. Aunque la velocidad relativa en el flujo exterior es W, siendo perfectamente tangente a la línea de corriente, debe admitirse la hipótesis de que en la capa límite, la velocidad relativa w (véase la Figura 8.3) tenga una componente principal según la dirección tangente a la línea de corriente, w_s, y otra secundaria normal a la misma, w_n (normalmente muy pequeña). Puede comprobarse que la ecuación de continuidad resulta

$$\frac{\partial w_s}{\partial s}+\frac{\partial w_n}{\partial n}=0\,, \qquad (8.6)$$

mientras que la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento puede ponerse por

$$w_s\frac{\partial w_s}{\partial s}+w_n\frac{\partial w_s}{\partial n}=-\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\rho}-\frac{U^2}{2}\right)+\nu\frac{\partial^2 w_s}{\partial n^2}\,. \qquad (8.7)$$

Se observa que la forma de las ecuaciones obtenidas es la misma que la correspondiente a un flujo sobre una placa plana. Lógicamente, como consecuencia de la rotación del sistema de referencia, se ha incluido el potencial debido a la fuerza centrífuga. Los pasos a seguir para la obtención de las Ecuaciones (8.6) y (8.7) se han indicado en el Anexo A2. Un procedimiento similar al desarrollado en este anexo debe conducir a obtener la componente n de la ecuación de cantidad de movimiento, ya planteada anteriormente (Ecuación 8.4).

8.3.3 Desprendimientos de la corriente

La Ecuación (8.2), puede ponerse como sigue:

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\rho}-\frac{U^2}{2}\right)=-W\frac{\partial W}{\partial s}\,, \qquad (8.8)$$

y sustituyendo en la Ecuación (8.7), se tiene finalmente

$$w_s\frac{\partial w_s}{\partial s}+w_n\frac{\partial w_s}{\partial n}=W\frac{\partial W}{\partial s}+\nu\frac{\partial^2 w_s}{\partial n^2}\,. \qquad (8.9)$$

A partir de esta forma de la ecuación de la capa límite junto al álabe, pueden extraerse algunas conclusiones interesantes. Por ejemplo, se deduce de la expresión anterior que cuando W decrece con s, las condiciones son análogas a las de un movimiento divergente, existiendo riesgo de desprendimiento de la capa límite. Así pues, el crecimiento o decrecimiento de la velocidad exterior W es determinante para prever los posibles desprendimientos; interesará por tanto que W crezca con la coordenada longitudinal s,

$$\frac{\partial W}{\partial s} > 0 \Rightarrow W_2 \geq W_1 \,, \qquad (8.10)$$

es decir, que la velocidad relativa en la salida de canal entre álabes sea igual o superior a la de la entrada. En el flujo exterior se cumple[40]

$$\frac{\partial W}{\partial n} = \frac{W}{R_c} + 2\Omega \,, \qquad (8.11)$$

y puesto que el radio de curvatura suele ser grande, puede decirse que la cantidad $\partial W/\partial n$ depende sobre todo de la velocidad de giro Ω, por lo que en la Figura 8.4 se cumplen las siguientes desigualdades

$$W_A > W_A', \quad W_B > W_B'. \qquad (8.12)$$

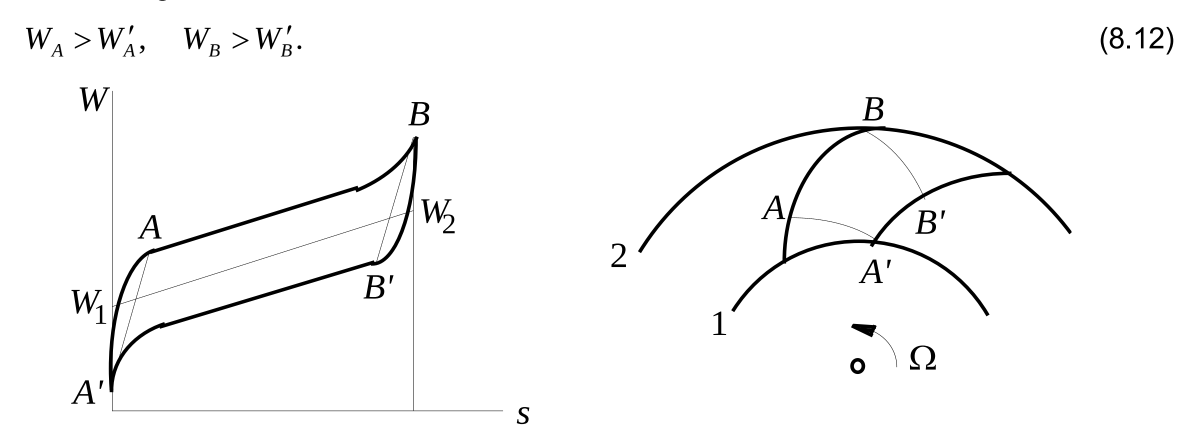


Figura 8.4: Perfil deseable de velocidad relativa a ambos lados del álabe en una bomba centrífuga, para evitar desprendimientos de la corriente.

Si la condición anterior no se cumple, aparece en el flujo real una zona de recirculación cerrada hacia el final del canal en la cara de presión del álabe (véase la Figura 8.5a) sobre todo para caudales pequeños, tomando el flujo una configuración semejante a la situación de caudal nulo. En la práctica, el punto de desprendimiento de la capa límite suele adelantarse (Figura 8.5b), y la zona de recirculación se abre en la salida del rodete; incluso puede aparecer otro desprendimiento en el borde de ataque, en la cara de succión, cuyo desarrollo puede llegar a perturbar todo el flujo.

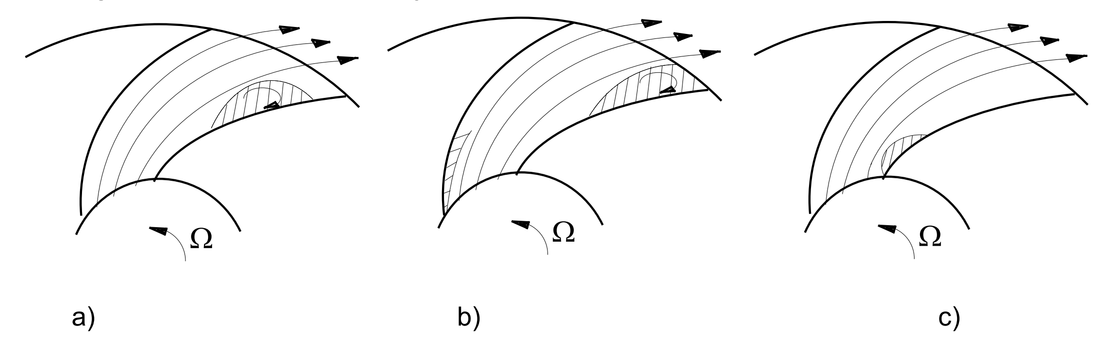


Figura 8.5: Zonas probables de desprendimientos de la corriente en una bomba centrífuga. a) y b) Para caudales pequeños. c) Para caudales elevados.

Para caudales elevados, a la vez que las velocidades medias en el canal aumentan, las diferencias de velocidad entre las dos caras del álabe disminuyen (y por tanto, disminuye el

[40] Véase la Ecuación (6.22).

par sobre el rodete). En la entrada, la velocidad W_1 aumenta, pero en menor medida que lo hace el caudal (es decir, la velocidad meridiana), de modo que en la entrada existe una cierta aceleración del fluido que atenúa los desprendimientos que se han visto anteriormente, por el estrechamiento de la sección de paso en la entrada del canal (véase el desprendimiento que se produce en la Figura 8.5c).

Se ha visto hasta el momento que los desprendimientos más importantes aparecen, en general, a bajos caudales. Para evitar los desprendimientos, es conveniente atenuar la deceleración que sufre el fluido en el movimiento relativo, e incluso imponer una aceleración, si es posible (Ecuación 8.10). Para disminuir el valor de W_1, se deduce del triángulo de velocidades en la entrada que existen dos posibilidades. Por un lado, puede disminuirse U_1, lo que es equivalente a reducir el diámetro de entrada; esta alternativa no resulta apropiada, puesto que una reducción de la sección de paso del conducto de admisión lleva a aumentar excesivamente la velocidad en la entrada, y pueden aparecer desprendimientos en el conducto curvo que guía el fluido hacia la entrada del rodete. Por otro lado, puede reducirse la velocidad absoluta (suponiendo que no existe prerrotación en la entrada, la velocidad absoluta coincide con la velocidad meridiana), lo que equivale, para un mismo caudal, a aumentar la altura del álabe, b_1. Esta es la razón por la que en la mayoría de los casos $b_1 > b_2$ (el rodete no es entonces estrictamente radial, al no ser la altura del álabe constante).

Para aumentar el valor de W_2, se deduce del triángulo de velocidades en la entrada que para una velocidad de rotación U_2 dada, debe disminuir V_{u2} (es decir, la altura demandada), o bien aumentar la velocidad meridiana V_{m2}, lo que es equivalente a reducir la altura del álabe b_2 (la otra opción posible, aumentar β_2, reduce la longitud del canal de paso del fluido, lo que resulta al final desfavorable, en parte porque aumentan las diferencias de velocidad entre las caras de los álabes). En general, conviene que el rodete tenga un número de álabes suficiente para reducir las diferencias de velocidad entre las caras de presión y de succión; el inconveniente de esto último es el aumento de fricción en todos los regímenes de funcionamiento. Lógicamente, existirá en cada caso un número óptimo de álabes que resulta de un compromiso entre la reducción del rozamiento y el aumento de los desprendimientos, sobre todo para caudales reducidos.

8.3.4 Flujo en las paredes laterales del rodete

Llamamos "paredes laterales del rodete" a las paredes que cierran lateralmente los canales de paso del fluido entre los álabes. En estas paredes existen igualmente capas límite. Si la rueda es suficientemente grande, puede considerarse que el espesor de la capa límite junto a la pared lateral rotatoria se mantiene pequeño, y que existe por tanto una zona de flujo exterior no perturbado por esta capa límite en el canal entre álabes. El objetivo ahora es estudiar brevemente estas capas límite "laterales". En dirección del eje de giro, la presión se transmite sin cambios desde el flujo medio hasta las paredes. La distribución de presión en la capa límite está impuesta por el fluido exterior, de modo, que a lo largo de una normal como la *BB'* (véase la Figura 8.6), el movimiento está regido por la ecuación

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho}-\frac{U^2}{2}\right)+\left(\frac{W^2}{R_c}+2\Omega W\right)=0\,, \qquad (8.13)$$

por lo que puede decirse que el gradiente de presión y de fuerza centrífuga de arrastre está en principio compensada por la fuerza centrífuga relativa y por la fuerza de Coriolis. En la capa límite de los laterales, W se reduce y llega a hacerse nula en las paredes, de modo que el término $(W^2/R_c)+2\Omega W$ no equilibra al primer término de la ecuación anterior. Esto significa que las líneas de corriente de la capa límite en los laterales no son perpendiculares a *BB'* (Figura 8.4), como lo son las líneas de corriente del flujo medio en el canal entre álabes, sino

que existe una desviación de las líneas de corriente en estos laterales, impuesta por el gradiente de presión y de fuerza centrífuga de arrastre,

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho}-\frac{U^2}{2}\right)=0. \tag{8.14}$$

Teniendo en cuenta que $(W/R_c)+2\Omega=\partial W/\partial n$, la Ecuación (8.13) puede ponerse como sigue:

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho}-\frac{U^2}{2}\right)+\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{2}W^2\right)=0, \tag{8.15}$$

por lo que se deduce que el término ausente en las paredes laterales del rodete es precisamente el gradiente de energía cinética relativa. En la Figura 8.6, puede observarse que las líneas de corriente del flujo medio en el canal entre álabes se van curvando desde las flechas f_1 a las flechas f_2, a medida que se acercan a las paredes laterales del rodete.

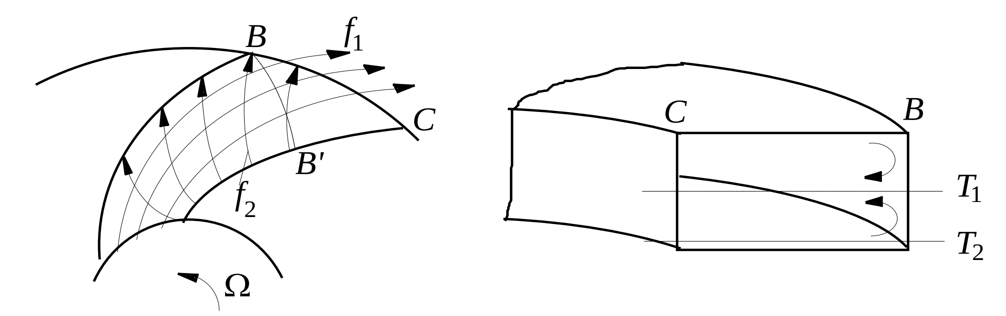


Figura 8.6: Flujo secundario en las paredes laterales del rodete de una bomba centrífuga.

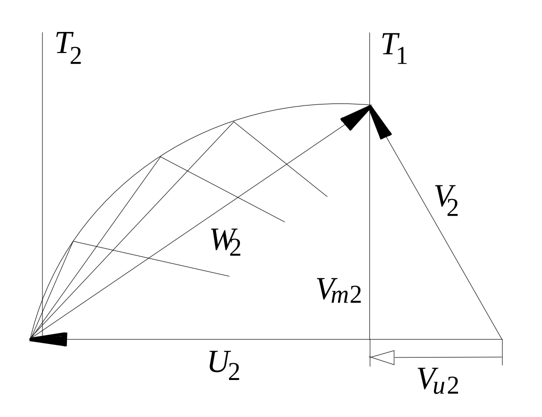


Figura 8.7: Evolución del triángulo de velocidades desde el plano central hacia la pared lateral del rodete de una bomba centrífuga.

El engrosamiento de la capa límite que se produce en puntos como el *B*, en la salida de los canales móviles, lleva a la aparición de un movimiento secundario como el que aparece en la Figura 8.6. Para continuar con el análisis, se analizará la evolución del triángulo de velocidades en la salida del rodete entre un plano central tal como el T_1 y otro cerca de la pared lateral, T_2 (Figura 8.6). Esta evolución puede verse reflejada en la Figura 8.7, en la que se observa cómo la velocidad absoluta aumenta a medida que nos acercamos a la pared lateral, aproximándose en este extremo al valor de U_2. La dirección de la velocidad relativa W_2 tiende a ser perpendicular a U_2 y a anularse junto a la pared lateral. Como en esta pared lateral la velocidad absoluta es U_2, que es la mayor de todas las velocidades absolutas que pueden darse, puede decirse que los planos cercanos a las paredes laterales tienen una mayor energía cinética absoluta que los planos intermedios.

8.3.5 Otros flujos secundarios

Existen fundamentalmente dos tipos de flujo rotacional que pueden estar presentes en la entrada de una bomba centrífuga. Uno de ellos es la *prerrotación* y el otro es el *flujo de pérdidas* que pone en contacto la impulsión con la aspiración de la bomba.

La prerrotación de entrada aparece cuando, por ejemplo, la bomba toma el fluido de un depósito con una superficie libre. Es inevitable que las escalas grandes del flujo en la aspiración tengan perturbaciones que den lugar a un flujo con vorticidad en la entrada de la bomba. Aunque estas no-uniformidades sean pequeñas, cuando las líneas de corriente se estrechan a medida que el fluido entra en la máquina, la vorticidad se amplía considerablemente, adquiriendo el fluido la conocida "prerrotación" en la entrada de los álabes.

Por otro lado, el flujo de pérdidas internas que se produce en la impulsión de la bomba, que circula por el espacio entre el rodete y las paredes fijas de la carcasa, y que es impulsado por la sobrepresión existente en la impulsión, puede descargar en la aspiración de la bomba, dando lugar a un flujo "hacia atrás" con vorticidad. Este flujo, claramente tridimensional, puede dar lugar a una distorsión de los ángulos de incidencia sobre los álabes, y por tanto, a un mal funcionamiento de la bomba. Este efecto se hace más pronunciado a medida que aumenta la diferencia de presión entre la salida de los álabes y la aspiración.

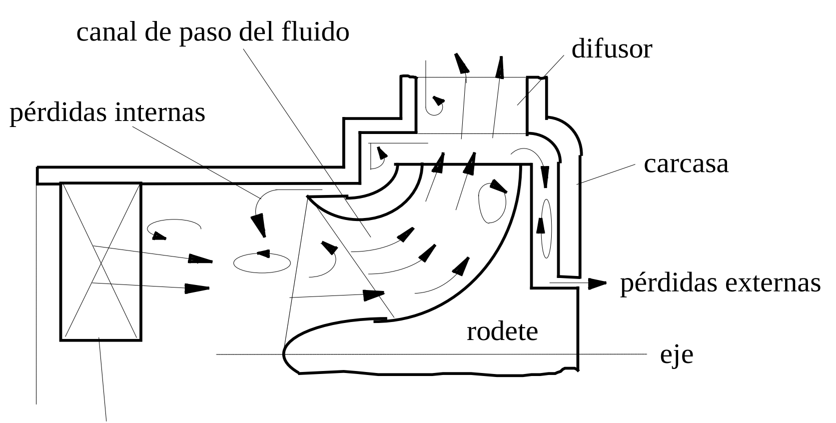


Figura 8.8: Esquema de los flujos secun-darios globales que pueden aparecer en una bomba centrífuga.

En la Figura 8.8 aparecen los flujos secundarios que pueden estar presentes en una bomba centrífuga que funciona fuera del punto de diseño; se observa el flujo secundario al que da lugar al caudal de pérdidas internas, y que posteriormente pone en contacto la aspiración con la impulsión de la bomba. Los flujos secundarios que pueden aparecer en la voluta tienen lugar normalmente en la zona de unión entre la caja espiral y el conducto de impulsión; la zona de recirculación se sitúa en la parte de la caja espiral cuando la bomba funciona con caudales por encima del de diseño, y en la parte del conducto de impulsión, cuando el caudal es menor que el de diseño. Por otra parte, como en todo conducto curvo, en la voluta aparece un movimiento secundario superpuesto al movimiento principal, debido al desequilibrio entre el gradiente de presión y la fuerza centrífuga cerca de las paredes.

8.4 Capas límite y flujos secundarios en turbomáquinas axiales

En la Sección 8.1 se efectuaron unas breves indicaciones sobre los problemas que plantean los efectos viscosos en las turbomáquinas axiales. En este apartado se tratará algo más detenidamente este problema, aunque sin pretender entrar en un estudio cuantitativo que necesariamente es complejo.

Como en las máquinas radiales que se han tratado anteriormente, también se pueden producir desprendimientos en los rotores axiales. En determinadas condiciones, al modificar el

caudal o el requerimiento de energía mecánica, se va incrementando la sustentación requerida en los álabes y por tanto el ángulo de ataque α_a , al que se ven sometidos (Figura 8.9a). Los perfiles tienen un ángulo de ataque límite por encima del cual entran en pérdida, disminuyendo bruscamente el coeficiente de sustentación C_L (Figura 8.9b). El coeficiente de resistencia C_D aumenta considerablemente, como consecuencia del desprendimiento de la capa límite en un punto dado del extradós, en el que existe un gradiente adverso de presión (este punto se acerca al borde de ataque del álabe a medida que aumenta α_a), produciéndose una estela gruesa, con gran aumento de la pérdida de la energía mecánica y degradación de las características de funcionamiento de la máquina. Obviamente, el ángulo de ataque límite para un perfil en una cascada es diferente del correspondiente a un ensayo con un álabe aislado, por lo es necesario utilizar datos experimentales o métodos numéricos elaborados para predecir el comportamiento que se acaba de describir.

Existen en la bibliografía distintas aproximaciones para detectar el punto de aparición de desprendimientos de la corriente en máquinas axiales. Una de las más conocidas es el *factor de difusión* de Lieblein, $D = 1-(W_2/W_1)+(|\Delta W_u|/2W_1)(t/l)$, de modo que por encima de un cierto valor de este parámetro, normalmente en torno a 0,6, pueden aparecer desprendimientos de importancia que modifican el flujo planteado en el prediseño.

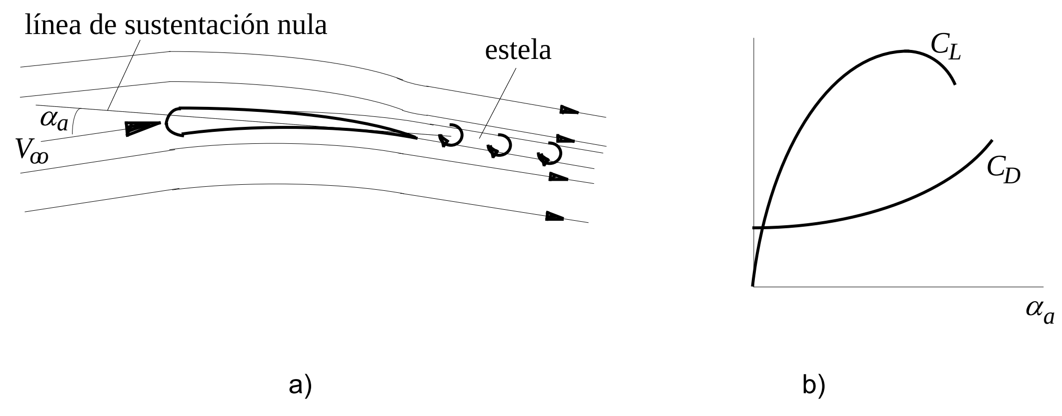


Figura 8.9: a) Desprendimiento de la capa límite en el extradós de un álabe de un rotor axial. b) Coeficientes de sustentación y de resistencia en función del ángulo de ataque.

Por otro lado, como es lógico suponer son las bombas, en las que el aumento global de presión es positivo, donde estos efectos de desprendimiento de la capa límite son más peligrosos. En turbinas también pueden existir estos problemas, pero resulta más fácil mantenerla con un espesor relativamente pequeño, y pegada a la superficie de los álabes.

8.4.1 Flujos secundarios en las paredes de los álabes

Para estudiar la aparición de algunos flujos secundarios en las turbomáquinas axiales, se tomará un sistema de coordenadas cilíndrico ortogonal (x, r, θ) que gire solidariamente con el rodete. El vector de fuerzas másicas es

$$\vec{f}_m = \vec{g} - \vec{\Omega}\times\left(\vec{\Omega}\times\vec{x}\right) - 2\vec{\Omega}\times\vec{W}. \tag{8.16}$$

La contribución de la gravedad puede despreciarse, o bien introducirse mediante la presión reducida. La contribución debida al giro del sistema con una velocidad de giro Ω constante puede comprobarse que resulta

$$-\vec{\Omega}\times\left(\vec{\Omega}\times\vec{x}\right) = r\Omega^2\vec{e}_r. \tag{8.17}$$

La contribución debida a la fuerza de Coriolis es (téngase en cuenta que la componente acimutal de la velocidad relativa, W_u, tiene sentido contrario a la velocidad de arrastre U)

$$-2\vec{\Omega}\times\vec{W}=-2\Omega W_u\vec{e}_r-2\Omega W_r\vec{e}_\theta \,. \tag{8.18}$$

Introduciendo las fuerzas másicas, la componente radial de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento puede ponerse como sigue:

$$W_r\frac{\partial W_r}{\partial r}+\frac{W_u}{r}\frac{\partial W_r}{\partial\theta}+V_z\frac{\partial W_r}{\partial z}-\frac{W_u^2}{r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}+r\Omega^2-2\Omega W_u \,. \tag{8.19}$$

Suponiendo que el movimiento es estrictamente bidimensional $(W_r=0)$ y que existe simetría acimutal, la ecuación anterior resulta

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{W_u^2}{r}+r\Omega^2-2\Omega W_u \,. \tag{8.20}$$

y puesto que $U=\Omega r$, puede ponerse de la forma siguiente:

$$\frac{\partial p}{\partial r}=\rho\frac{W_u^2}{r}+\rho\frac{U^2}{r}-2\rho\frac{W_u U}{r} \tag{8.21}$$

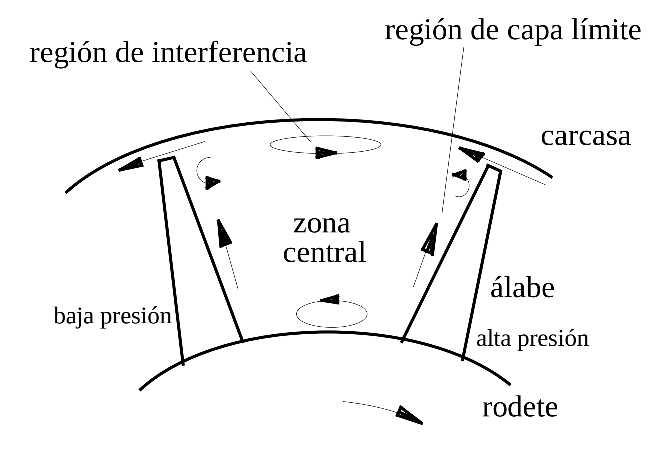


Figura 8.10: Esquema frontal de los flujos secundarios que pueden aparecer en un rotor axial, e indicación de las distintas regiones características del flujo.

Por tanto, en el movimiento medio, el gradiente de presión en dirección radial, $\partial p/\partial r$, está equilibrado con fuerzas centrífugas, $\rho(W_u^2+U^2)/r$, y con fuerzas centrípetas, $2\rho W_u U/r$. En el fluido próximo a las paredes de los álabes, el gradiente de presión no está equilibrado de igual manera. La velocidad relativa del fluido junto a la pared es nula, y en la capa límite es menor que en el movimiento medio entre álabes. De esta manera, si bien la fuerza centrífuga debida al movimiento de arrastre del rodete, $\rho U^2/r$ se mantiene en la capa límite, la debida a la componente acimutal de la velocidad de arrastre, $\rho w_u^2/r$, y la fuerza centrípeta de Coriolis, $2\rho w_u U/r$, son menores a los valores correspondientes en el flujo exterior (la primera de ellas en mayor medida, por ser $w_u < W_u$). Así, existe en la capa límite un gradiente de presión radial "adicional" como consecuencia del desequilibrio de fuerzas, que lleva a que las líneas de corriente próximas a la pared se curven hacia la punta de los álabes. Visto de otro modo, aparece una fuerza centrífuga descompensada que empuja al fluido a curvar su trayectoria hacia fuera, es decir, hacia la punta de los álabes, en la vecindad de las paredes que los conforman (véase la Figura 8.10). Este fenómeno se conoce con el nombre de *barrido*. En el movimiento exterior a la capa límite, aparece una fuerza centrípeta que compensa el desequilibrio existente en la capa límite. El flujo así establecido deja de ser bidimensional

sobre una superficie cilíndrica coaxial. Más adelante se apuntará la idea del “warping” o alabeo de la superficie bidimensional de corriente.

8.4.2 Flujos secundarios en la raíz de los álabes

Por otro lado, a lo largo de la superficie del cubo del rodete, en el espacio comprendido entre la raíz de un álabe y la raíz del siguiente álabe, también existen capas límite. La fuerza centrífuga de arrastre tiene dirección radial, así como la fuerza de Coriolis, si se supone que $W_r = 0$. De este modo, el gradiente de presión entre las caras de presión y de succión de los dos álabes que forman el canal de paso debe ser compensado por la curvatura necesaria de las líneas de corriente del movimiento medio exterior a la capa límite.

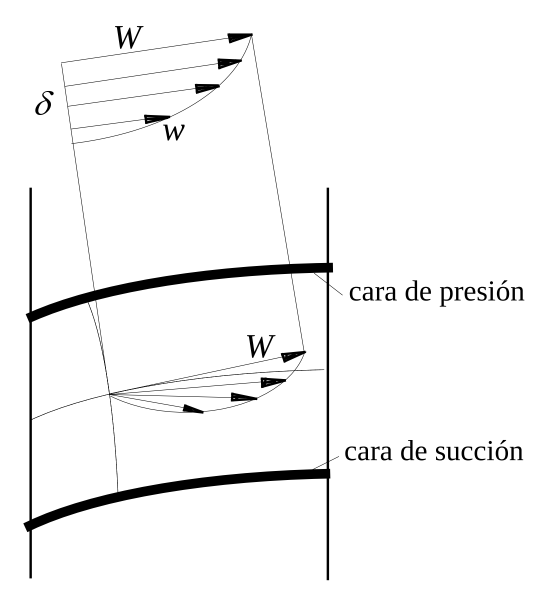


Figura 8.11: Perfil de velocidad en la raíz de los álabes en una turbomáquina axial, curvado como consecuencia del desequilibrio de fuerzas entre el flujo medio y el flujo en la capa límite.

Ahora bien, la velocidad relativa en la capa límite es menor que en el flujo exterior, y este equilibrio de fuerzas se ve modificado. Las partículas fluidas en la capa límite tienen una menor energía cinética relativa, de modo que las líneas de corriente en la capa límite se curvan desde la cara de presión a la cara de succión situada enfrente, siendo esta curvatura más acentuada a medida que nos acercamos a la pared (Figura 8.11). Este "alabeo" del perfil de velocidad en la base del canal hace que se produzca una acumulación de fluido en el extradós de los álabes, en la raíz, que lleva a la aparición de desprendimientos por un lado, y por otro, a la aparición de un flujo secundario recirculatorio (véase la Figura 8.12).

8.4.3 Flujos secundarios globales

Los flujos secundarios descritos pueden observarse en las Figuras 8.10 y 8.12. En la Figura 8.10 se aprecia cómo el “barrido” de la base de los álabes se une al “barrido” hacia la punta de los álabes, motivando un flujo recirculatorio global, además de posibles desprendimientos de la corriente. Para estudiar más en detalle los flujos secundarios que aparecen en un rotor axial, puede dividirse el espacio bidimensional entre dos álabes en tres zonas (Figura 8.10): una zona central, unas regiones de capa límite en las caras de presión y de succión, y una región de interferencia cerca de la carcasa de la máquina. Como puede observarse en esta figura, existe un flujo de pérdidas internas en la punta de los álabes debido a la diferencia de presión entre la cara de presión y la de succión, y que puede dar lugar a un flujo secundario en las dos caras del álabe. El flujo de pérdidas aumenta considerablemente a medida que el punto de funcionamiento se aleja del nominal de la máquina. Por otro lado, el engrosamiento de la capa límite en la punta de los álabes como consecuencia del fenómeno del barrido que se ha descrito, puede causar un desprendimiento de la capa límite, y la interacción

consiguiente con el flujo de pérdidas cruzado entre las caras de presión y de succión en la punta de los álabes puede dar lugar a importantes flujos secundarios tridimensionales. También existe una región de recirculación en la parte inferior de los álabes, que aparece como consecuencia del flujo cruzado desde la cara de presión a la de succión en la raíz de los álabes, descrito anteriormente. La recirculación en la región de interferencia tiene, sin embargo, un carácter intermitente.

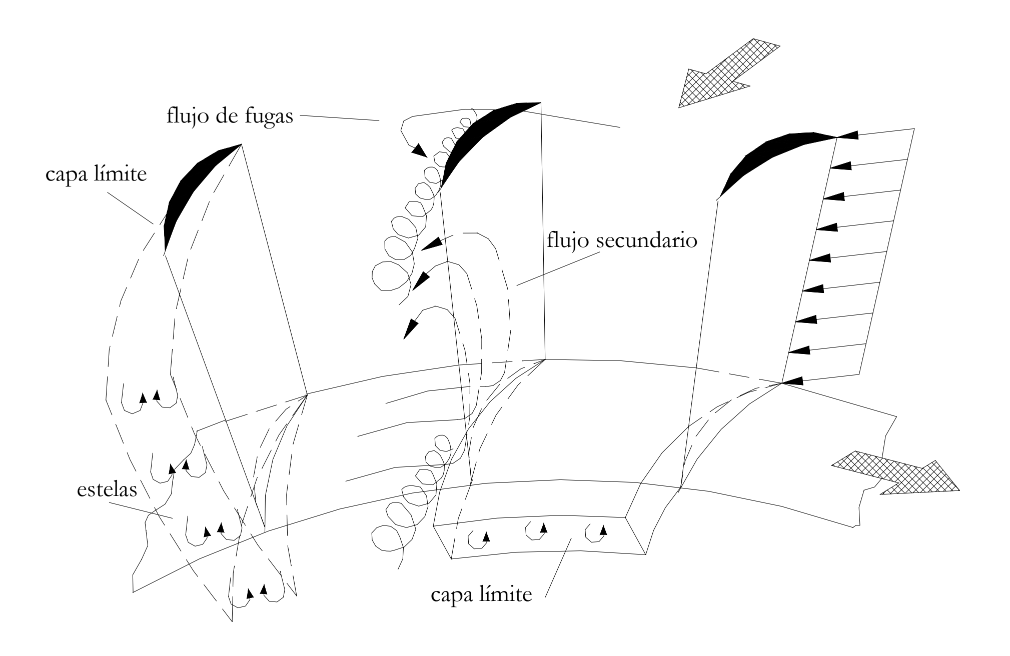


Figura 8.12: Esquema de los flujos secundarios globales que pueden aparecer en un rotor axial.

La característica más definitoria de la tridimensionalidad del flujo motivada por los desprendimientos y por los flujos secundarios es el fenómeno del "alabeo" (‘warping’) de las superficies de corriente, que invalidan claramente las teorías bidimensionales (Figura 8.13).

Una descripción detallada del flujo real a través de las turbomáquinas puede encontrarse por ejemplo en los textos de Sédille (1966) y Lakshminarayana (1986).

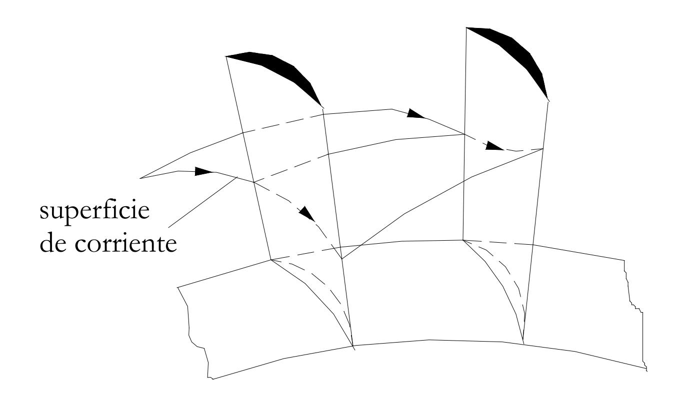


Figura 8.13: Fenómeno del “warping” o “alabeo” de las superficies bidimensionales de corriente en un rotor axial.

Bibliografía consultada

AGARD Lecture Series No. 167, *Blading Design for Axial Turbomachines, AGARD*, 1989.

Brennen, C.E., *Hydrodynamics of pumps*, Concepts ETI & Oxford University Press, 1994.

Lakshminarayana, G.F., “Fluid Dynamics of Inducers”, *Encyclopaedia of Fluid Mechanics*, N.P. Cheremisinoff, Ed., Vol. 2, Cap. 40, pp. 1152-1186, Gulf Publishing Company, 1986.

Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, 7ª ed., McGraw-Hill, 1979.
Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.

9. PÉRDIDAS Y CURVAS CARACTERÍSTICAS DE BOMBAS Y TURBINAS DE REACCIÓN

9.1 Introducción

En capítulos anteriores se ha expuesto la forma que pueden tomar las curvas características dimensionales y adimensionales de bombas y turbinas hidráulicas, sin justificar su procedencia. Después de exponer el flujo real que tiene lugar en una turbomáquina, se desarrolla en este capítulo el modo de cuantificar los distintos tipos de pérdidas que pueden aparecer, y que se concretan en las curvas características reales de altura manométrica (en el caso de bombas) y de altura neta (en el caso de turbinas), a partir de las curvas teóricas calculadas con la Ecuación de Euler. Se centra la atención fundamentalmente en bombas centrífugas y en turbinas de reacción. El efecto del distribuidor de álabes orientables, que es especialmente importante para las turbinas, se expondrá en el Capítulo 12, como parte importante de la regulación del funcionamiento de las centrales hidroeléctricas. Las turbinas de acción o impulso (tipos Pelton, Turgo o Banki-Mitchell), cuyo funcionamiento y morfología son distintas, merecen una atención particular, y se estudiarán separadamente también en el Capítulo 12.

9.2 Pérdidas por fricción en el disco y por fugas en una bomba centrífuga

9.2.1 Pérdidas por fricción en el disco

En las superficies exteriores de los rodetes, la fricción viscosa puede dar lugar a pérdidas de cierta importancia. Para evaluar estas pérdidas, se considerará un modelo simplificado en el que el disco gira entre las paredes fijas de la carcasa. En general, el movimiento es turbulento, de modo que puede suponerse que el esfuerzo cortante en la pared del disco, τ_p, es proporcional al cuadrado de la velocidad de rotación del rodete,

$$\tau_p = C_f \rho \frac{U^2}{2}, \qquad (9.1)$$

donde C_f es el coeficiente de fricción, que en general, depende del número de Reynolds, de la rugosidad de las superficies en contacto con el fluido y de la geometría considerada, y U es la velocidad de arrastre, $U = \Omega r$. Suponiendo que el coeficiente C_f se mantiene constante en

toda la superficie del disco, puede ponerse la potencia perdida por fricción en las dos caras laterales del disco como sigue:

$$\Delta W_f' = 2\Omega \int_S \tau_p r \, ds = 2\pi\rho C_f \Omega^3 \int_0^{D_2/2} r^4 \, dr, \tag{9.2}$$

de modo que operando, y teniendo en cuenta que $U_2 = \Omega D_2/2$, se tiene que

$$\Delta W_f' = C\rho U_2^3 D_2^2, \tag{9.3}$$

siendo $C = \pi C_f/10$. La integral de la Ecuación (9.2) se ha realizado entre 0 y $D_2/2$ porque se ha supuesto que el cubo central de la rueda es de pequeño tamaño, y que en esta zona la pérdida es mucho menor que en la periferia (las velocidades periféricas son menores, y la pérdida depende del cubo de la velocidad, como se comprueba en la ecuación anterior).

Existirá además una pérdida adicional por el rozamiento en la superficie periférica del disco, que puede calcularse por

$$\Delta W_f'' = U_2 \tau_p (\pi D_2 e), \tag{9.4}$$

donde *e* es el espesor efectivo del disco (Figura 9.1). Introduciendo en esta expresión el valor de τ_p dado por (9.1), así como la constante C, se puede poner:

$$\Delta W_f'' = 5C\rho U_2^3 D_2 e \tag{9.5}$$

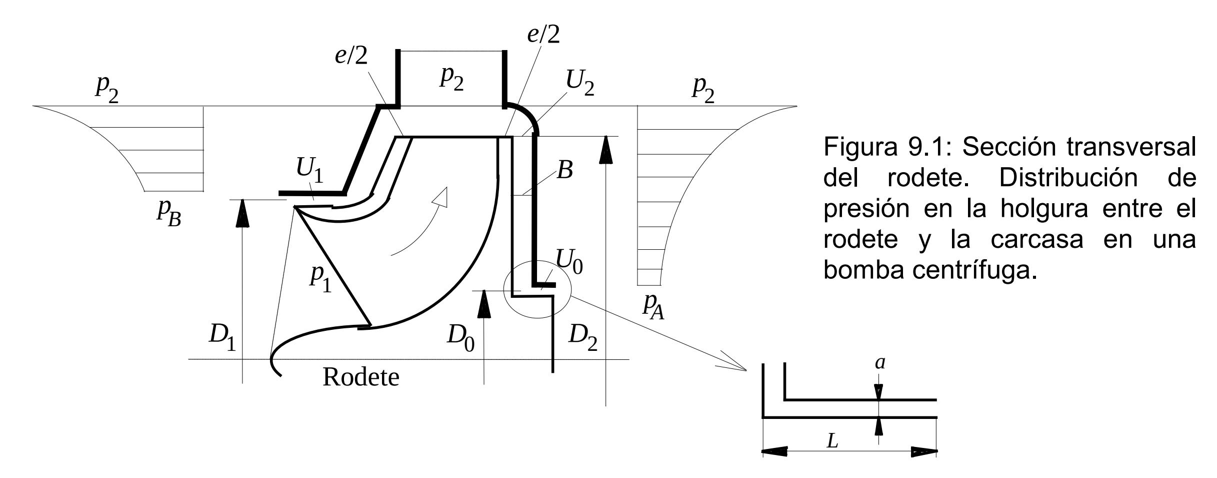


Figura 9.1: Sección transversal del rodete. Distribución de presión en la holgura entre el rodete y la carcasa en una bomba centrífuga.

La potencia total perdida por rozamiento se puede poner entonces

$$\Delta W_f = \Delta W_f' + \Delta W_f'' = C\rho U_2^3 D_2 (D_2 + 5e). \tag{9.6}$$

De alguna manera, se debe tener en cuenta la influencia del número de Reynolds, de la rugosidad de las superficies, y de la geometría del problema (evaluada, por ejemplo, mediante la relación B/D_2, siendo B la holgura entre el rodete y la carcasa, Figura 9.1). Tomando un número de Reynolds característico del disco expresado a partir de la velocidad periférica de arrastre U_2 y de D_2,

$$\mathrm{Re} = \frac{U_2 (D_2/2)}{\nu} = \frac{\Omega (D_2/2)^2}{\nu} \tag{9.7}$$

puede encontrarse el valor de C a través de la experimentación (Figura 9.2).

El mínimo que aparece en la Figura 9.2 para la curva que corresponde a un valor fijo del número de Reynolds se debe a lo siguiente: para bajos valores de B, se obtienen coeficientes de rozamiento típicos para juntas estrechas, con flujo laminar, de modo que C es descendente con B/D_2; para mayores valores de esta relación, intervienen los movimientos secundarios,

por lo que al aumentar B/D_2, aumenta el coeficiente de rozamiento, después de pasar por un mínimo. En esta misma figura puede observarse que el coeficiente de rozamiento disminuye en general con el número de Reynolds para un mismo valor de B/D_2, de forma semejante a como ocurre con el flujo turbulento en tuberías, y que C aumenta con B/D_2 para un mismo número de Reynolds, tanto para paredes lisas como rugosas. Los flujos secundarios que se han comentado tienen lugar como consecuencia del arrastre debido a la fuerza centrífuga en las paredes exteriores del disco, y al flujo en sentido centrípeto junto a las paredes fijas de la carcasa; estos dos flujos configuran un flujo secundario recirculatorio que junto con el movimiento de giro del rodete, da lugar a un movimiento tridimensional en el que las partículas que están junto a la pared del disco describen espirales centrífugas, y las partículas que se hallan junto a las paredes fijas describen espirales centrípetas. Aunque por continuidad estos dos flujos deberían estar equilibrados, resulta que como consecuencia del flujo de pérdidas procedente de la punta de los álabes, la componente centrípeta de este flujo secundario tiene una mayor importancia.

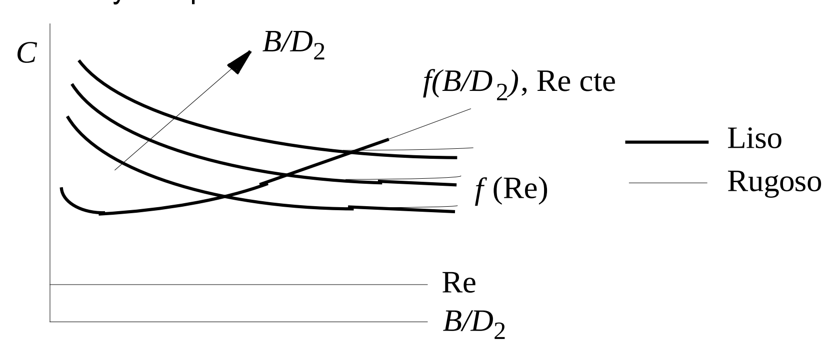


Figura 9.2: Factor de fricción en holguras C en función de B/D_2 y del número de Reynolds (dado por Pfleiderer).

Respecto de la cuantificación de las pérdidas desde un punto de vista práctico, pueden tenerse en cuenta mediante el *rendimiento orgánico* o *rendimiento mecánico*, tal como se definió en el Capítulo 2, suponiendo que la potencia mecánica perdida W_o puede aproximarse a ΔW_f. Un cálculo más detallado de este rendimiento podría consistir en lo siguiente: η_o puede dividirse en un rendimiento η_o' que tenga en cuenta la potencia mecánica perdida en los prensaestopas o en los cojinetes, por ejemplo, y en un rendimiento η_o'', que cuantifique los efectos de la potencia perdida ΔW_f por el rozamiento del fluido contra el disco, que es lo que se acaba de describir. De esta manera, el rendimiento orgánico o mecánico total se calcula por $\eta_o = \eta_o' \eta_o''$, y en W_o se englobarían las pérdidas en los cojinetes y otros elementos mecánicos, además de ΔW_f. En general, los valores del rendimiento orgánico suelen ser altos, superiores al 90 % en la mayoría de los casos. Pueden encontrarse en la literatura correlaciones de η_o en función de la velocidad específica y del caudal. Normalmente, puede decirse que η_o aumenta si Ω_S y Q aumentan.

9.2.2 Pérdidas por fugas

Se trata de evaluar en esta sección el caudal fugado al exterior, que hace que el caudal real trasegado por la turbomáquina sea distinto al nominal. Estas pérdidas se evalúan en la práctica mediante el *rendimiento volumétrico*, definido en el Capítulo 2. Se vio en aquel capítulo que, en general, el rendimiento volumétrico cuantifica el caudal perdido tanto por fugas externas como por fugas internas (o recirculatorias). En esta sección, se efectúa una aproximación al cálculo del caudal de fugas externas. Una técnica muy simplificada para el cálculo del caudal fugado al exterior es la que se va a describir a continuación. La pérdida de carga ΔH que se produce en un conducto por el que el caudal tiene una velocidad media v puede calcularse mediante la expresión de Darcy-Weisbach,

$$\Delta H=\frac{\Delta P}{\rho g}=\left(\lambda\frac{L}{d}+1{,}5\right)\frac{v^2}{2g}, \tag{9.8}$$

donde el factor de $1{,}5$ se debe a la pérdida de energía cinética $v^2/2g$ que se produce en la salida, incrementada en $0{,}5\ v^2/2g$ por la contracción que tiene lugar en la entrada. En la expresión anterior, L es la longitud de la sección en la que tiene lugar el flujo de fugas, y d es el diámetro hidráulico (téngase en cuenta que la sección de fugas es anular, véase la Figura 9.1),

$$d=\frac{4\cdot \text{área}}{\text{perímetro}}=2a, \tag{9.9}$$

siendo a la altura de la sección. Operando, v puede ponerse en función de la pérdida de carga,

$$v=\frac{1}{\left(\lambda\dfrac{L}{2a}+1{,}5\right)^{1/2}}(2g\Delta H)^{1/2}, \tag{9.10}$$

velocidad a partir de la que puede calcularse el caudal de fugas, supuesta conocida la pérdida de carga ΔH,

$$Q_{fe}=v(\pi Da)=\frac{1}{\left(\lambda\dfrac{L}{2a}+1{,}5\right)^{1/2}}(2g\Delta H)^{1/2}\pi Da, \tag{9.11}$$

siendo D el diámetro medio de la sección donde se produce la fuga. Para calcular el salto de presión que da lugar a la fuga, ΔH, es preciso conocer, al menos de forma aproximada, la distribución de presión que existe en el espacio entre los laterales del disco y las paredes fijas de la carcasa. Se supone que en este espacio se cumple de forma aproximada la ecuación

$$\frac{p}{\rho}-\frac{U^2}{2}=\text{cte}, \tag{9.12}$$

es decir, que la presión está compensada con la fuerza centrífuga debida al arrastre del disco. Ahora bien, el fluido se mueve a una velocidad U junto a la pared del rodete, y está quieto junto a la pared fija. Si suponemos que esta masa fluida gira con una velocidad media $\Omega/2$, puede ponerse lo siguiente (véase la Figura 9.1):

$$p_A=p_2-\frac{1}{4}\left(\frac{\rho(U_2^2-U_0^2)}{2}\right), \tag{9.13}$$

y entonces $\Delta H=\Delta p/\rho g=(p_A-p_{ext})/\rho g$, siendo p_{ext} la presión exterior a la bomba. (normalmente, la presión ambiente). También puede ponerse para el otro lado lo siguiente:

$$p_B=p_2-\frac{1}{4}\left(\frac{\rho(U_2^2-U_1^2)}{2}\right), \tag{9.14}$$

de manera que como puede observarse en la Figura 9.1, la distribución de presión en el fluido situado en los laterales del disco toma una forma parabólica.

El factor de pérdida de presión λ debe determinarse de forma aproximada, o bien de manera experimental. Pueden efectuarse estudios más detallados, por ejemplo, teniendo en

cuenta el tipo de cierre en la holgura (cierres laberínticos u otros), o bien considerando la geometría de los rodetes (por ejemplo, rodetes sin pared lateral, etcétera).

Los cierres laberínticos actuales persiguen aumentar de forma importante la pérdida de carga a lo largo del cierre, de modo que el caudal de fugas tienda a cero. De esta manera, el rendimiento volumétrico resulta simplemente $\eta_v = Q/Q_i$, estimándose normalmente a través de correlaciones prácticas en función de la velocidad específica. En general, al igual que el rendimiento orgánico, puede decirse que el rendimiento volumétrico aumenta si aumentan tanto la velocidad específica como el caudal.

9.3 Pérdidas, rendimientos y curvas características en una bomba centrífuga

En el Capítulo 8 se han estudiado los efectos de fricción, la aparición de desprendimientos de la capa límite y la existencia de flujos secundarios; además, se han considerado en este capítulo las pérdidas por rozamiento en el disco y la presencia de fugas de caudal. Todos estos efectos modifican el comportamiento de la máquina hidráulica que se ha supuesto por las teorías unidimensional y bidimensional. La influencia que ejercen los efectos comentados se ha ido exponiendo a lo largo del presente trabajo. Sin embargo, desde un punto de visto práctico, es preciso cuantificar estos efectos sobre la curva característica de la turbomáquina. En esta sección, se plantea este problema, tomando como punto de referencia una bomba centrífuga. La aplicación del Teorema de Euler en la teoría unidimensional, suponiendo además que no existe prerrotación del fluido en la entrada de la máquina, ofrece el siguiente resultado:

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{u2}}{g}, \tag{9.15}$$

pero como $v_{u2} = u_2 - \left(v_{m2}/\tan\beta_2\right)$ y $v_{m2} = Q/\pi D_2 b_2$, se tiene

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 Q}{g\pi D_2 b_2 \tan\beta_2} = \frac{u_2^2}{g}\left(1 - \frac{Q}{u_2 \pi D_2 b_2 \tan\beta_2}\right), \tag{9.16}$$

expresión que, si $\beta_2 < \pi/2$ para que el funcionamiento sea estable, resulta una recta con pendiente negativa. Esta recta debe corregirse por el efecto de la desviación del flujo, al pasar a la teoría bidimensional. Utilizando, por ejemplo, la corrección de Stodola (Capítulo 6), se tiene que

$$gH_{t,N} = gH_{t,\infty} - U_2^2 \varepsilon \frac{\pi}{N} \operatorname{sen}\beta_2. \tag{9.17}$$

Se obtiene entonces una recta paralela a la anterior, y por debajo de ella (en un caso real, en general, ni son paralelas, ni se cortan en un punto dado; esto último ocurre si se aplica la corrección de Pfleiderer). Esta curva de altura teórica debe modificarse para tener en cuenta las denominadas *pérdidas hidráulicas*, que tradicionalmente se han dividido en *pérdidas por fricción* y en *pérdidas por "choque".*

9.3.1 Pérdidas por fricción

En esta sección deben incluirse todas las pérdidas derivadas de la fricción viscosa en las paredes que forman los canales de paso del fluido a través de la máquina (no se incluyen aquí las pérdidas por fricción en el disco). Como es conocido, el flujo es principalmente turbulento. Cualitativamente, las pérdidas por fricción deben ser proporcionales al cuadrado de la velocidad, o lo que es lo mismo, al cuadrado del caudal,

$$\Delta H_1 = K_1 Q^2 , \quad (9.18)$$

expresión que es suficientemente aproximada. Por simplicidad, se denotará por ΔH_1 a las pérdidas hidráulicas por fricción, obviando el subíndice *i* que necesariamente haría referencia al carácter interno a la máquina hidráulica de dichas pérdidas.

9.3.2 Pérdidas por incidencia fuera del punto de diseño o por choque

En estas pérdidas deben incluirse todas las pérdidas asociadas a los desprendimientos derivados de los ángulos de incidencia inadecuados, a los choques y cambios bruscos de la dirección del fluido, a una deficiente recuperación de energía cinética en el caracol de la voluta, a los flujos secundarios (que se hacen más importantes en condiciones de funcionamiento fuera del punto de diseño), etcétera. Tradicionalmente, estas pérdidas han recibido el nombre de "pérdidas por choque". En teoría, estas pérdidas deben ser nulas en el punto de diseño; si se supone además que aumentan con el cuadrado de la diferencia entre el caudal de funcionamiento y el de diseño, puede ponerse lo siguiente:

$$\Delta H_2 = K_2 (Q - Q_0)^2 \quad (9.19)$$

siendo Q_0 el caudal de diseño; esta expresión está suficientemente corroborada por la práctica. Por simplicidad, como se ha hecho anteriormente con ΔH_1, se denotará por ΔH_2 a las pérdidas “por choque”, pero debe tenerse en cuenta y recordar el carácter interno de dichas pérdidas. Desde el punto de vista del diseño geométrico de la bomba, en el punto de máximo rendimiento, el agua debe entrar sin choque (es decir, radialmente, sin prerrotación) al rodete, y debe salir con la misma dirección que la de los álabes en la entrada del difusor; para ello, puede comprobarse que debe cumplirse la siguiente relación geométrica:

$$\tan \beta_1 = \frac{(b_2 / b_1)(D_2^2 / D_1^2)}{\cot\text{an}\, \alpha_3 + \cot\text{an}\, \beta_2} , \quad (9.20)$$

siendo α_3 el ángulo de entrada de los álabes del difusor. Para llegar a esta expresión, basta con igualar el caudal necesario para que el agua entre radialmente al rodete, al caudal necesario para que el agua salga del rodete con un ángulo igual al de entrada de los álabes del difusor, α_3, y haciendo uso de las relaciones de los triángulos de velocidades en la entrada y en la salida del rodete.

9.3.3 Curva característica real de una bomba centrífuga

Según la definición de rendimiento hidráulico que se efectuó en el Capítulo 2, se tiene que debe cumplirse $\eta_h = H_m/(H_m + \Delta H_1 + \Delta H_2)$, o dicho de otro modo, las pérdidas hidráulicas internas pueden calcularse como la suma de las pérdidas hidráulicas por fricción y por choque producidas en todos los elementos internos de la bomba, $\Delta H_i = \Delta H_1 + \Delta H_2$. Así pues, la altura manométrica real que suministra la bomba, se determina restando a la altura teórica las pérdidas por fricción y las pérdidas por choque (pérdidas por incidencia fuera del punto de diseño),

$$H_m = H_t - K_1 Q^2 - K_2 (Q - Q_0)^2 , \quad (9.21)$$

expresión que se ha representado en la Figura 9.3, para un caso real. Las constantes dimensionales K_1 y K_2 deben determinarse de modo experimental para cada caso, o al menos para cada familia de turbomáquinas. Resulta conveniente no obstante disponer de expresiones lo suficientemente aproximadas y generalizadas, como las propuestas por Pfleiderer (1960) para estimar directamente las curvas de altura de pérdidas,

$$\Delta H_1 = H_t(1-\eta_h)\left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2, \tag{9.22}$$

$$\Delta H_2 = \frac{\varphi}{2g}\left[u_1^2 + (\mu u_2)^2\right]\left(1-\frac{Q}{Q_0}\right)^2, \tag{9.23}$$

con φ = 0,5 ÷ 0,7, μ el coeficiente de disminución de trabajo y Q_0 el caudal de rendimiento máximo. De las expresiones anteriores, se deduce que Pfleiderer propone que $K_1 \approx \Delta H_i / Q_0^2$ y $K_2 \approx (u^2/2g)/Q_0^2$. Las Ecuaciones (9.22) y (9.23) tienen como principal inconveniente la necesidad de estimar previamente el rendimiento hidráulico.

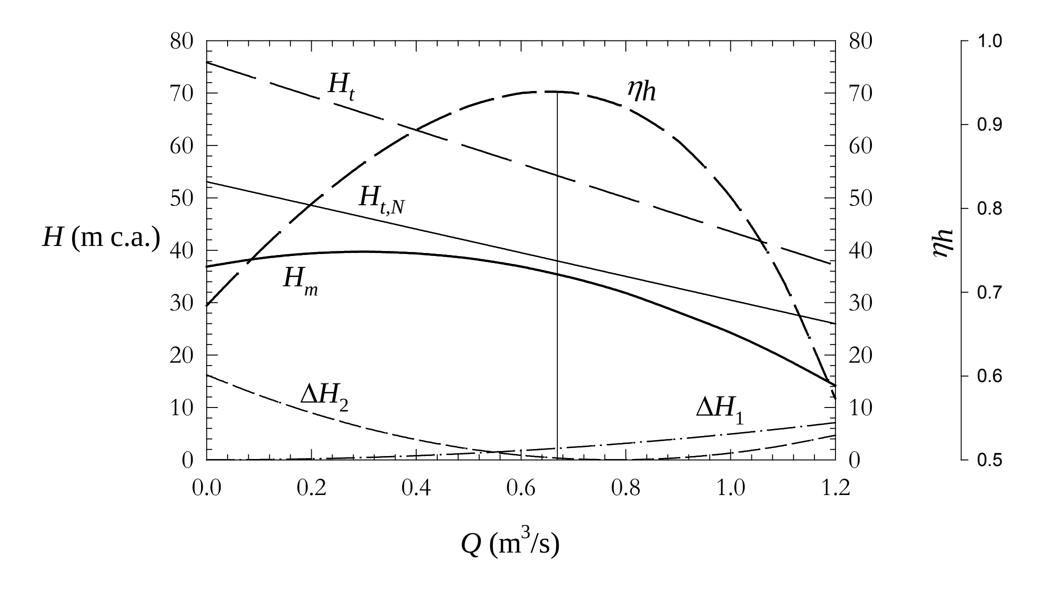


Figura 9.3: Curvas típicas de pérdidas internas, altura teórica (unidimensional y bidimensional), altura manométrica, y de rendimiento hidráulico, para una bomba centrífuga (para un caso real).

En la Figura 9.3 puede observarse que en general, el punto real de máximo rendimiento es distinto al teórico para el que se anulan las pérdidas por choque, aunque esta diferencia no suele ser relevante. Para caudal nulo, se está proporcionando una altura manométrica elevada, que dista de ser nula; el rendimiento para caudal nulo, sin embargo, debe ser estrictamente igual a cero. Esta paradoja puede explicarse por el hecho de que para caudales muy pequeños, los desprendimientos de las capas límite y los flujos secundarios que se producen en la bomba consumen una cierta potencia que no se está teniendo en cuenta. Así, en los ensayos experimentales puede determinarse una "altura teórica experimental", $H_{t,exp}$, que se halla a partir de la altura manométrica real y del rendimiento hidráulico real; lógicamente, la curva así hallada coincide con la curva H_t salvo para caudales suficientemente pequeños, para los que $H_{t,exp}$ tiende a ser muy elevada. Lo que se acaba de describir puede interpretarse de alguna manera como una medida de la intensidad del flujo turbulento secundario que se superpone al movimiento principal.

Puede comprobarse que la curva de potencia necesaria para proporcionar la curva de altura teórica (la denominada potencia útil, corregida por la desviación de flujo de la teoría bidimensional), tiene la siguiente forma:

$$W_u = \text{cte}_1 \Omega^2 Q - \text{cte}_2 \Omega Q^2 \tag{9.24}$$

en la que cte$_2$ es dependiente del ángulo del álabe β_2. La forma que puede tomar la curva de potencia se ha mostrado en la Figura 9.4, en función de β_2. Aunque teóricamente las curvas arrancan en el origen, en realidad es preciso modificarlas (líneas a trazos), para tener en cuenta la potencia disipada para caudales pequeños, como se ha visto anteriormente. En esta figura puede observarse que se requiere una menor potencia para un mismo caudal en el caso correspondiente a $\beta_2 < 90º$.

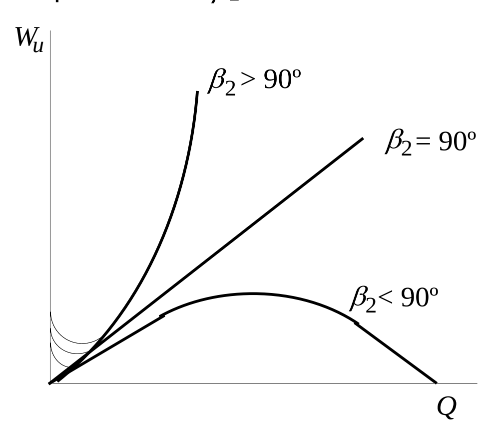


Figura 9.4: Curvas de potencia “útil” en función del ángulo de salida del álabe en una bomba centrífuga.

9.4 Curvas de rendimiento en una bomba centrífuga

Finalmente, para concluir la descripción del comportamiento real de la bomba es preciso tener en cuenta por un lado el caudal de fugas, que hace que el caudal "interno" de la bomba sea superior al caudal que se bombea, y por otro, la pérdida de energía mecánica derivada de la fricción en el disco y en los elementos mecánicos de la bomba. La cuantificación del caudal de fugas distorsiona ligeramente la curva de altura manométrica de la bomba, de forma que existe un decalaje entre las curvas representadas en función del caudal interno y del caudal en la impulsión de la bomba. Por otro lado, la curva de rendimiento se hace mas achatada si además de las pérdidas "hidráulicas" se tienen en cuenta las pérdidas por fugas mediante el rendimiento volumétrico, y las pérdidas por fricción en el disco y otros elementos mecánicos, mediante el rendimiento orgánico o mecánico, resultando entonces la curva de *rendimiento total* de la bomba.

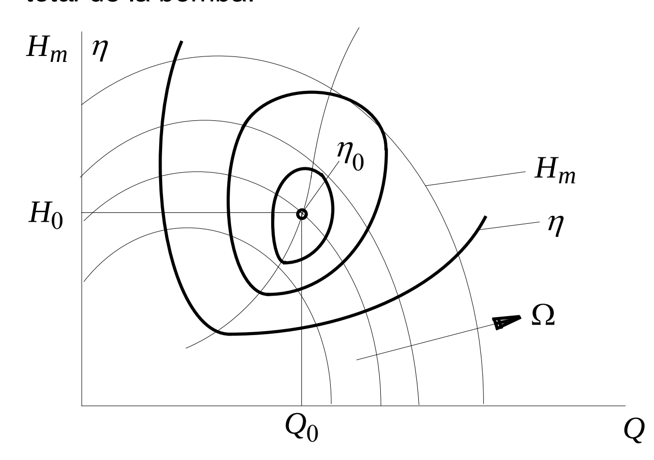


Figura 9.5: Forma típica de las colinas de rendimientos (líneas de isorrendimiento) para una bomba centrífuga.

Si a partir de unas curvas características adimensionales se desea reconstruir el funcionamiento de una máquina dada a distintos regímenes de giro, ya se expuso que las curvas de rendimiento constante corresponden en teoría a parejas de parábolas (Sección 3.4). Sin embargo, los efectos de la viscosidad del fluido, de la rugosidad de las paredes y de la cavitación, hacen que estas parábolas se aproximen por su parte inferior (pequeños caudales y alturas), y por su parte superior (grandes alturas y caudales). Así (véase la

Figura 9.5), las líneas de rendimiento constante aparecen como curvas cerradas y toman la denominación de *colinas de rendimientos*, por su analogía con la descripción topográfica de una colina. Como se observa en la Figura 9.5, la zona del rendimiento máximo se encuentra en la “cima” de la colina central.

9.5 Curvas características de bombas axiales y de flujo mixto

Todo lo expuesto anteriormente es general para cualquier tipo de bomba, aunque en principio las formas de las curvas características que se han dibujado corresponden típicamente a una bomba centrífuga.

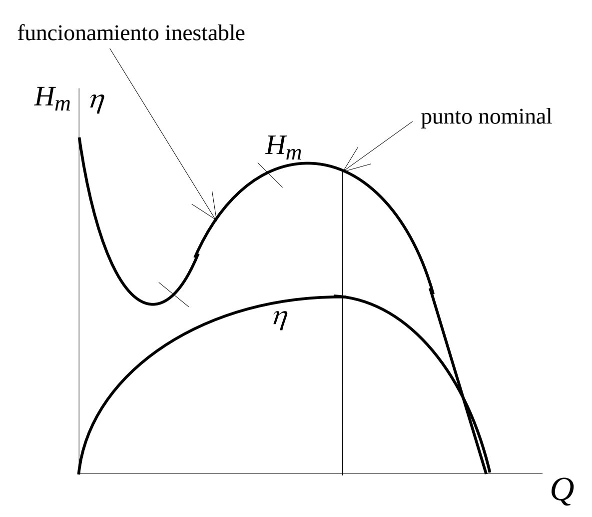


Figura 9.6: Forma típica de las curvas características de una bomba axial o de flujo mixto.

Sin embargo, cuando el flujo es mixto, o completamente axial, la forma de las curvas características puede cambiar. En las máquinas en las que el flujo predominante es axial, la presencia de las capas límite adjuntas a las paredes de los álabes conduce a la reducción del área de paso efectiva del fluido a través del canal de paso, además de la modificación del flujo inicialmente supuesto sobre superficies cilíndricas coaxiales con el eje (fenómeno del ‘warping’, expuesto en el Capítulo 8). La distribución de velocidad meridiana (axial) llega a ser menos uniforme a través de la sección de paso que en el caso de las máquinas radiales. Este fenómeno afecta a las curvas características reales de la máquina sobre todo en un determinado rango de valores del caudal normalmente por debajo del caudal nominal de la bomba. La reducción local de la altura manométrica obtenida da lugar a una forma característica de *silla*, como puede verse en la Figura 9.6. En la parte ascendente de la curva de altura que tiene lugar tras el mínimo local, el funcionamiento puede ser inestable.

9.6 Curvas características de las turbinas de reacción en función del caudal

Las turbinas hidráulicas están instaladas, salvo casos particulares, en saltos de agua determinados funcionando en general a una altura constante o con muy poca variación. Por otra parte, el régimen de giro es también constante pues están conectadas mecánicamente a un alternador de frecuencia fija. El único grado de libertad posible por lo tanto es el gasto que atraviesa la turbina y que producirá una potencia variable, en la forma

$$W_t = \eta_t \rho g H_n Q\,. \qquad (9.25)$$

Será necesario por lo tanto disponer de órganos de regulación, que en el caso de las turbinas Francis y Kaplan son los distribuidores de álabes orientables, cuyo efecto se verá más adelante. Para estudiar cómo se modifica el funcionamiento de la turbina cuando a régimen de giro constante se varía el gasto, se plantean los triángulos de velocidad en el caso de una turbina Francis radial, suponiendo condiciones uniformes en las secciones de entrada y de salida (Figura 9.7). Se cumplen las siguientes relaciones:

$$\tan \alpha_1 = \frac{v_{m1}}{v_{u1}}, \quad \tan \alpha_2 = \frac{v_{m2}}{v_{u2}}, \quad v_{u2} = u_2 - \frac{v_{m2}}{\tan \beta_2}. \tag{9.26}$$

Figura 9.7: Triángulos de velocidad en una turbina de reacción de tipo radial.

Por la Ecuación de Euler, la energía mecánica específica extraída por la turbina, altura útil, con signo ya cambiado para que sea positiva, es

$$gH_u = u_1 v_{u1} - u_2 v_{u2} = u_1 \frac{v_{m1}}{\tan \alpha_1} - u_2 \left(u_2 - \frac{v_{m2}}{\tan \beta_2} \right). \tag{9.27}$$

Utilizando la ecuación de continuidad, $Q = 2\pi r_1 b_1 v_{m1} = 2\pi r_2 b_2 v_{m2}$, puede llegarse a la expresión siguiente:

$$\frac{gH_u}{u_2^2} = -1 + \frac{1}{u_2} \left[\frac{1}{2\pi r_2} \left(\frac{1}{b_1 \tan \alpha_1} + \frac{1}{b_2 \tan \beta_2} \right) \right] Q. \tag{9.28}$$

La Ecuación (9.28), válida en sentido estricto para una turbina radial, y a la que habría que corregir para un número finito de álabes, indica que la variación de la altura teórica en cualquier turbina de reacción es lineal con el caudal (Figura 9.8),

$$H_u = -A\Omega^2 + B\Omega Q. \tag{9.29}$$

La potencia extraída tendrá la forma de la curva anterior multiplicada por el caudal, lo que hace que incluso tenga signo negativo para caudales muy pequeños, lo que significaría funcionar como una bomba[41] (Figura 9.9),

$$W \approx -A\Omega^2 Q + B\Omega Q^2. \tag{9.30}$$

[41] Lógicamente, la turbina no puede llegar a funcionar como bomba puesto que sería necesario cambiar de forma significativa la instalación: entradas, salidas, … En el aspecto práctico, el comportamiento de la altura y de la potencia en función del caudal en turbinas se traduce en la existencia de un cierto caudal de funcionamiento mínimo o *caudal de arranque*.

Para obtener la altura neta y por tanto toda la variación de energía mecánica específica entre la entrada y la salida, habrá que sumar a esta altura que corresponde a la útil, las pérdidas hidráulicas que, al igual que en bombas, son las debidas a fricción del flujo en el canal (crecientes con el cuadrado del caudal) y las producidas por incidencia inadecuada en los álabes (variables con el cuadrado de la diferencia entre el caudal real y el de diseño), como se muestra en la Figura 9.10.

$$H_n = H_u + \Delta H_1 + \Delta H_2 = -A\Omega^2 + B\Omega Q + CQ^2 + D(Q - Q_0)^2 \,. \tag{9.31}$$

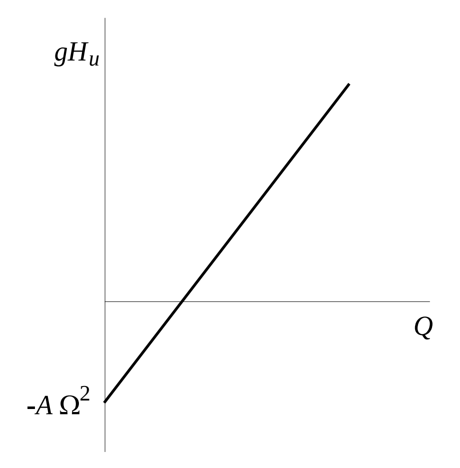


Figura 9.8: Energía mecánica específica teórica en una turbina de reacción en función del caudal, para una posición fija del distribuidor.

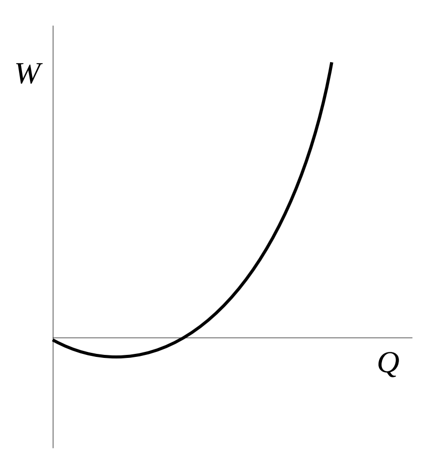


Figura 9.9: Potencia extraída en función del caudal para una posición fija del distribuidor en una turbina de reacción.

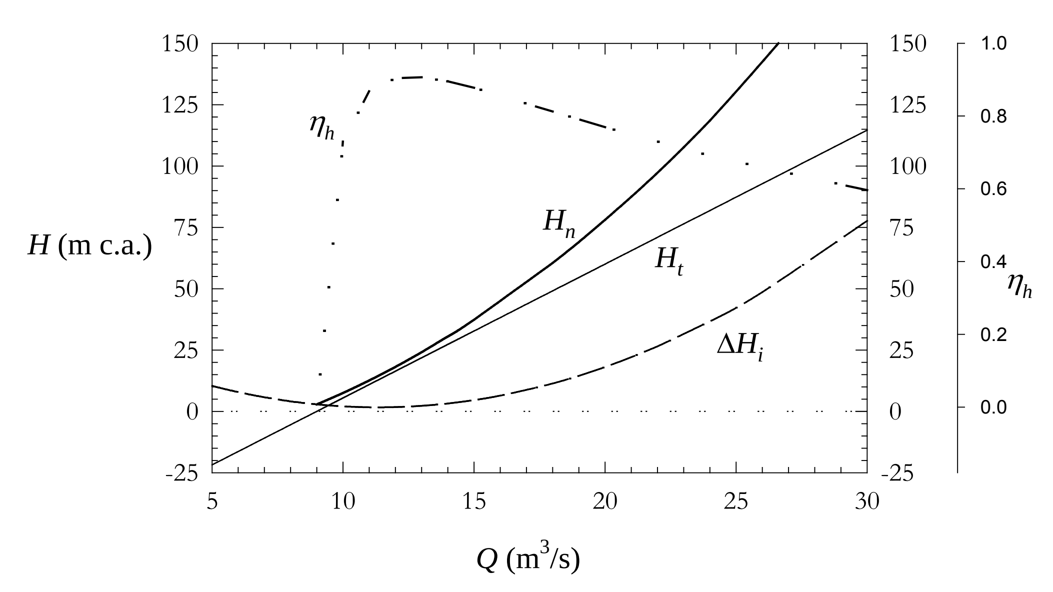


Figura 9.10: Curvas típicas de pérdidas internas, alturas teórica y neta, y de rendimiento hidráulico, para una turbina de reacción.

9.7 Curvas características de las turbinas de reacción en función del régimen de giro

El análisis dimensional y las leyes de semejanza física pueden servir para trazar las curvas de actuaciones a velocidades de rotación Ω para máquinas semejantes de distinto tamaño característico D. Para ello es necesario trazar las curvas características, en la forma

$$\frac{Q}{D^2(gH_n)^{1/2}} = \varphi_1\left(\frac{\Omega D}{(gH_n)^{1/2}}, \alpha\right), \tag{9.32}$$

$$\frac{W}{\rho D^2(gH_n)^{3/2}} = \varphi_2\left(\frac{\Omega D}{(gH_n)^{1/2}}, \alpha\right), \tag{9.33}$$

$$\eta = \varphi_3\left(\frac{\Omega D}{(gH_n)^{1/2}}, \alpha\right). \tag{9.34}$$

Si se modifica el régimen de giro, se podrían utilizar las curvas adimensionales para relacionar caudales y alturas de puntos homólogos de igual manera que se hace con bombas. Sin embargo, un modo muy usual de presentar las características de una turbina es en función del régimen de giro, para una altura constante. Esto proviene del modo como son ensayadas sobre modelos reducidos de laboratorio, donde la potencia se mide con un freno mecánico, hidráulico o eléctrico. Colocando el distribuidor en una posición determinada y haciendo variar el par resistente del freno para barrer todos los regímenes de giro, se obtienen las curvas representadas en la Figura 9.11.

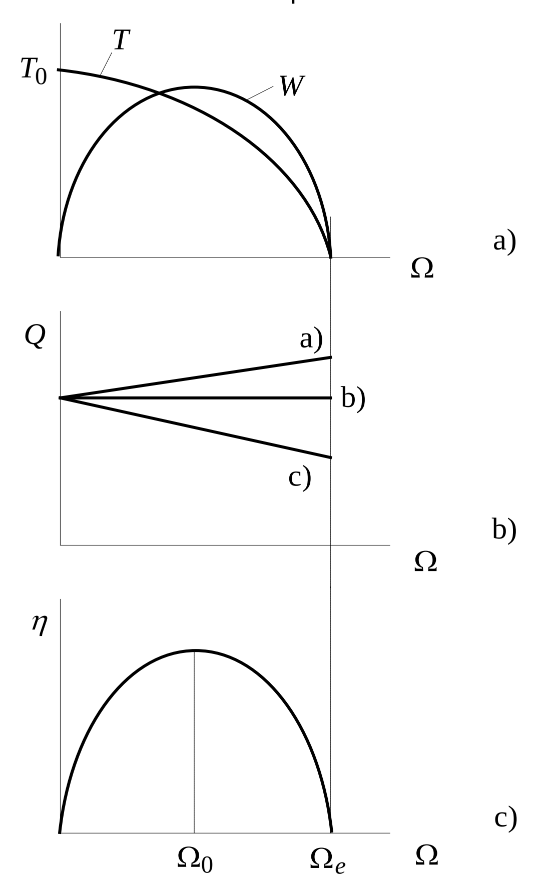


Figura 9.11: Curvas de ensayos de una turbina de reacción en función de la velocidad de giro.

En la representación gráfica T – Ω (Figura 9.11a) aparecen algunos valores característicos que merece la pena señalar:

T_0, par motor de arranque a velocidad de giro nula.

Ω_e, velocidad de embalamiento para la que se anula el par motor (es la que se alcanza para un determinado salto tras la aceleración que se produciría si se desconecta de la red).

En el gráfico $Q - \Omega$ (Figura 9.11b), el tipo de curva depende del tipo de turbina:

a) Caudal Q creciente: turbinas Francis rápidas (velocidad específica alta).

b) Caudal Q constante: turbinas Francis medias y turbinas Pelton.

c) Caudal Q decreciente: turbinas Francis lentas.

El rendimiento puede deducirse de las gráficas anteriores por

$$\eta = \frac{T\Omega}{\rho g H_n Q}, \tag{9.35}$$

y tendrá su máximo para una velocidad de giro óptima Ω_0 para la altura constante a la que se realiza el ensayo.

Las velocidades de embalamiento están relacionadas con la óptima en general por relaciones como las siguientes:

$$\Omega_e \approx 1{,}8\,\Omega_0, \tag{9.36}$$

para las turbinas Pelton, y

$$\Omega_e \approx 2{,}0\,\Omega_0, \tag{9.37}$$

para las turbinas Francis, llegando hasta $2{,}5\Omega_0$ para las de velocidad específica elevada.

Ciertos autores recomiendan la siguiente fórmula general para la velocidad de embalamiento,

$$\Omega_e \approx \Omega_0\left(\frac{3}{2}+\frac{\Omega_s}{4}\right). \tag{9.38}$$

9.8 Flujo real en una cascada de álabes

En el Capítulo 7 se desarrolló la teoría ideal en un rotor axial, llegando al conocido resultado de que la fuerza sobre el perfil se debe únicamente al efecto de sustentación, que tiene dirección perpendicular a la velocidad V_∞, definida ésta por

$$\vec{V}_\infty = V_a\vec{e}_x + \frac{1}{2}\left(V_{u2}+V_{u1}\right)\vec{e}_u, \tag{9.39}$$

resultando la fuerza de sustentación

$$F_L = \rho t V_\infty\,|\,\Delta V_u\,| = \rho\Gamma V_\infty, \tag{9.40}$$

siendo t la separación entre dos álabes y Γ la circulación alrededor del perfil; el coeficiente de sustentación puede ponerse entonces como sigue:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 l} = \frac{2\,|\,\Delta V_u\,|}{V_\infty}\frac{t}{l}, \tag{9.41}$$

siendo l la cuerda del perfil.

En el flujo real, si las condiciones para esta capa límite producen un desprendimiento, la estela turbulenta formada modificará de modo importante el flujo tras la cascada. Aunque no se llegue a desprender la corriente, la fuerza sobre los álabes no tiene la dirección normal a la corriente incidente, sino que aparece una componente paralela a la dirección de la corriente debido a los efectos de fricción. Se descompone así la fuerza en sustentación y en resistencia (Figura 9.12). Este esquema y todo lo que se va a plantear a continuación sirve tanto para cascadas fijas o móviles (para las primeras se emplea la velocidad absoluta y para las segundas la velocidad relativa; en lo que sigue, se emplearán velocidades absolutas).

Las componentes de la fuerza según las direcciones axial y radial son respectivamente

$$F_x = -F_L \cos\alpha_\infty + F_D \operatorname{sen}\alpha_\infty, \tag{9.42}$$

$$F_u = F_L \operatorname{sen}\alpha_\infty + F_D \cos\alpha_\infty. \tag{9.43}$$

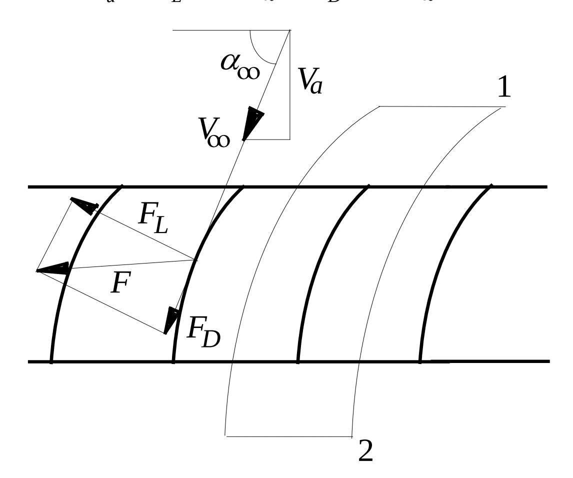


Figura 9.12: Flujo real en una cascada de álabes. Volumen de control (a trazos) para la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento.

La aplicación de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento sobre un volumen de control como el de la Figura 9.12 proporciona que la fuerza del fluido sobre el álabe es

$$\vec{F} = t(p_1 - p_2)\vec{e}_x + \rho V_a t(V_{u1} - V_{u2})\vec{e}_u. \tag{9.44}$$

Por tanto,

$$F_x = t(p_1 - p_2), \quad F_u = -\rho V_a t \Delta V_u. \tag{9.45}$$

Lógicamente, ahora no es aplicable la ecuación de Bernoulli para calcular la diferencia de presión $p_1 - p_2$ (sí se aplica en teoría ideal); es preciso introducir una altura de pérdidas debidas a fricción, desprendimientos parciales o estelas, por ejemplo. Esta pérdida puede expresarse como un coeficiente de pérdidas, ζ_r (que puede relacionarse con la altura de pérdidas internas en el rodete, puesto que se demuestra que es igual a $2g\Delta H_{i,R}/(V_\infty)^2$) multiplicado por la presión dinámica correspondiente a $\vec{V}_\infty$, de modo que

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(V_2^2 - V_1^2) + \zeta_r \frac{1}{2}\rho V_\infty^2. \tag{9.46}$$

Dividiendo las Ecuaciones (9.42) y (9.43) por $(1/2)\rho V_\infty^2 l$, sustituyendo en ellas las expresiones de F_x y F_u dadas en (9.45) y teniendo en cuenta que

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 l}, \; C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 l}, \quad \operatorname{sen}\alpha_\infty = \frac{V_a}{V_\infty}, \quad \cos\alpha_\infty = \frac{\frac{1}{2}\left(V_{u2} + V_{u1}\right)}{V_\infty}, \tag{9.47}$$

y operando[42], resulta

$$\frac{F_x}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 l} = \frac{t}{l}\frac{2\Delta V_u}{V_\infty}\cos\alpha_\infty + \zeta_r \frac{t}{l} = -C_L \cos\alpha_\infty + C_D \operatorname{sen}\alpha_\infty, \tag{9.48}$$

$$\frac{F_u}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 l} = -\frac{t}{l}\frac{2\Delta V_u}{V_\infty}\operatorname{sen}\alpha_\infty = C_L \operatorname{sen}\alpha_\infty + C_D \cos\alpha_\infty, \tag{9.49}$$

de donde se puede fácilmente despejar los coeficientes de sustentación, C_L, y de resistencia, C_D,

$$\frac{l}{t}C_L = -\frac{2\Delta V_u}{V_\infty} - \zeta_r \cos\alpha_\infty \Rightarrow \frac{l}{t}C_L = \frac{2|\Delta V_u|}{V_\infty} - \zeta_r \cos\alpha_\infty, \tag{9.50}$$

$$\frac{l}{t}C_D = \zeta_r \operatorname{sen}\alpha_\infty. \tag{9.51}$$

Se han obtenido por tanto las relaciones entre los coeficientes de sustentación y de resistencia del perfil del álabe por un lado, y el coeficiente de pérdidas y la deflexión de la corriente (es decir, la variación de la velocidad acimutal) producida, por otro. A partir de aquí, podrían desarrollarse procedimientos de análisis o de diseño utilizando cálculos teóricos o resultados experimentales, para aproximarse en mayor medida al flujo real.

Bibliografía consultada

Agüera Soriano, J., *Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas*, 5º ed., Ciencia, Madrid, 2002.

Comolet, R., *Mécanique expérimentale des fluides*, Tomo 3, Masson, Paris, 1963.

Hernández Krahe, J.M., *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, UNED, Madrid, 1976.

Pfleiderer, C., *Bombas centrífugas y turbocompresores*, Labor, Barcelona, 1960.

Mataix, C., *Turbomáquinas hidráulicas*, 2ª ed., ICAI-ICADE, Madrid, 2009.

Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.

Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.

[42] Se emplea la Ecuación (9.46) para eliminar la diferencia de presiones.

10. FENÓMENOS DE CAVITACIÓN EN TURBOMÁQUINAS

10.1 Fundamentos y efectos de la cavitación

Dentro de la aproximación al flujo “real” en una turbomáquina hidráulica, quizá el fenómeno que puede llegar a ser más significativo es el de la cavitación. Este fenómeno se produce por la vaporización localizada de líquido a causa de la reducción de la presión por efectos dinámicos en una cierta zona del campo fluido. El fenómeno se caracteriza por la formación de burbujas de vapor en el interior del flujo o sobre las superficies sólidas en contacto con él.

La condición física general para que aparezca la cavitación es que la presión absoluta del líquido se reduzca al nivel de la presión de vapor correspondiente a la temperatura a que está dicho líquido. Esta reducción debe ser por efectos dinámicos (si está acompañada, por ejemplo, de adición de calor, se trata de un fenómeno distinto). Dado que las diferencias de presión dinámica en las máquinas de fluidos son del orden de la presión absoluta, es fácil que se alcance la presión de vapor en algún punto del fluido.

Las burbujas formadas son arrastradas por el flujo, y al llegar a las zonas de alta presión colapsan, produciendo altas presiones y un sonido característico de la cavitación. Los cálculos relativos al colapso de las burbujas muestran que las presiones producidas son muy elevadas (del orden de 10^4 atmósferas), y que se producen fuertes impactos con aplicación repetida, que dan lugar a fatiga, de tal modo que la zona sometida a estas condiciones presenta una rápida erosión y un picado muy característico. Se estima que el ciclo medio de vida de una burbuja con cavitación desarrollada es del orden de $0{,}003$ segundos.

La nucleación de las burbujas, su crecimiento y colapso final, así como el efecto combinado de la tensión superficial, el impacto mecánico durante el colapso, la acción química e incluso térmica sobre la superficie del sólido durante el fenómeno de la cavitación son temas complejos y objeto aún de investigación. Se conoce por experiencia que el uso prolongado y continuo de las máquinas hidráulicas bajo los efectos de la cavitación, produce un efecto erosivo que puede llegar incluso a la completa destrucción de las partes vitales de la máquina sometidas a su acción, en especial en el rotor. También la cavitación produce fuertes vibraciones que pueden poner en peligro la integridad mecánica de la máquina.

Pero además de estos aspectos destructivos, la cavitación modifica el funcionamiento de las máquinas hidráulicas. En turbinas, la cavitación da lugar a una caída de la potencia obtenida y del rendimiento. En bombas, se produce una disminución del salto de presión producido y del correspondiente rendimiento. Estos efectos hidráulicos son fáciles de entender si se tiene en cuenta que las burbujas dan lugar a una contracción de las secciones vitales de paso, y si la cavitación está suficientemente desarrollada, pueden producir un fallo completo del funcionamiento de la máquina.

Todo lo expuesto está referido a turbomáquinas comunes. En algunos casos, como en las hélices propulsoras, el funcionamiento con cavitación es usual. Las burbujas formadas dejan la hélice y como al colapsar no tienen paredes sólidas cercanas no hay por tanto efectos tan negativos.

El estudio que sigue a continuación se refiere a bombas. Al final del capítulo se particulariza para el caso de turbinas.

10.2 Altura neta de aspiración y NPSH

Es de esperar que la cavitación se presente en la parte de baja presión de una máquina, es decir en la entrada de una bomba, por ejemplo, o cerca de ella. Pero la presencia de cavitación no sólo es función de la máquina, sino también de la instalación, por lo que su análisis hay que realizarlo conjuntamente con la misma. Supóngase que una bomba, cuya entrada está en una cota z_e, toma fluido de un depósito con superficie libre a una cota z_0, como se indica en la Figura 10.1.

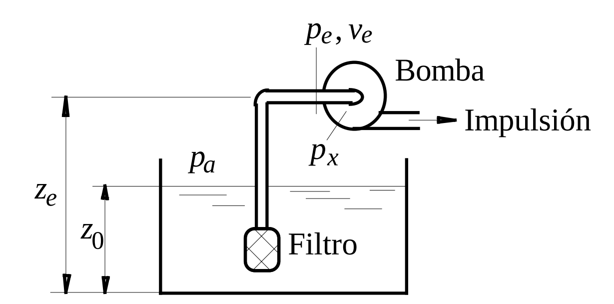


Figura 10.1: Esquema de instalación de una bomba para el análisis de la cavitación (parte de aspiración).

La presión absoluta en la sección de entrada (*e*) de la bomba viene dada por la ecuación

$$p_e + \tfrac{1}{2}\rho v_e^2 + \rho g z_e = p_a + \rho g z_0 - \rho g \Delta H_{asp}, \tag{10.1}$$

donde $\rho g \Delta H_{asp}$ es la pérdida de presión en todo el conducto desde el depósito a la entrada de la bomba.

La presión mínima, sin embargo, no se produce en la entrada de la bomba, sino en algún punto de su interior. El punto, indefinido en principio, de la cara de baja presión de los álabes donde la velocidad absoluta sea máxima, tendrá el valor de presión mínima, que se denominará p_x. La diferencia de presión entre la sección de entrada y este punto de presión mínima dependerá del diseño y de las condiciones de funcionamiento de la máquina, y puede considerarse en principio proporcional a la energía cinética de la velocidad relativa en la entrada del rotor, de la forma

$$p_e - p_x = \varepsilon \tfrac{1}{2}\rho w_1^2, \tag{10.2}$$

siendo ε un coeficiente que dependerá de cada tipo de máquina, y del punto de funcionamiento. La presión absoluta mínima alcanzada por lo tanto en algún punto del interior de la máquina puede ponerse por

$$p_x = p_a - \rho g (z_e - z_0) - \rho g \Delta H_{asp} - \tfrac{1}{2}\rho v_e^2 - \varepsilon \tfrac{1}{2}\rho w_1^2. \tag{10.3}$$

La condición para que no exista cavitación es que la presión se mantenga siempre por encima de la presión de saturación del vapor de agua a la temperatura considerada, esto es

$$p_x > p_v. \tag{10.4}$$

Si se eleva progresivamente la posición de la bomba respecto del depósito, va disminuyendo la presión mínima en la misma hasta que al alcanzar niveles tan bajos como la de vapor se produce la cavitación. Se denomina *altura máxima de aspiración* a este desnivel máximo libre de cavitación. De la Ecuación (10.4), se deberá cumplir que

$$p_a - \rho g(z_e - z_0) - \rho g \Delta H_{asp} - \tfrac{1}{2}\rho v_e^2 - \varepsilon \tfrac{1}{2}\rho w_1^2 > p_v, \tag{10.5}$$

luego la *altura máxima de aspiración* será

$$(z_e - z_0)_{máx} = \Delta z_{asp,máx} = \frac{p_a - p_v}{\rho g} - \Delta H_{asp} - \frac{v_e^2}{2g} - \varepsilon \frac{w_1^2}{2g}. \tag{10.6}$$

Planteándolo de otro modo, la energía mecánica específica que se necesita en la entrada de la bomba para que no se produzca cavitación, $H_{e,N}$, puede ponerse

$$H_{e,N} = \left(\frac{p_e}{\rho g} + \frac{v_e^2}{2g}\right)_N = \frac{p_v}{\rho g} + \frac{v_e^2}{2g} + \varepsilon \frac{w_1^2}{2g}, \tag{10.7}$$

mientras que la disponible en una instalación, $H_{e,D}$, dada es la definida por

$$H_{e,D} = \left(\frac{p_e}{\rho g} + \frac{v_e^2}{2g}\right)_D = \frac{p_a}{\rho g} - \Delta z_{asp} - \Delta H_{asp}. \tag{10.8}$$

La condición para evitar la cavitación es que la energía mecánica específica *disponible* sea mayor que la *necesaria*, es decir, $H_{e,D} > H_{e,N}$, lo que es otra forma de expresar la desigualdad que se ha planteado más arriba; $H_{e,N}$ es función de la bomba, y $H_{e,D}$ es función de la instalación. Si lo que interesa son las alturas relativas sobre la presión de vapor, pueden definirse las *alturas netas de aspiración necesaria y disponible,*

$$H_N^* = \left(\frac{p_e - p_v}{\rho g} + \frac{v_e^2}{2g}\right)_N = \frac{v_e^2}{2g} + \varepsilon \frac{w_1^2}{2g}, \tag{10.9}$$

$$H_D^* = \left(\frac{p_e - p_v}{\rho g} + \frac{v_e^2}{2g}\right)_D = \frac{p_a - p_v}{\rho g} - \Delta z_{asp} - \Delta H_{asp}, \tag{10.10}$$

respectivamente.

A este valor de altura neta de aspiración en sus dos acepciones:

- La disponible en la entrada como una función de la instalación, H_D^* (también dependiente de la naturaleza del fluido).
- La necesaria como función de la bomba, H_N^*,

se le llama con las siglas inglesas *NPSH ('net positive suction head')*. Es un dato esencial para la selección de la bomba, y que es necesario tener en cuenta para evitar la cavitación.

Siendo coherentes con el razonamiento anterior, puede concluirse que para que no aparezca cavitación, se requiere un NPSH *necesario*, $(\text{NPHS})_N$, menor que el *disponible*, $(\text{NPHS})_D$. El NPSH debe interpretarse desde un punto de vista energético, aunque se exprese en unidades de longitud (altura). Es una medida de la energía disponible para evitar (o para provocar) la cavitación en una turbomáquina. De hecho, en determinada bibliografía, se han cambiado las siglas tradicionales de NPSH por NPSE, correspondiente la "E" a 'energy', en sustitución de "H", 'head'. El valor del $(\text{NPHS})_N$ expresa la energía que la bomba precisa en la entrada para que no se produzca cavitación; por esta razón, es el valor de referencia que el fabricante debe suministrar en las características del equipo.

10.3 Condiciones de cavitación en una turbomáquina hidráulica

Tanto la altura neta de aspiración disponible como la necesaria no son valores fijos, sino que dependen de la condición de funcionamiento de la bomba, en particular del caudal. El NPSH disponible disminuye al aumentar el caudal por ser mayor la pérdida de carga en el conducto desde el depósito (esta pérdida de carga aumenta con el cuadrado del caudal). El NPSH necesario en la bomba se comporta sin embargo de modo diferente: la curva $v_e^2/2g$ es siempre creciente (cuadráticamente) con el caudal, mientras que la curva $\varepsilon w_1^2/2g$ puede tener una forma más compleja, al aumentar para caudales superiores o inferiores a los de diseño (véase la Figura 10.2).

En función del punto de intersección de las curvas de $(\text{NPSH})_N$ y $(\text{NPSH})_D$, una determinada bomba en una instalación dada puede presentar cavitación por encima de un determinado caudal de funcionamiento. La cuestión de si una bomba en una determinada instalación va a presentar cavitación no es, por tanto, una cuestión que se resuelva con un sí o un no; dependerá de la condición de funcionamiento de la misma, es decir, del punto de sus curvas características en que se sitúe (por supuesto, las curvas características se verán modificadas por la presencia de cavitación).

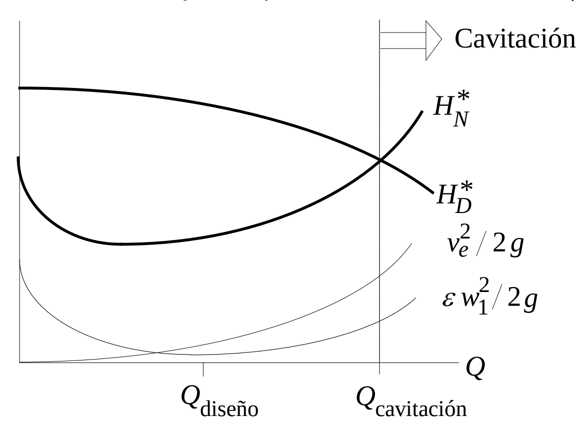


Figura 10.2: Variación con el caudal de los valores de NPSH necesario y disponible. Caudal de cavitación por intersección de las curvas.

La presencia de cavitación en una máquina, además del ruido y de las vibraciones que produce, y que en ocasiones son los primeros síntomas, se traducirá antes o después en una modificación de las actuaciones de la misma. Los *ensayos de cavitación* se pueden realizar como se describen a continuación:

1) Manteniendo Q y Ω constantes, se modifica el NPSH_D, bajando por ejemplo el nivel relativo del depósito o estrangulando la aspiración, hasta que la altura o el rendimiento caen (véase la Figura 10.3). Se obtienen así los dos siguientes valores de altura neta de aspiración disponible:

   $H_{D,i}^*$, valor del NPSH para el que se inicia la cavitación, para el valor dado de Q.

   $H_{D,0}^*$, valor del NPSH mínimo para poder proporcionar el gasto Q, aunque sea con altura o rendimiento nulos.

2) Para un determinado régimen de giro, se obtiene la curva característica $H = f(Q)$ para distintos valores del NPSH. Para cada uno de ellos, a un cierto valor de Q, la curva cae separándose de la curva con altura de aspiración disponible infinita. Este punto de separación es a valores de Q tanto más bajos cuanto menor es el NPSH disponible en la instalación (Figura 10.4). Lo mismo se puede decir de la curva de rendimiento. De modo análogo al caso anterior, para cada valor del NPSH se pueden definir los dos siguientes valores del caudal:

Q_i, valor del caudal para el que se inicia la cavitación a ese valor del NPSH, para cada régimen de giro.

Q_0, valor máximo del caudal que se puede dar con el correspondiente valor del NPSH, para cada régimen de giro.

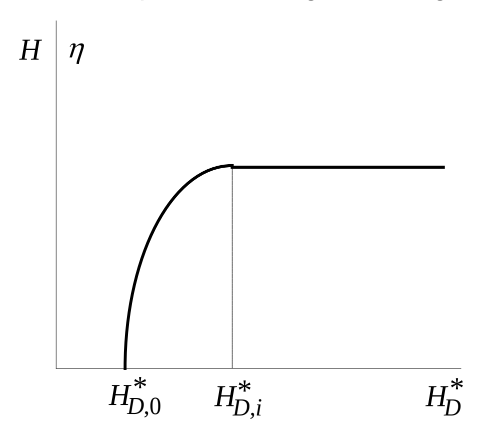


Figura 10.3: Ensayo de cavitación con caudal y velocidad de giro constantes, variando el NPSH disponible.

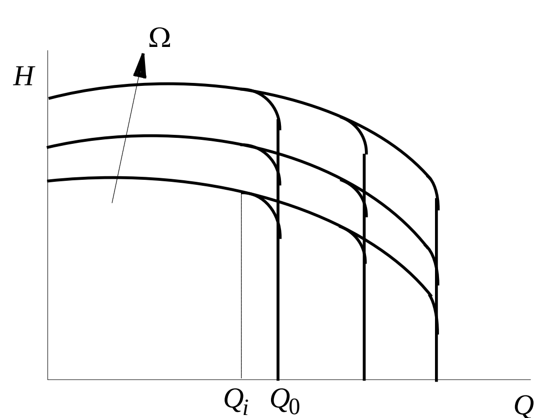


Figura 10.4: Ensayo de cavitación a velocidad de giro constante, por modificación de las curvas características.

Ambos métodos tendrán que dar valores relacionados entre sí, aunque el segundo de ellos es menos reproducible y por tanto más impreciso. En la Figura 10.5 se recoge un ejemplo del primero de ellos para una bomba axial. Se observa que justo antes de disminuir la altura comunicada al fluido, existe incluso un máximo relativo, debido a la disminución de la fricción sobre los álabes por la ligera capa de vapor formada en la cavitación incipiente.

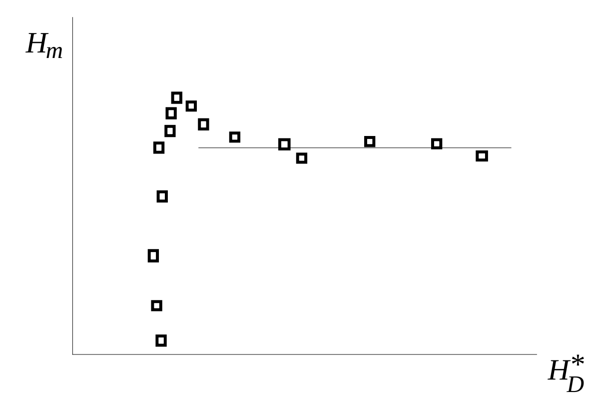


Figura 10.5: Ensayo de cavitación típico en una bomba axial, manteniendo el caudal y la velocidad de giro constantes.

10.4 Semejanza física y cavitación. Parámetro de Thoma

Si se quieren aplicar las técnicas de análisis dimensional y de la semejanza física al estudio completo y exhaustivo del flujo en una turbomáquina bajo las condiciones de cavitación, habría que incluir como parámetros o variables a la tensión de vapor, la tensión superficial, la compresibilidad del vapor, etc. Si únicamente se quiere determinar en las curvas características la condición de inicio de la cavitación, sólo es preciso añadir a las variables usuales el valor del NPSH disponible en la entrada. Resultan por tanto las relaciones funcionales siguientes:

$$Q = f_1\left(\rho, \Omega, D, gH, gH^*_D\right), \tag{10.11}$$

$$W = f_2\left(\rho, \Omega, D, gH, gH^*_D\right), \tag{10.12}$$

$$\eta = f_3\left(\rho, \Omega, D, gH, gH_D^*\right). \tag{10.13}$$

Aplicando el Teorema Π, las relaciones anteriores se pueden expresar, para turbinas, de la forma siguiente:

$$\frac{Q}{D^2 (gH)^{1/2}} = \varphi_1\left(\frac{\Omega D}{(gH)^{1/2}}, \frac{H_D^*}{H}\right), \tag{10.14}$$

$$\frac{W}{\rho D^2 (gH)^{3/2}} = \varphi_2\left(\frac{\Omega D}{(gH)^{1/2}}, \frac{H_D^*}{H}\right), \tag{10.15}$$

$$\eta = \varphi_3\left(\frac{\Omega D}{(gH)^{1/2}}, \frac{H_D^*}{H}\right). \tag{10.16}$$

Para bombas, las relaciones anteriores pueden ponerse

$$\frac{gH}{\Omega^2 D^2} = \varphi_1\left(\frac{Q}{\Omega D^3}, \frac{H_D^*}{H}\right), \tag{10.17}$$

$$\frac{W}{\rho \Omega^3 D^5} = \varphi_2\left(\frac{Q}{\Omega D^3}, \frac{H_D^*}{H}\right), \tag{10.18}$$

$$\eta = \varphi_3\left(\frac{Q}{\Omega D^3}, \frac{H_D^*}{H}\right). \tag{10.19}$$

De esta manera, los coeficientes de abertura (en turbinas) o de altura (en bombas) y de potencia, y el rendimiento, no sólo son función de los coeficientes de velocidad (en turbinas) o de caudal (en bombas), sino también del cociente entre la altura neta de aspiración y la altura neta (en turbinas) o la altura manométrica (en bombas). A este coeficiente se le denomina *parámetro de Thoma,*

$$\sigma = \frac{H^*}{H}. \tag{10.20}$$

En la definición anterior del parámetro de Thoma se ha prescindido de los subíndices D (*disponible*) o N (*necesario*), porque es ambivalente su interpretación. Si se quiere generar la familia de curvas características de una bomba en una determinada instalación, el parámetro de Thoma tendrá la acepción de la proporción del NPSH disponible en la instalación respecto de la altura dada por la bomba. La cavitación aparece cuando esta altura neta de aspiración disponible se reduce al nivel de la necesaria, función ésta de la bomba, y por esta razón el parámetro de Thoma es, escogiendo la acepción del NPSH necesario, un parámetro de la bomba.

Llamando por lo tanto σ_i al valor del parámetro de Thoma en el punto de iniciarse la cavitación, en el que cualquiera de las dos definiciones coincide, resultará función exclusiva de cada una de las magnitudes adimensionales en juego, esto es

$$\sigma_i = \psi_1\left(\frac{\Omega D}{(gH)^{1/2}}\right) = \psi_2\left(\frac{Q}{\Omega D^3}\right) = \psi_3(\eta) = \ldots, \tag{10.21}$$

como se ha mostrado en la Figura 10.6.

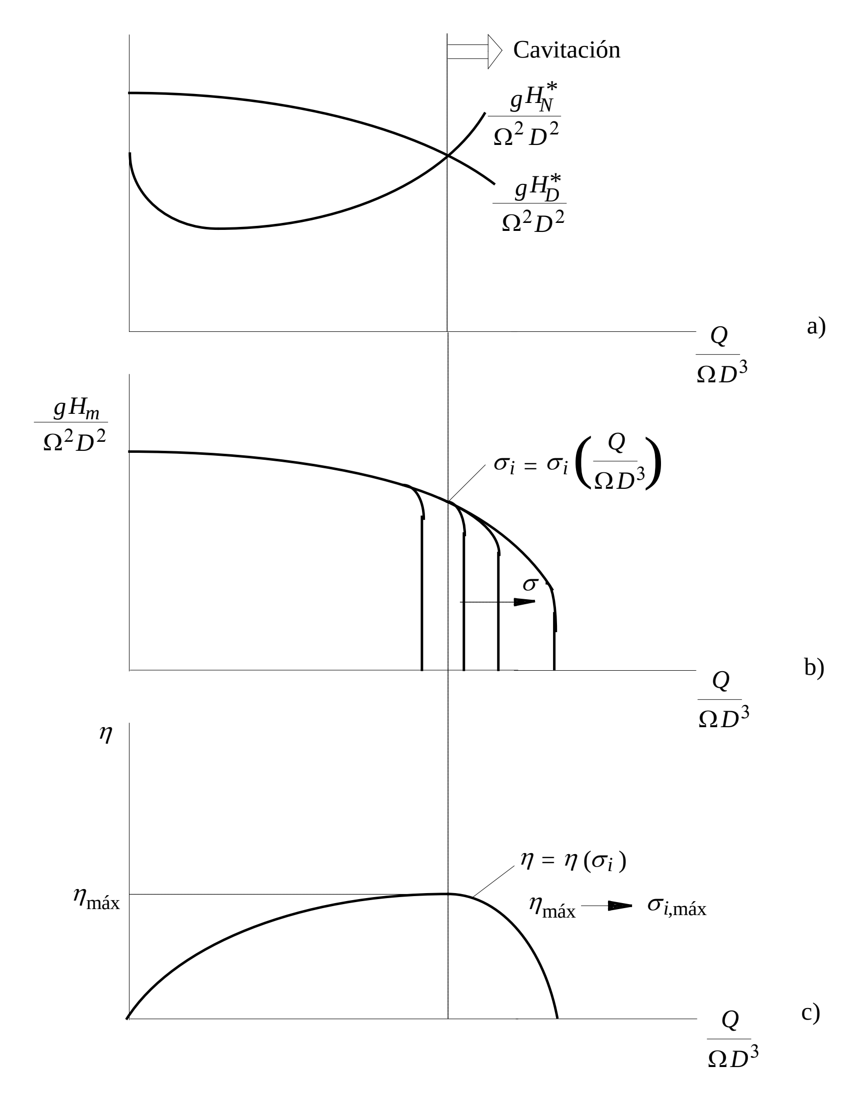


Figura 10.6: Curvas características adimensionales de cavitación en bombas. Se ha indicado la definición gráfica del parámetro de Thoma de cavitación incipiente y de rendimiento máximo.

10.5 Velocidad específica de aspiración

Si ahora se centra la atención en el punto de máximo rendimiento (Figura 10.6c), el parámetro de Thoma correspondiente a máximo rendimiento, $\sigma_{i,máx}$ será único para el diseño de que se trate, esto es, será una función de la velocidad específica. La Figura 10.7 muestra que la relación entre este valor del parámetro de Thoma (de cavitación incipiente a rendimiento máximo) y la velocidad específica de la familia de turbomáquinas guardan una relación experimental

$$\frac{\Omega_s}{\sigma_{i,máx}^{3/4}} \approx \text{cte}\,, \tag{10.22}$$

por lo que se puede definir el parámetro adimensional

$$S = \frac{\Omega Q^{1/2}}{\left(gH_D^*\right)^{3/4}} = \frac{\Omega Q^{1/2}}{\left(gH\right)^{3/4}}\left(\frac{H}{H_D^*}\right)^{3/4} = \frac{\Omega_s}{\sigma^{3/4}}\,, \tag{10.23}$$

que se llama *velocidad específica de aspiración*. El valor de este parámetro en la condición de cavitación incipiente y de rendimiento máximo será $S_{i,máx}$, cumpliéndose además que

$$S_{i,\text{máx}} = \frac{\Omega_s}{\sigma_{i,máx}^{3/4}}. \tag{10.24}$$

La velocidad específica de aspiración describe las condiciones en la zona de baja presión de la turbomáquina de forma análoga al parámetro de Thoma, con la diferencia de ser prácticamente independiente de la velocidad específica, y por tanto del tipo y diseño de la máquina. El valor de $S_{i,máx}$ no es estrictamente constante, pero varía en un estrecho margen: entre $2{,}5$ y $3{,}5$ aproximadamente para cualquier tipo de bomba, y entre $3{,}5$ y $5{,}2$ aproximadamente para cualquier tipo de turbina. Es decir, la constante (cte) que aparece en la Ecuación (10.22) varía relativamente poco entre los distintos tipos de turbomáquinas. La gráfica de la Figura 10.7 recoge un promediado experimental de la relación entre la velocidad específica y el parámetro de Thoma para distintos tipos de bombas. La zona de seguridad está situada, para cada valor de la velocidad específica, por encima de la curva.



Figura 10.7: Relación entre el parámetro de Thoma de cavitación incipiente y de rendimiento máximo y la velocidad específica, para bombas.

10.6 Cavitación en turbinas

Aunque lo expuesto hasta el momento es válido tanto para bombas como para turbinas, se ha centrado más la atención en las condiciones de cavitación de una bomba. Conviene tener en cuenta ciertas salvedades que se producen en las turbinas de reacción[43]. En primer lugar, la cavitación en turbinas se produce en la parte de baja presión de los álabes, en la salida del rodete, donde la presión estática es baja y la velocidad absoluta elevada. En la instalación de la Figura 10.8, planteando la ecuación de conservación de la energía mecánica entre los puntos s (salida del rodete de la turbina–entrada al tubo difusor) y 0 (superficie del agua en el canal de desagüe), se tiene que

[43] Por su propio funcionamiento, la cavitación no aparece en general en las turbinas de acción.

$$\frac{p_s}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} - \Delta z_{des} + \Delta H_{des} - \frac{v_s^2}{2g}, \tag{10.25}$$

siendo Δz_{des} la diferencia de cotas entre los puntos s y 0, y ΔH_{des} la pérdida de carga entre dichos puntos, es decir, en la descarga de la turbina. La presión mínima que se tiene en un punto en la cara de baja presión del álabe en la sección de salida puede ponerse

$$p_x = p_s - \varepsilon \tfrac{1}{2} w_2^2, \tag{10.26}$$

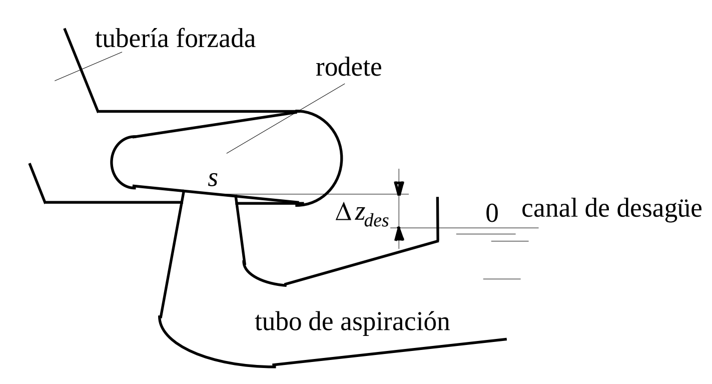


Figura 10.8: Esquema de la instalación de una turbina de reacción para el análisis de la cavitación (parte de la descarga o desagüe).

siendo w_2 la velocidad relativa de salida del rodete. Para que no exista cavitación, $p_x > p_v$, de modo que

$$\frac{p_a}{\rho g} - \Delta z_{des} + \Delta H_{des} - \frac{v_s^2}{2g} - \varepsilon \frac{w_2^2}{2g} > \frac{p_v}{\rho g}, \tag{10.27}$$

es decir, que el término de pérdidas ayuda (a diferencia de lo que ocurre en bombas) a que no se produzca cavitación. La expresión anterior puede ponerse del siguiente modo:

$$\frac{p_a - p_v}{\rho g} - \Delta z_{des} > \frac{v_s^2}{2g} + \varepsilon \frac{w_2^2}{2g} - \Delta H_{des,} \tag{10.28}$$

lo que lleva a definir en este caso el (NPSH)$_D$ por $[(p_a - p_v)/\rho g] - \Delta z_{des}$, y el parámetro de Thoma para turbinas, σ_t, por

$$\sigma_t = \left(\frac{p_a - p_v}{\rho g} - \Delta z_{des} \right) \frac{1}{H_n}. \tag{10.29}$$

La altura máxima en la descarga $\Delta z_{des,máx}$ es para la condición de cavitación incipiente,

$$\sigma_{t,i} = \left(\frac{p_a - p_v}{\rho g} - \Delta z_{des,máx} \right) \frac{1}{H_n} = \frac{H^*}{H_n}, \tag{10.30}$$

por lo que

$$\Delta z_{des,máx} = \frac{p_a - p_v}{\rho g} - \sigma_{t,i} H_n, \tag{10.31}$$

que indica que cuando la altura neta aumenta, debe descender la altura máxima en la descarga $\Delta z_{des,máx}$, es decir, debe descender la elevación de la turbina respecto del nivel del agua en el canal de desagüe; incluso, para alturas netas muy elevadas, $\Delta z_{des,máx}$ puede llegar a ser negativa, lo que implica que es preciso colocar la turbina por debajo del nivel del agua en el canal (se llama entonces “sumergida”).

La definición de velocidad específica de aspiración es igual que en el caso de las bombas. En la Figura 10.9 puede observarse la relación existente entre el parámetro de Thoma y la velocidad específica, para distintos tipos de turbinas. La zona de seguridad se encuentra por encima de las tres curvas que aparecen en esta gráfica.

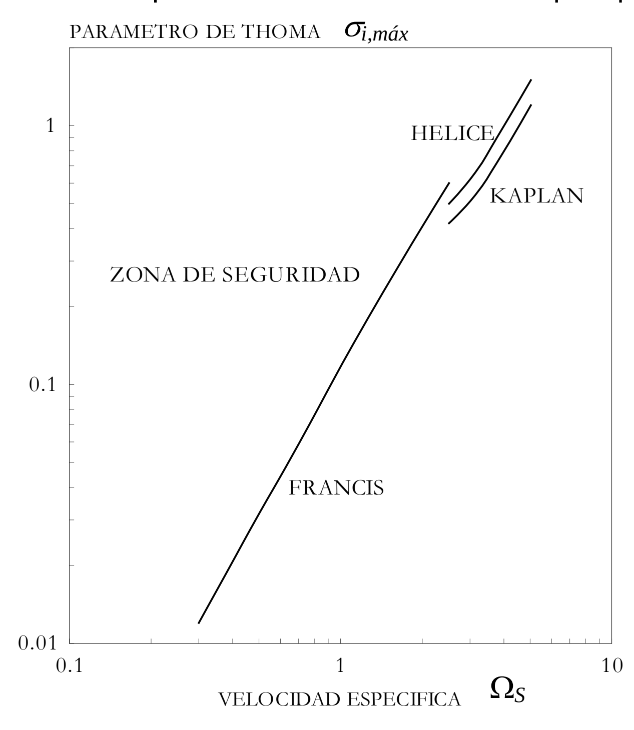


Figura 10.9: Relación entre el parámetro de Thoma de cavitación incipiente y de rendimiento máximo y la velocidad específica, en turbinas de reacción.

Bibliografía consultada

Agüera Soriano, J., *Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas*, 5º ed., Ciencia, Madrid, 2002.

Cherkasski, V.M., *Bombas, ventiladores y compresores*, Mir, Moscú, 1986.

Comolet, R., *Mécanique expérimentale des fluides*, Tomo 3, Masson, Paris, 1963.

Hernández Krahe, J.M., *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, UNED, Madrid, 1976.

Nekrasov, B., *Hidráulica*, Mir, Moscú, 1968.

Pfleiderer, C., *Bombas centrífugas y turbocompresores*, Labor, Barcelona, 1960.

Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.

Potter, M.C., y Wiggert, D.C., *Mechanics of fluids*, Prentice-Hall, 1991.

Sayers A.T., *Hydraulic and compressible flow turbomachines*, McGraw-Hill, 1990.

Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.

Stepanoff, A.J., *Centrifugal and axial flow pumps*, Wiley, 1957.

Turton, R.K.(a), *Rotodynamic pump design*, Cambridge University Press, 1994.

Zipparro, V.J., y Hasen, H., Eds., *Davis' Handbook of Applied Hydraulics*, McGraw-Hill, 1993.

Wislicenus, G.F., *Fluid mechanics of turbomachinery*, Dover, 1965.

PROBLEMAS RESUELTOS. BLOQUE III

Problema III-1	RESUELTO

Una bomba centrífuga de velocidad específica Ω_S = 0,588 *bombea en condiciones nominales de funcionamiento un caudal de agua de* 780 *litros*/s, *suministrando una altura manométrica* H_m = 32,5 m. *Los diámetros exterior e interior del rodete son* D_2 = 1.086 mm *y* D_1 = 540 mm, *respectivamente. Los correspondientes espesores de los álabes son* b_2 = 62,5 mm *y* b_1 = 100 mm. *El agua entra radialmente al rodete. En la salida, los álabes están curvados hacia atrás (*β_2 = 22º).

a) Determinar la velocidad de giro de la bomba.

El rodete tiene 5 *álabes, y ha sido diseñado utilizando la corrección de Pfleiderer, con* ψ = 0,584 (1 + sen β_2).

b) Calcular el rendimiento hidráulico en condiciones nominales de funcionamiento.

Se desea determinar la curva característica de la bomba. La bomba se ha diseñado suponiendo que las pérdidas por choque son nulas en el punto de funcionamiento nominal. Se conoce que el rendimiento hidráulico correspondiente a caudal nulo es η_{h0} = 0,695.

c) Hallar las curvas de altura teórica con número infinito de álabes, y con número finito de álabes, en función del caudal.

d) Encontrar las constantes K_1 *y* K_2 *que permiten determinar las curvas de altura de pérdidas por fricción y de pérdidas por choque.*

e) Determinar la curva característica H_m–Q *de la bomba. Representar gráficamente esta curva y las de los apartados anteriores.*

SOLUCIÓN

a) La velocidad de giro de la bomba puede determinarse a partir de la velocidad específica como sigue:

$$\Omega = \Omega_S \frac{(gH_m)^{3/4}}{Q^{1/2}} = 0{,}588 \frac{[(9{,}81\,\text{m/s}^2)(32{,}5\,\text{m})]^{3/4}}{(0{,}78\,\text{m}^3/\text{s})^{1/2}} = 50{,}23\,\text{rad/s} \approx 480\,\text{r.p.m.}$$

b) Mediante la corrección de Pfleiderer, se corrige la altura teórica para tener en cuenta el efecto de un número finito de álabes,

$$gH_t = \frac{gH_{t,\infty}}{1 + \dfrac{2\psi}{N(1-(r_1/r_2)^2)}},$$

donde

$$\psi = 0{,}584\,(1 + \text{sen}\ 22^\circ) = 0{,}8028,$$

y $r_2 = D_2/2$, $r_1 = D_1/2$, y N (el número de álabes) igual a 5. Operando, se obtiene

$$\frac{H_t}{H_{t,\infty}} = 0{,}701,$$

donde $H_{t,\infty}$ se halla mediante la Ecuación de Euler,

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1}}{g},$$

siendo $v_{u1} = 0$, puesto que el agua entra radialmente al rodete. Por otro lado, v_{u2} se determina mediante las relaciones trigonométricas del triángulo de velocidades en la salida del rodete,

$$v_{u2} = u_2 - \frac{v_{m2}}{\tan\beta_2} = \Omega\frac{D_2}{2} - \frac{Q/\pi D_2 b_2}{\tan\beta_2}.$$

Operando con las relaciones anteriores, y sustituyendo los valores numéricos correspondientes (Ω = 50,23 rad/s, D_2 = 1,086 m, b_2 = 0,0625 m), se obtiene el valor de la altura teórica,

$$H_t = 35{,}5\ \text{m}.$$

El rendimiento hidráulico puede determinarse a partir de su definición,

$$\eta_h = \frac{H_m}{H_t} = \frac{32{,}5\ \text{m}}{35{,}5\ \text{m}} = 0{,}915.$$

c) La curva de altura teórica con número infinito de álabes se determina mediante la Ecuación de Euler, del modo siguiente:

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{u2}}{g} = \frac{(\Omega D_2/2)^2 - (\Omega D_2/2)[Q/\pi D_2 b_2\ \tan\beta_2]}{g},$$

de donde, sustituyendo valores numéricos, se obtiene

$$H_{t,\infty} = 75{,}83 - 32{,}27\,Q,$$

que es una recta con pendiente negativa. La altura teórica con número finito de álabes se obtiene fácilmente como sigue:

$$H_t = 0{,}701\,(H_{t,\infty}) = 53{,}16 - 22{,}62\,Q,$$

que también es una recta con pendiente negativa, siendo esta pendiente diferente a la de la recta anterior.

d) La curva de altura manométrica de la bomba se determina restando de la curva de altura teórica las curvas de altura de pérdidas por fricción y de pérdidas por choque, es decir,

$$H_m = H_t - \Delta H_i = H_t - (\Delta H_1 + \Delta H_2).$$

En el punto de diseño, las pérdidas por choque son nulas, de modo que las pérdidas que se producen se deben únicamente a la fricción. Así pues, en el punto nominal,

$$\Delta H_i = \Delta H_1 = H_t - H_m = (35{,}5 - 32{,}5)\ \mathrm{m} = 3\ \mathrm{m}.$$

Puede suponerse que las pérdidas por fricción aumentan cuadráticamente con el caudal, siendo nulas para caudal nulo,

$$\Delta H_1 = K_1 Q^2,$$

de modo que la constante K_1 puede determinarse a partir de los datos del punto de funcionamiento nominal, en el que ΔH_1 = 3 m y Q = 0,78 m^3/s. La curva de altura de pérdidas por fricción resulta una parábola de la forma

$$\Delta H_1 = 4{,}931\, Q^2.$$

Como se ha dicho antes, las pérdidas por fricción son nulas para caudal nulo. En este punto de funcionamiento, las pérdidas que se producen son únicamente por choque. La altura teórica para caudal nulo se determina sustituyendo Q = 0 en la expresión que se ha hallado anteriormente para H_t, resultando

$$H_{t,0} = 53{,}16\ \mathrm{m}.$$

Puesto que es conocido el rendimiento manométrico (hidráulico) para caudal nulo, puede obtenerse la altura manométrica para caudal nulo del modo siguiente:

$$H_{m,0} = \eta_{h,0} H_{t,0} = 0{,}695\,(53{,}16\ \mathrm{m}) = 36{,}95\ \mathrm{m}.$$

Así pues, la constante K_2 de la curva de altura de pérdidas por choque,

$$\Delta H_2 = K_2\,(Q - Q_0)^2,$$

puede determinarse con los datos del punto correspondiente a caudal nulo, en el que se cumple que

$$\Delta H_i = \Delta H_2 = H_{t,0} - H_{m,0} = (53{,}16 - 36{,}95)\ \mathrm{m} = 16{,}21\ \mathrm{m},$$

y Q = 0, Q_0 = 0,78 m^3/s. Operando, la curva de altura de pérdidas por choque resulta

$$\Delta H_2 = 26{,}64\,(Q - 0{,}78)^2.$$

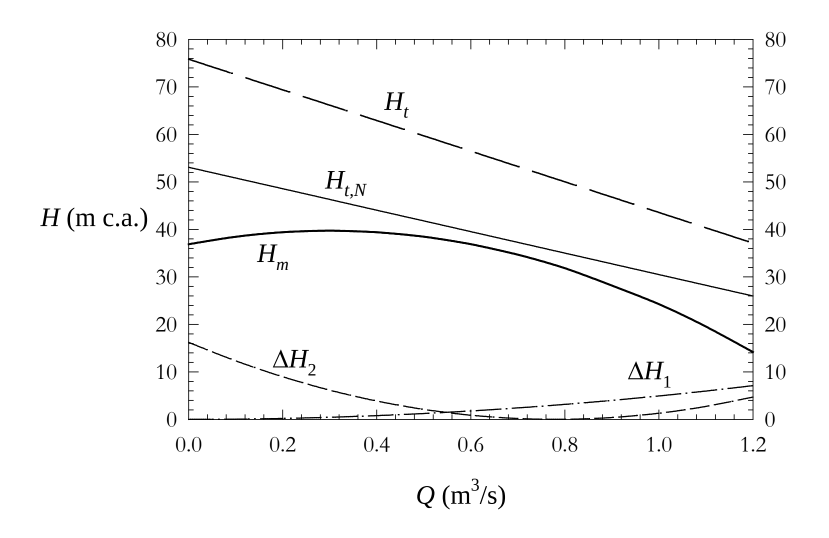
e) La curva característica "real" de la bomba, que proporciona la altura manométrica suministrada en función del caudal, se determina por

$$H_m = H_t - \Delta H_1 - \Delta H_2.$$

Sustituyendo las curvas de altura de pérdidas por fricción y de pérdidas por choque en la expresión anterior, se obtiene

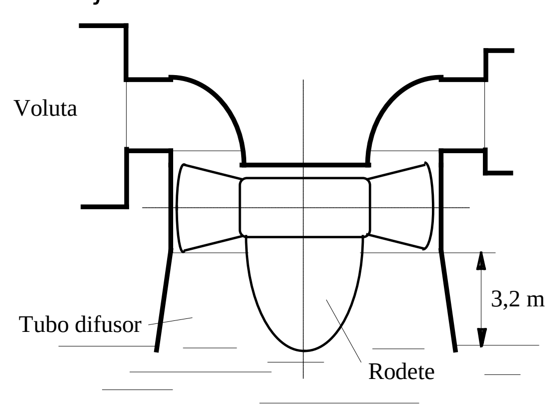
$$H_m = 36{,}95 + 18{,}94\,Q - 31{,}57\,Q^2.$$

Puede comprobarse que para caudal nulo, H_m = 36,95 m; en el punto de diseño (Q = 0,78 m^3/s), se obtiene H_m = 32,5 m; la altura máxima que puede proporcionar la bomba es de 39,8 m, para un caudal en torno a 0,3 m^3/s. En la figura adjunta se han representado las curvas obtenidas para la bomba.



Problema III-2	RESUELTO

Una turbina Kaplan, de potencia específica $W_S = 2{,}76$, *está funcionando con las siguientes condiciones nominales de funcionamiento: altura neta* $H_n = 40$ m, *altura útil* $H_u = 37$ m *y caudal* $Q = 506$ m^3/s. *Los rendimientos volumétrico y orgánico son iguales, respectivamente, a* 0,98 y 0,97. *La turbina está conectada a un alternador de rendimiento igual a* 0,93. *El diámetro exterior (punta) del rodete es de* 7,40 m, *y el interior (raíz) de* 3,75 m. *La voluta tiene una sección de entrada de* 63 m^2, *siendo las pérdidas en la misma equivalentes al* 13 *% de las pérdidas totales que se producen en la turbina. El tubo difusor tiene un diámetro en su sección de salida de* 8 m, *siendo la presión manométrica en este punto de* –0,0392 *bares; en la sección de entrada del difusor, situada a una altura de* 3,2 *m sobre el nivel del agua en el canal de desagüe, la presión es de* –0,510 *bares, también manométrica. Se supondrá que la componente axial de la velocidad es uniforme en todo el rodete, y que no es preciso hacer corrección por desviación del flujo.*



Se pide determinar:

a) El rendimiento total de la turbina.

b) La potencia eléctrica generada por el alternador.

c) La velocidad de giro.

d) Los triángulos de velocidades de entrada y de salida correspondientes a una cierta posición radial en el rodete, dada por un diámetro igual a $2(D_{punta} + D_{raíz})/5$, *en la que la componente acimutal de la velocidad absoluta en la sección de salida es igual al* 15 *% de dicha velocidad absoluta. Dibújense gráficamente los triángulos de velocidades.*

e) *Pérdidas en el rodete y en el difusor.*

f) *Presión manométrica en la sección de entrada de la voluta.*

SOLUCIÓN

a) El rendimiento total de la turbina puede determinarse por

$$\eta_t = \eta_h \eta_v \eta_o = \left(\frac{H_u}{H_n} \right) \eta_v \eta_o = \frac{37\ \mathrm{m}}{40\ \mathrm{m}} \times 0{,}98 \times 0{,}97 = 0{,}879.$$

b) La potencia eléctrica generada por el alternador, W_e, puede ponerse

$$W_e = \eta_e W_T,$$

siendo W_T la potencia obtenida en la turbina,

$$W_T = \eta_t \rho Q g H_n = 0{,}879\,(1.000\ \mathrm{kg/m^3})(506\ \mathrm{m^3/s})(9{,}81\ \mathrm{m/s^2})(40\ \mathrm{m}) = 174{,}5\ \mathrm{MW},$$

con lo que, teniendo en cuenta que el rendimiento del alternador es $\eta_e = 0{,}93$, se obtiene

$$W_e = 162{,}3\ \mathrm{MW}.$$

c) La velocidad de giro puede obtenerse a partir de la potencia específica,

$$W_S = \Omega \frac{(W_T)^{1/2}}{\rho^{1/2} (gH_n)^{5/4}},$$

de donde, sustituyendo valores numéricos, se halla la velocidad,

$$\Omega = 11{,}54\ \mathrm{rad/s} = 110{,}2\ \mathrm{r.p.m.}$$

d) Los triángulos de velocidades se determinan como se ha hecho en problemas anteriores. Es preciso tener en cuenta en este problema que los triángulos se determinan para un diámetro

$$D = \frac{2}{5}\left(D_{punta} + D_{raíz}\right) = \frac{2}{5}\left(7{,}40\ \mathrm{m} + 3{,}75\ \mathrm{m}\right) = 4{,}46\ \mathrm{m},$$

y que la velocidad acimutal en la salida del rodete es

$$v_{u2} = 0{,}15\, v_2.$$

Haciendo uso de las relaciones trigonométricas conocidas, de la Ecuación de Euler, y hallando la velocidad axial por

$$v_a = \frac{\eta_v Q}{\pi (D_p^2 - D_r^2)/4},$$

pueden determinarse completamente los triángulos de velocidades. Compruébese que

$$v_a = 15{,}51\ \mathrm{m/s},\ u = 25{,}69\ \mathrm{m/s},\ \alpha_1 = 43{,}26^\circ,\ \alpha_2 = 81{,}37^\circ,\ \beta_1 = 59{,}32^\circ,\ \beta_2 = 33{,}62^\circ.$$

e) La altura de pérdidas en la turbina es la suma de las alturas de pérdidas en la voluta, en el rodete y en el difusor,

$$\Delta H_i = H_n - H_u = \Delta H_{i,\mathrm{voluta}} + \Delta H_{i,\mathrm{rodete}} + \Delta H_{i,\mathrm{difusor}}.$$

En primer lugar, puede determinarse la altura de pérdidas en el difusor, $\Delta H_{i,difusor}$,

$$\left(\frac{p}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+z\right)_{s,\text{difusor}}^{e,\text{difusor}}=H_{i,\text{difusor}},$$

donde $p_{e,difusor} = -0{,}51 \times 10^5$ N/m^2, $p_{s,difusor} = -0{,}0392 \times 10^5$ N/m^2, $z_{e,difusor} = 3{,}2$ m, $z_{s,difusor} = 0$, y las velocidades correspondientes

$$v_{e,\text{difusor}}=\frac{Q}{\pi D_{ext}^2/4}=\frac{506\,\text{m}^3/\text{s}}{\pi\times(7{,}4\,\text{m})^2/4}=11{,}77\ \text{m/s},$$

$$v_{s,\text{difusor}}=\frac{Q}{\pi D_{s,\text{difusor}}^2/4}=\frac{506\,\text{m}^3/\text{s}}{\pi\times(8\,\text{m})^2/4}=10{,}07\ \text{m/s}.$$

Sustituyendo y operando, resulta

$$\Delta H_{i,\text{difusor}}=0{,}290\ \text{m}.$$

Puesto que la altura de pérdidas en la voluta, $\Delta H_{i,voluta}$, es el 13 % de la altura de pérdidas total, se llega a que la altura de pérdidas en el rodete puede ponerse

$$\Delta H_{i,\text{rodete}}=\Delta H_i-\Delta H_{i,\text{voluta}}-\Delta H_{i,\text{difusor}}=(1-0{,}13)\times 3\,\text{m}-0{,}290\,\text{m}=2{,}320\,\text{m}.$$

f) La diferencia de energía mecánica específica entre la entrada de la voluta y la salida del difusor es, por definición, la altura neta. La presión y la velocidad en la salida del difusor son conocidas, la altura neta es H_n = 40 m, y la velocidad en la entrada de la voluta es

$$v_{e,\text{voluta}}=\frac{506\,\text{m}^3/\text{s}}{63\,\text{m}^2}=8{,}032\ \text{m/s},$$

de modo que suponiendo despreciable la diferencia de cotas entre la entrada y la salida de la máquina, puede obtenerse la presión manométrica en la entrada de la turbina. Compruébese que

$$\frac{p_{e,\text{voluta}}}{\rho g}=41{,}48\ \text{m c.a.}$$

Problema III-3 RESUELTO

Se quiere realizar un nuevo diseño del rotor de la turbina Kaplan de la central hidroeléctrica de Machicura (Chile), cuyas características en su punto nominal de funcionamiento y sus dimensiones, suministradas por el fabricante, se resumen en el dibujo. Suponiendo que el rendimiento orgánico es de 0,99 y el volumétrico de 0,98, obténgase:

a) Rendimiento hidráulico del diseño actual.

Suponiendo que en el punto nominal de funcionamiento el ángulo del distribuidor sea de 30º (el ángulo se mide desde la posición cerrada del distribuidor, que sería 0º), se pide:

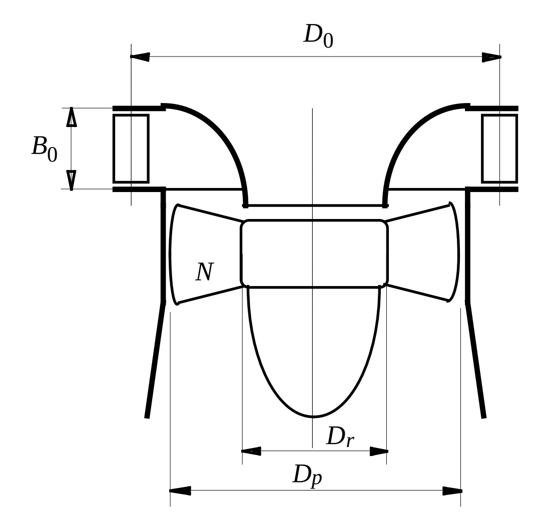
b) Distribución de velocidad acimutal en la entrada de los álabes de rotor, y valor de la velocidad axial (que se supone uniforme).

Suponiendo que el flujo queda sin velocidad acimutal a la salida del rotor y aplicando la teoría unidimensional, se pide:

c) Ángulos geométricos de entrada y salida del álabe en sus secciones base, media y extrema.

Si el rendimiento hidráulico se quiere mejorar en dos centésimas y tomando como sección característica la media del álabe, donde su cuerda es l = 2 m, se pide:

d) Calcular los coeficientes de sustentación C_L y de resistencia C_D que tendría que tener el perfil del álabe en esa sección.



H_n = 36,7 m
Q = 144,2 m^3/s
W_T = 48,40 MW
n = 187,5 r.p.m.
f = 50 Hz
D_p = 4,200 m
D_r = 1,932 m
D_0 = 7,200 m
B_0 = 1,323 m
N = 5

SOLUCIÓN

a) La potencia obtenida de la turbina puede ponerse como sigue:

$$W_T = \eta_t \rho Q g H_n = \eta_h \eta_v \eta_o \rho Q g H_n,$$

de donde puede obtenerse el valor del rendimiento hidráulico, puesto que todo lo demás es conocido (véase la información que se da junto al dibujo). Sustituyendo los valores numéricos correspondientes, ρ = 1.000 kg/m^3, W_T = 48,4 MW, Q = 144,2 m^3/s, H_n = 36,7 m, η_v = 0,98, η_o = 0,99, y g = 9,81 m/s^2, se obtiene

$$\eta_h = 0{,}961.$$

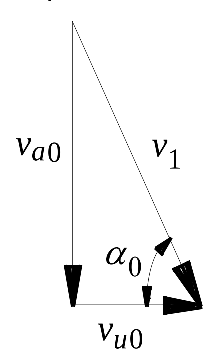
b) Puesto que se tiene una máquina axial, el caudal interno de la turbina, Q_i, puede ponerse

$$Q_i = \pi \frac{D_p^2 - D_r^2}{4} v_a = \eta_v Q,$$

de donde puede obtenerse la velocidad axial,

$$v_a = 12{,}94 \text{ m/s},$$

supuesta uniforme en todo el rotor.



En adelante, las magnitudes calculadas en el distribuidor se denotarán con el subíndice 0. El triángulo de velocidades en el distribuidor es como se ha dibujado esquemáticamente en la figura adjunta. La componente acimutal de velocidad en el distribuidor puede calcularse entonces por

$$v_{u0} = \frac{v_{a0}}{\tan \alpha_0},$$

con α_0 = 30º y v_{a0} la velocidad axial en el distribuidor, que se calcula por

$$v_{a0} = \frac{Q}{\pi D_0 B_0} = \frac{144{,}2\,\mathrm{m^3/s}}{\pi(7{,}2\,\mathrm{m})(1{,}323\,\mathrm{m})} = 4{,}819\,\mathrm{m/s}.$$

Operando, se encuentra el valor de v_{u0},

$$v_{u0} = 8{,}346\,\mathrm{m/s}.$$

Puede hallarse la distribución de velocidad acimutal en la entrada del rotor imponiendo la condición de equilibrio radial,

$$v_u r = \mathrm{cte},$$

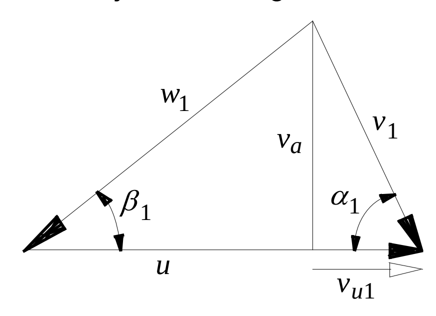
por lo que puede ponerse

$$v_{u0}\left(\frac{D_0}{2}\right) = v_{u1} r,$$

y por tanto, la distribución de v_{u1} resulta

$$v_{u1} = \frac{30{,}05}{r}, \quad \frac{D_r}{2} \le r \le \frac{D_p}{2}.$$

c) Para calcular los ángulos geométricos de entrada y de salida del álabe, se emplearán las relaciones trigonométricas derivadas de los triángulos de velocidades en la entrada y en la salida del álabe. En la figura adjunta se ha dibujado esquemáticamente el triángulo de velocidades en la entrada del rotor, para una sección cualquiera del mismo (de forma similar se dibujaría el triángulo en la salida del rotor).



Puede comprobarse que

$$\tan\beta_1 = \frac{v_a}{u - v_{u1}}, \quad \tan\beta_2 = \frac{v_a}{u - v_{u2}},$$

con v_{u2} = 0, como indica el enunciado, y $u = \Omega r$, variando r entre el radio exterior (punta) del rotor y el radio interior (raíz) del mismo. La raíz o base de los álabes del rotor está dada por $r = D_r/2 = (1{,}932\ \mathrm{m})/2 = 0{,}966$ m, obteniéndose

$$\beta_1 = -46{,}82^\circ, \quad \beta_2 = 34{,}31^\circ.$$

La sección media de los álabes tiene un radio $r = (D_p + D_r)/4 = (4{,}2\ \mathrm{m} + 1{,}932\ \mathrm{m})/4 = 1{,}533$ m, resultando

$$\beta_1 = 50{,}96^\circ, \quad \beta_2 = 23{,}27^\circ.$$

Por último, la punta de los álabes se caracteriza por un radio $r = D_p/2 = (4{,}2\ \mathrm{m})/2 = 2{,}1$ m, obteniéndose en este caso

$$\beta_1 = 25{,}68^\circ, \quad \beta_2 = 17{,}43^\circ.$$

d) El nuevo rendimiento hidráulico que se quiere conseguir es

$$\eta_h' = 0{,}961 + 0{,}02 = 0{,}981.$$

En adelante, se denotarán con primas (') las magnitudes obtenidas a partir de este nuevo valor del rendimiento hidráulico. Como indica el enunciado, se trabajará con una sección intermedia del álabe (dado por un radio r = 1,533 m). Mediante la Ecuación de Euler, que puede ponerse de la forma siguiente:

$$H'_u = \frac{u\Delta v'_u}{g},$$

puede obtenerse el incremento de la componente acimutal de la velocidad absoluta entre la entrada y la salida del álabe, Δv_u. Sustituyendo valores (téngase en cuenta que $H'_u = \eta'_h H_n$), se obtiene

$$\Delta v'_u = 11{,}73 \text{ m/s}.$$

A partir de los triángulos de velocidades en la entrada y en la salida del álabe, se obtiene que, en módulo,

$$|\Delta v'_u| = |\Delta w'_u|.$$

Teniendo en cuenta que la componente acimutal de la velocidad en la salida es nula, se comprueba

$$w'_{u1} = u - v'_{u1}, \qquad w'_{u2} = u.$$

Sustituyendo valores numéricos en las relaciones anteriores, se obtiene

$$w'_{u1} = 18{,}37 \text{ m/s}, \qquad w'_{u2} = 30{,}1 \text{ m/s}.$$

Pueden calcularse ahora los coeficientes de sustentación y de resistencia que debe tener el álabe en la sección media para conseguir la mejora del rendimiento hidráulico. El coeficiente de sustentación, C_L se calcula como sigue:

$$C_L = \frac{1}{l/t}\left(\frac{2|\Delta w'_u|}{w'_\infty} - \zeta_r \cos\alpha'_\infty\right).$$

En la expresión anterior, l es la cuerda (l = 2 m) y t el espaciamiento entre álabes,

$$t = \frac{\pi(D_p + D_r)/2}{N} = 1{,}926 \text{ m}.$$

Por otro lado, w'_∞ se define por

$$w'_\infty = (v_a^2 + \tfrac{1}{4}[w'_{u2} + w'_{u1}]^2)^{1/2},$$

y el ángulo correspondiente por

$$\tan\alpha'_\infty = \frac{v_a}{\tfrac{1}{2}[w'_{u2} + w'_{u1}]}.$$

Sustituyendo valores numéricos, se obtiene

$$w'_\infty = 27{,}47 \text{ m/s}, \qquad \alpha'_\infty = 28{,}1^{\text{o}}.$$

En cuanto al coeficiente de pérdidas, ζ_r este está definido por

$$\zeta_r = \frac{\rho g \Delta H_{i,R}}{\frac{1}{2}\rho (w'_\infty)^2},$$

donde $\Delta H_{i,R}$ es la altura de pérdidas en el rodete, que puede calcularse al partir del rendimiento hidráulico como sigue:

$$\Delta H_{i,R} = (1-\eta'_h)H_n.$$

Operando y sustituyendo valores numéricos, se obtiene

$$\zeta_r = 0{,}0181,$$

con lo que ya puede hallarse el coeficiente de sustentación, que resulta

$$C_L = 0{,}807.$$

Por otro lado, el coeficiente de resistencia, C_D, se calcula por

$$C_D = \frac{1}{l/t}\zeta_r \operatorname{sen} \alpha'_\infty.$$

Sustituyendo valores numéricos en la expresión anterior, se obtiene

$$C_D = 0{,}00821.$$

Problema III-4	RESUELTO

Se necesita bombear desde un depósito subterráneo un caudal de 30 *litros/*s *de agua a* 60ºC *(con presión de vapor de* 0,2 *bares). El análisis de la instalación proporciona el dato de que la bomba ha de tener una altura manométrica de* 36 m. *El motor disponible gira a* 1.800 r.p.m. *y se desea seleccionar la bomba de modo que funcione en su punto de rendimiento máximo y se instale libre de problemas de cavitación.*

El tubo de aspiración tiene una longitud de 10 m, *un diámetro de* 10 cm, *una válvula de pie con una constante de perdidas* K = 1,5 *y un codo con una constante* K = 0,3.

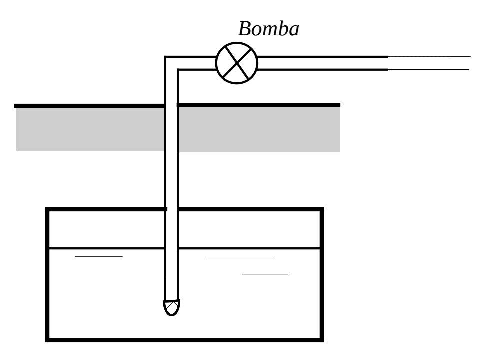
Se conoce que para el tipo de bombas normalmente empleado en estos casos, la velocidad específica de aspiración para cavitación incipiente y en el punto de rendimiento máximo es $S_{i,máx} = 3$.

En estas condiciones, se pide:

a) *Calcular la velocidad específica de la bomba, el parámetro de Thoma y la altura máxima de aspiración.*

b) *Estimar el diámetro externo del rotor utilizando el diagrama de Cordier y los parámetros geométricos de la entrada al rotor, sabiendo que* $D_1/D_2 = 0{,}4$ *y* $b_1/D_2 = 0{,}15$.

c) *Determinar el coeficiente* ε *que fija la mínima presión (*p_x*) en el interior de la máquina. Puede suponerse que no existe prerrotación en la entrada del rodete.*



SOLUCIÓN

a) La velocidad específica se calcula por

$$\Omega_s = \Omega \left. \frac{Q^{1/2}}{(gH_n)^{3/4}} \right|_{\eta \text{ máx}} = \left(1.800 \frac{\pi}{30} \text{ rad/s}\right) \frac{(0{,}003 \text{ m}^3/\text{s})^{1/2}}{[(9{,}81 \text{ m/s}^2)(36 \text{ m})]^{3/4}} = 0{,}4.$$

A partir de la definición de velocidad específica de aspiración en el punto de rendimiento máximo,

$$S_{i,máx} = \frac{\Omega_s}{\sigma_{i,máx}^{3/4}},$$

puede obtenerse el parámetro de Thoma, $\sigma_{i,máx}$,

$$\sigma_{i,máx} = \left(\frac{0{,}4}{3}\right)^{4/3} = 0{,}0681,$$

que es la relación entre el valor del NPSH disponible (o el necesario) en condiciones de cavitación incipiente y rendimiento máximo, y la altura manométrica. La altura máxima de aspiración de la bomba, $z_{asp,máx}$, se calculará con la condición de que el NPSH disponible por parte de la instalación sea mayor que el NPSH necesario por parte de la bomba, para que no exista cavitación,

$$\text{NPSH}_D > \text{HPSH}_N$$

En el límite, cuando la cavitación es incipiente,

$$\text{NPSH}_D = \text{HPSH}_N$$

A partir del parámetro de Thoma,

$$\text{NPSH}_D = \text{HPSH}_N = \sigma_{i,\text{máx}} H_m = 0{,}0681(36 \text{ m}) = 2{,}452 \text{ m}.$$

Por otra parte, de la ecuación de definición del NPSH$_D$,

$$\text{NPSH}_D = \left(\frac{p_e}{\rho g} - \frac{p_v}{\rho g} + \frac{v_e^2}{2g}\right)_D,$$

donde p_v es la presión de saturación de vapor; puede hallarse la cantidad

$$\left. \left(\frac{p_e}{\rho g} + \frac{v_e^2}{2g}\right) \right|_D,$$

mediante la ecuación de conservación de la energía mecánica aplicada entre un punto de la superficie libre del agua y un punto de la entrada de la bomba, teniendo en cuenta las pérdidas en el conducto de aspiración, ΔH_{asp},

$$\frac{p_e}{\rho g} + \frac{v_e^2}{2g} = \frac{p_a}{\rho g} - z_{asp,máx} - \Delta H_{asp},$$

siendo p_a la presión atmosférica (se toma $p_a/\rho g = 10$ m c.a.). La altura de pérdidas en la aspiración, ΔH_{asp}, se calcula por

$$\Delta H_{asp} = \left(\lambda \frac{L}{D} + \Sigma_i K_i \right) \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4},$$

donde el coeficiente de pérdidas por fricción λ se determina en el diagrama de Moody a partir del número de Reynolds (se supondrá que el conducto de aspiración no tiene rugosidad). Puede comprobarse que el número de Reynolds es igual a $3{,}82 \times 10^5$, y que λ resulta aproximadamente igual a 0,0138. Teniendo en cuenta que L = 10 m, D = 0,1 m, y que $\sum_i K_i$ = 1,5 + 3, sustituyendo valores numéricos en la expresión anterior, se obtiene

$$\Delta H_{asp} = 2{,}365\ \text{m}.$$

Puede comprobarse que

$$\left. \left(\frac{p_e}{\rho g} + \frac{v_e^2}{2g} \right) \right|_D = 7{,}635 - z_{asp,máx},$$

con lo que

$$\text{NPSH}_D = 7{,}635 - z_{asp,máx} - \frac{p_v}{\rho g},$$

siendo p_v = 0,2 bar. De la ecuación anterior puede calcularse $z_{asp,máx}$, que resulta

$$z_{asp,máx} = 3{,}144\ \text{m}.$$

b) Entrando en el diagrama de Cordier (Figura 3.6) con un valor de la velocidad específica de 0,4, se determina un diámetro específico

$$\Delta \approx 7.$$

Puesto que el diámetro específico es

$$\Delta = \left. \frac{D_{ext} (gH_m)^{1/4}}{Q^{1/2}} \right|_{\eta\ \text{máx}},$$

puede hallarse el valor del diámetro exterior, D_{ext} (es decir, D_2), y con los datos del enunciado, también D_1 y b_1. Operando, se obtiene lo siguiente:

$$D_2 = 28\ \text{cm}, D_1 = 11{,}2\ \text{cm}, b_1 = 4{,}2\ \text{cm}.$$

c) A partir de la definición de NPSH_N, puede hallarse el valor del coeficiente ε,

$$\text{NPSH}_N = \frac{v_e^2}{2g} + \varepsilon \frac{w_1^2}{2g},$$

siendo w_1 la velocidad relativa en la entrada del rodete. Si no existe prerrotación en la entrada del rodete, entonces v_{u1} = 0, y se cumple que

$$v_1 = v_{m1} = \frac{Q}{\pi D_1 b_1},$$

obteniéndose v_1 = 2,034 m/s. Por otro lado, el valor de la velocidad de arrastre u_1 se determina como sigue:

$$u_1 = \Omega \frac{D_1}{2} = \left(1.800 \frac{\pi}{30} \text{ rad/s}\right) \frac{0{,}112 \text{ m}}{2} = 10{,}55 \text{ m/s},$$

con lo que la velocidad relativa puede calcularse por

$$w_1 = (v_1^2 + u_1^2)^{1/2},$$

obteniéndose w_1 = 10,74 m/s. La velocidad en la entrada, v_e, se calcula a partir del caudal,

$$v_e = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4(0{,}03 \text{ m}^3/\text{s})}{\pi (0{,}1 \text{ m})^2} = 3{,}82 \text{ m/s}.$$

Puede determinarse ahora ε como sigue:

$$\varepsilon = 2g \frac{(\text{NPSH}_N - v_e^2/2g)}{w_1^2},$$

obteniéndose

$$\varepsilon = 0{,}291.$$

Problema III-5	RESUELTO

Una turbina hidráulica Francis produce una potencia de 2 MW *girando a* 300 r.p.m. *bajo una altura neta de* 50 m. *La velocidad absoluta de salida del rodete es de* 10,4 m/s, *sin componente acimutal. El diámetro exterior del rodete es de* 1,65 m, *siendo el ángulo de entrada de los álabes de* 22º. *El rendimiento hidráulico es igual a* 0,81, *mientras que los rendimientos volumétrico y orgánico pueden suponerse iguales a la unidad. El parámetro de Thoma de cavitación incipiente puede obtenerse de la siguiente tabla, suministrada por el fabricante para la gama de turbinas que ofrece*

$\Omega_{S,t}$	0	0,308	0,603	0,905	1,21	1,51
$\sigma_{t,i}$	0	0,04	0,1	0,18	0,28	0,41

La turbina se situará a 6 m *sobre el nivel del agua en el canal de desagüe. Se pide:*

a) Calcular el caudal que trasiega la turbina, y la velocidad específica de la misma.

b) Determinar la altura del álabe, supuesta igual en las secciones de entrada y de salida, y el diámetro interior del rodete.

c) En las condiciones indicadas, indicar si la turbina funciona o no en condiciones de cavitación. Justifíquese la respuesta.

d) Calcular la altura límite a la que se situaría la turbina para que aparezcan fenómenos de cavitación.

e) Hallar las pérdidas entre la salida del rodete y el canal de desagüe, suponiendo que es despreciable la energía cinética residual del agua, para las condiciones del apartado anterior.

f) Suponiendo que las pérdidas a través del rodete son iguales a 6,5 *m, calcular para la condición del apartado d) la presión en la entrada del rodete.*

DATOS: presión atmosférica: 10,3 m c.a; *presión de saturación del vapor de agua:* 4 kPa.

SOLUCIÓN

a) Puesto que la potencia producida por la turbina es conocida, puede hacerse lo siguiente:

$$Q = \frac{W_T}{\eta_h \eta_v \eta_0 \rho g H_n} = \frac{2 \times 10^6 \text{ W}}{(0{,}81)(1)(1)(1.000 \text{ kg/m}^3)(9{,}81 \text{ m/s}^2)(50 \text{ m})} = 5{,}034 \text{ m}^3/\text{s}.$$

La velocidad específica se obtiene de su definición (se supone que las condiciones del enunciado son las de rendimiento máximo),

$$\Omega_S = \Omega \left. \frac{Q^{1/2}}{(gH_n)^{3/4}} \right|_{\eta \text{ máx}} = \left(300 \frac{\pi}{30} \text{ rad/s} \right) \frac{(5{,}034 \text{ m}^3/\text{s})^{1/2}}{[(9{,}81 \text{ m/s}^2)(50 \text{ m})]^{3/4}} = 0{,}676.$$

b) Se utilizará la Ecuación de Euler para turbinas, teniendo en cuenta además que $v_{u2} = 0$, como especifica el enunciado del problema,

$$H_{t,\infty} = \frac{u_1 v_{u1}}{g} = H_n \eta_h,$$

donde v_{u1} puede hallarse a partir del triángulo de velocidades en la entrada del rodete, como sigue:

$$v_{u1} = u_1 - \frac{v_{m1}}{\tan \beta_1} = \Omega \frac{D_1}{2} - \frac{Q / \pi D_1 b_1}{\tan \beta_1}.$$

Operando con las relaciones anteriores, y sustituyendo los valores numéricos correspondientes ($\Omega = 300 \times \pi/30$ rad/s, $D_1 = 1{,}65$ m, $\beta_1 = 22^\circ$, $H_n = 50$ m, $\eta_h = 0{,}81$, $Q = 5{,}034$ m^3/s, se obtiene el valor de la anchura del álabe, supuesta uniforme,

$$b_1 = b_2 = 0{,}227 \text{ m},$$

siendo fácil obtener además que el diámetro del rodete en la salida es

$$D_2 = 0{,}679 \text{ m}.$$

c) Para determinar si la turbina funciona o no en condiciones de cavitación, es preciso utilizar la información de la tabla que aparece en el enunciado del problema. Se necesita entonces encontrar el valor de la potencia específica; puesto que se ha calculado en el apartado a) la velocidad específica, puede hacerse

$$\Omega_{S,t} = W_S = \Omega_S \eta_h^{1/2} = (0{,}676)(0{,}81)^{1/2} = 0{,}608,$$

valor que puede utilizarse para entrar en la tabla del enunciado. El valor de potencia específica más cercano es el de $0{,}603$, al que corresponde un valor del parámetro de Thoma para turbinas y condiciones de cavitación incipiente de $0{,}1$. Por otra parte, este coeficiente puede hallarse de forma alternativa con los datos del enunciado,

$$\sigma_t = \frac{1}{H_n} \left(\frac{p_a - p_v}{\rho g} - \Delta z_{des} \right),$$

expresión de la que si se sustituyen los valores numéricos correspondientes (obsérvese que la presión atmosférica está dada en metros de columna de agua, mientras que la presión de vapor está en kilopascales), con $\Delta z_{des} = 6$ m, como se indica en el enunciado para la diferencia de cotas entre la salida de la turbina y el nivel del agua en el canal de restitución, se obtiene

$$\sigma_t = 0{,}0779 < 0{,}1,$$

lo que indica que el (NPSH) disponible en la instalación es menor que el (NPSH) necesario para la turbina, luego en la condición de funcionamiento que se está estudiando, existe cavitación.

d) Precisamente la altura máxima a la que se puede disponer la salida de la turbina respecto del nivel del agua en el desagüe puede hallarse imponiendo la condición de cavitación incipiente en la expresión del parámetro de Thoma para turbinas,

$$\sigma_t = 0{,}1 = \frac{1}{(50\,\text{m})}\left(10{,}3 - \frac{(4\times10^3\ \text{N/m}^2)}{(1.000\,\text{kg/m}^3)(9{,}81\,\text{m/s}^2)} - \Delta z_{des,máx}\right),$$

de donde

$$\Delta z_{des,máx} = 4{,}89\,\text{m}.$$

e) Se planteará la ecuación de conservación de la energía mecánica entre la salida de la turbina (2) y la superficie libre del agua en el canal de restitución, que supondremos equivalente a la salida del difusor (3),

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_3}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g} + z_3 + \Delta H_{i,\text{difusor}}.$$

En esta última expresión, se supondrá que la presión en 2 es la presión de vapor (puesto que estamos en las mismas condiciones del apartado d), en el que la cavitación es incipiente); la velocidad en 2 es 10,4 m/s (se indica en el enunciado del problema); la presión en 3 es la presión atmosférica; la velocidad en 3 se desprecia al indicar el enunciado que se pierde la energía cinética residual, y por último, la diferencia de cotas entre 2 y 3 será $\Delta z_{des,máx} = 4{,}89\,\text{m}$. Operando, se obtiene

$$\Delta H_{i,\text{difusor}} = 0{,}513\,\text{m}.$$

f) En esta ocasión, se planteará la ecuación de conservación de la energía mecánica entre la entrada al rodete (1) y la salida del mismo (2), teniendo en cuenta que la diferencia entre las energías de entrada y de salida es precisamente la dada por la Ecuación de Euler; en un caso real, en este intercambio también interviene la energía perdida en el rodete por fricción y desprendimientos de la corriente,

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + H_{t,\infty} + \Delta H_{i,\text{rodete}}.$$

En la expresión anterior, se supondrá que la presión en 2 sigue siendo la presión de vapor. La diferencia de cotas puede despreciarse. Las pérdidas en el rodete son $\Delta H_{i,\text{difusor}}$ = 6,5 m. En cuanto a las velocidades, es preciso hallar v_1, del modo siguiente:

$$v_1 = (v_{m1}^2 + v_{u1}^2)^{1/2},$$

calculando la velocidad meridiana a partir del caudal y de la sección de paso del fluido, y la velocidad acimutal con ayuda del triángulo de velocidades en la entrada del rodete, tal como se ha hecho en problemas anteriores. Puede comprobarse que se obtiene

$$v_1 = (4{,}278^2 + 15{,}33^2)^{1/2}\ \text{m/s} = 15{,}92\,\text{m/s},$$

y sustituyendo en la ecuación anterior de conservación, se obtiene p_1 =392,4 kPa.

PROBLEMAS PROPUESTOS. BLOQUE III

Problema III-6	PROPUESTO

Se dispone de un diseño de una familia de bombas axiales que se quiere usar para vaciar un dique seco con el siguiente punto de funcionamiento: Q = 700 litros/s y H_m = 4 m. La bomba está compuesta por un rotor y un estátor, ambos con perfiles de idénticas características, aunque con distinta inclinación respecto del eje. Se puede suponer que no existe prerrotación del flujo antes de atravesar el rotor y que el estátor deja también al flujo sin rotación, siendo el grado de reacción del rotor igual a 0,5. El diseño está pensado para que el coeficiente de velocidad, $\phi = v_a/u$, varíe en el rotor, cuando la velocidad axial es uniforme, entre 1,2 en la raíz del álabe y 0,6 en la punta. Otras características del diseño disponible son:

Ω_S	*Número de álabes*	$D_{raíz}/D_{punta}$ *del álabe*	l/t *característico*
3,6	4	0,5	1,8

Con esta información e hipótesis, se pide:

a) *Determinar en primer lugar la velocidad de giro a la que se debe hacer funcionar la bomba.*

b) *La velocidad axial del agua a través de la bomba y los diámetros de punta y de raíz del rodete.*

c) *Definir los valores de los ángulos tangentes a los álabes en la entrada y en la salida del rotor, β_1 y β_2, y en la entrada y en la salida del estátor, α_2 y α_3, para la base del álabe, para la sección media y para la punta.*

d) *Con la distribución de ángulos y velocidades anterior, calcular los coeficientes de sustentación y de resistencia que debe producir la sección media de los álabes del estátor (con l/t característico igual que el rotor), para dos casos:*

   1) En el caso ideal.

   2) En el caso de que existan pérdidas definidas por un coeficiente $\zeta_r = 0,1$.

SOLUCIÓN

a) n = 644 r.p.m.

b) v_a = 7,864 m/s; D_{punta} = 389 mm; $D_{raíz}$ = 194 mm.

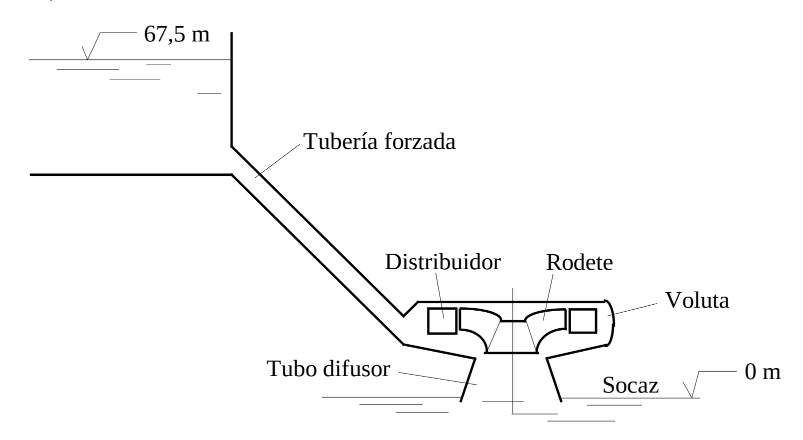
c) Raíz: $\alpha_1 = \beta_2 = 90º$; $\beta_1 = \alpha_2 = 50,19º$.
   Sección media: $\alpha_1 = \beta_2 = 90º$; $\beta_1 = \alpha_2 = 38,65º$.
   Punta: $\alpha_1 = \beta_2 = 90º$; $\beta_1 = \alpha_2 = 30,96º$.

d) 1. $C_L = 1,178$; $C_D = 0$.

2. C_L = 1,149; C_D = 0,047.

Problema III-7 PROPUESTO

Una turbina Francis de eje vertical gira con una velocidad de 375 r.p.m., *bajo una altura bruta de* 67,5 m *y una altura neta de* 62 m *(véase el esquema de la figura adjunta). El diámetro exterior del rodete es* D_1 = 1,5 m, *y la velocidad específica de la turbina,* Ω_S = 0,88. *El agua entra al rodete sin choque con una componente meridiana de velocidad de* 9 m/s, *y lo abandona con una velocidad absoluta de* 7 m/s, *descargando en el socaz, tras atravesar el tubo difusor, con una velocidad de* 2 m/s. *La sección de entrada del rodete tiene una cota media de* 2 m *por encima del nivel del agua en el socaz, mientras que la sección de salida tiene una cota media de* 1,7 m *sobre el mismo nivel. En las secciones de entrada y de salida del rodete se han medido presiones relativas de* 35 m c.a. y de –2,2 m c.a., *respectivamente. La relación entre los espesores del álabe en la salida y en la entrada del rodete es* b_2/b_1 = 2,2.



Suponiendo que el rendimiento hidráulico de la turbina es η_h = 0,9, *calcular:*

a) *El ángulo de salida de los álabes del distribuidor y el ángulo de entrada de los álabes del rodete.*

b) *Las alturas de pérdidas en la tubería forzada, en el conjunto voluta-distribuidor, en el rodete y en el tubo difusor.*

c) *La pérdida de energía cinética en la salida del tubo difusor.*

d) *La potencia obtenida de la turbina.*

e) *La anchura de los álabes en la entrada y en la salida del rodete, y los diámetros de entrada y de salida del tubo difusor.*

SOLUCIÓN

a) β_1 = 39,63º; α_1 = 25,84º.

b) $\Delta H_{tub.forzada}$ = 5,5 m; $\Delta H_{i,voluta}$ = 3,266 m; $\Delta H_{i,rodete}$ = 0,9366 m; $\Delta H_{i,difusor}$ = 1,794 m.

c) 0,2039 m.

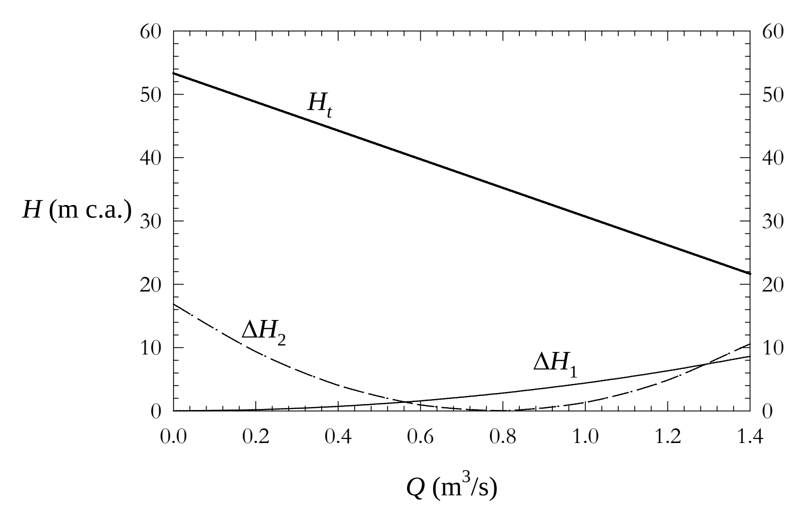
d) W_T = 4.123 kW.

e) b_1 = 0,1776 m; b_2 = 0,3907 m; D_2 = D_3 = 0,8766 m; D_4 = 2,19 m.

Problema III-8 PROPUESTO

En la gráfica adjunta se han representado las curvas de altura de pérdidas por fricción, altura de pérdidas por choque y altura teórica (corregida por desviación angular del flujo) de

una bomba centrífuga que gira a 750 r.p.m., *provista de un difusor de álabes fijos. El diámetro exterior del rodete es de* 750 mm *y la altura del álabe (constante) de* 70 mm; *el ángulo del álabe en la entrada del rodete es de* 45º*. El coeficiente de disminución de trabajo es igual a* 0,85*. Los rendimientos volumétrico y orgánico pueden tomarse iguales a la unidad y al* 92 %, *respectivamente.*



a) *Hallar las expresiones analíticas de las curvas de altura teórica, manométrica, de pérdidas por choque y de pérdidas por fricción, y de rendimiento hidráulico.*

b) *Representar gráficamente sobre la figura las curvas de altura manométrica y de rendimiento hidráulico.*

c) *Demuestre que para que el agua entre sin choque tanto al rodete como al difusor tiene que cumplirse la siguiente relación geométrica:*

$$\tan\beta_1 = \frac{(b_2/b_1)(D_2^2/D_1^2)}{\operatorname{cotan}\alpha_3 + \operatorname{cotan}\beta_2},$$

siendo α_3 *el ángulo de entrada de los álabes del difusor.*

d) *Encontrar los valores numéricos de los ángulos de salida del álabe y del flujo en el rodete, y del diámetro interior del mismo. Comprobar con estos valores la bondad de la expresión anterior.*

e) *Calcular la potencia que consumiría la bomba en su punto de funcionamiento nominal si se la hace girar a* 1.500 *r.p.m.*

SOLUCIÓN

a) $\Delta H_1 = 4{,}39\,Q^2; \Delta H_2 = 27{,}61\,(Q - 0{,}7813)^2; H_t = 53{,}31 - 22{,}62\,Q;\ \ H_m = H_t - \Delta H_1 - \Delta H_2$ $;\ \eta_h = H_m / H_t$.

d) $\alpha_2 = 14{,}37º; \beta_2 = 15{,}38º; D_1 = 273\,\text{mm}.$

f) $W_B' = 2.142\,\text{KW}.$

Problema III-9	PROPUESTO

Una turbina Kaplan de eje vertical funciona en las condiciones nominales dadas por la altura, caudal y valores de los parámetros adimensionales que se exponen en la siguiente tabla:

H_n	Q	$Q/D^2(gH)^{1/2}$	$W/\rho D^2(gH)^{3/2}$	W_S	$D_{punta}/D_{raíz}$
10,5 m	450 m^3/s	0,7	0,6	4,5	2,5

Se conoce además que el rendimiento orgánico es igual al 98 %, *y que en la salida del rodete no existe momento cinético. El difusor puede tratarse como un tubo acodado de sección circular con relación entre la sección de entrada y la de salida de* 1:2,5. *Las pérdidas en el interior del difusor constituyen el* 8 % *de la energía cinética en la salida del rodete.*

a) *Calcular el diámetro exterior (de punta) del rodete, la potencia útil de la turbina y el rendimiento total de la misma.*

b) *Calcular asimismo el diámetro interior (de raíz) del rodete, la velocidad de giro y el rendimiento hidráulico.*

c) *Determinar los triángulos de velocidades de entrada y de salida tanto en la raíz como en la punta del álabe.*

d) *Hallar la altura máxima a la que se puede colocar la salida del rodete (entrada del difusor) respecto del nivel del agua en el canal de restitución para que no exista cavitación.*

e) *Suponiendo que las pérdidas hidráulicas en el rodete son iguales a las pérdidas en la caja espiral, determinar las pérdidas hidráulicas en el difusor, en el rodete y en la caja espiral (téngase en cuenta la pérdida de energía cinética en la salida del difusor).*

f) *Tomando como representativa la sección correspondiente a la altura media del álabe, encontrar el valor de los coeficientes de sustentación y de resistencia del mismo (l/t característico del álabe igual a* 0,75*).*

DATOS: Presión de saturación del vapor de agua: 2.500 N/m^2. *Presión ambiente:* 10^5 N/m^2.

SOLUCIÓN

a) $D_p = 7{,}959\ \text{m}; W_T = 3{,}973 \times 10^7\ \text{W}; \eta_t = 0{,}857.$

b) $D_r = 3{,}184\ \text{m}; n = 71{,}62\ \text{r.p.m.}; \eta_h = 0{,}874.$

c) Raíz: $u = 11{,}94\ \text{m/s}; v_a = 10{,}77\ \text{m/s}; \alpha_1 = 55°; \beta_2 = 42{,}05°.$

Punta: $u = 29{,}85\ \text{m/s}; v_a = 10{,}77\ \text{m/s}; \alpha_1 = 74{,}36°; \beta_2 = 19{,}84°.$

d) 6,77 m.

e) $\Delta H_{i,rodete} = 0{,}15\ \text{m}; \Delta H_{i,caja\ espiral} = 0{,}15\ \text{m}; \Delta H_{i,difusor} = 1\ \text{m}.$

f) $C_L = 0{,}651; C_D = 0{,}0111.$

Problema III-10 PROPUESTO

Se desea aprovechar un salto hidráulico bruto de 75 m *mediante una turbina Francis de tipo radial. La tubería forzada tiene una longitud de* 72 m, *un diámetro de* 100 cm, *un coeficiente de pérdidas por fricción constante de* 0,022, *y una válvula de regulación cuyo coeficiente de pérdida secundaria es de* 3. *El eje de la turbina debe girar a una velocidad de giro de* 375 r.p.m. *De entre las ofertas recibidas por los fabricantes, se han considerado dos:*

Condiciones nominales	*Turbina 1*	*Turbina 2*
Altura neta (m c.a.)	56	50
Caudal (m^3/s)	7	8,5
Rendimiento total (%)	88	88
D_1/D_2	2	1,8
D_1/b_1	10	10

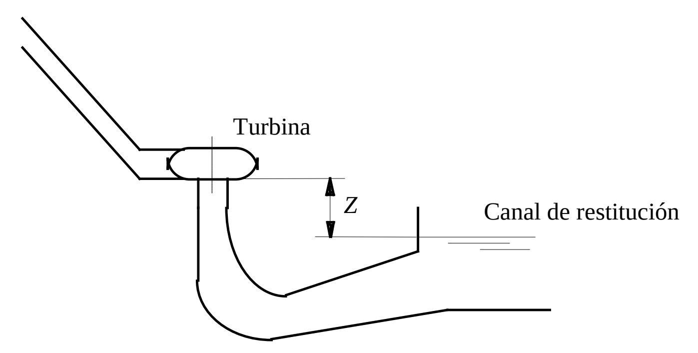
a) *En primer lugar, se desea seleccionar la turbina que resulte más adecuada para el aprovechamiento hidráulico del salto.*
b) *Hallar la potencia obtenida con la turbina seleccionada, la velocidad específica y el coeficiente de potencia específica de la misma.*
c) *Suponiendo que el diámetro exterior del rodete (D_1) puede determinarse con ayuda del diagrama de Cordier, se pide determinar los triángulos de velocidades en la entrada y en la salida del rodete, dando los valores de los ángulos del flujo y de los álabes. Para realizar este apartado, hacer las simplificaciones que resulten necesarias, justificándolas convenientemente.*
d) *Según información suministrada por los fabricantes, en cualquiera de las dos turbinas ofertadas, las pérdidas hidráulicas se reparten a partes iguales entre el rodete, el distribuidor y la voluta. Determínese entonces el salto de presión que se produce a través del rodete en la turbina seleccionada.*
e) *Supóngase que sea necesario que la turbina seleccionada gire a* 325 *r.p.m. Si se quiere que la turbina siga funcionando a máximo rendimiento, calcular el coeficiente de pérdida secundaria que es preciso conseguir en la válvula de regulación.*

SOLUCIÓN

a) Turbina 1.
b) $W_T = 3.384\ \text{KW}; \Omega_S = 0{,}916; W_S = 0{,}859.$
c) $\alpha_1 = 28{,}10^{\circ}; \beta_1 = 22{,}53^{\circ}; \alpha_2 = 90^{\circ}; \beta_2 = 43{,}04^{\circ}$.
d) 49,97 m.
e) $K' = 9{,}25.$

Problema III-11 PROPUESTO

En una central hidroeléctrica se desea instalar una turbina que debe tener su punto de diseño (rendimiento máximo) para una altura neta de 80 m *y un caudal de* 10 m^3/s. *El eje de la turbina será vertical y se conectará a un alternador que gira a* 375 r.p.m. *Se espera obtener de la turbina una potencia en el eje de* 6.500 kW.



La presión ambiente a la altitud a la que se sitúa la turbina es de 950 *milibares y la presión de vapor a la temperatura a la que está el agua es de* 1 kPa. *Se tiene el dato de que la velocidad específica de aspiración de la turbina es igual a* 5. *Se pide:*

a) *Velocidad específica y potencia específica de la turbina. Indicar el tipo de turbina.*
b) *Parámetro de Thoma de cavitación incipiente en rendimiento máximo.*
c) *Altura máxima* Z *a la que se puede situar la turbina por encima del nivel del agua libre del canal de restitución para evitar efectos de cavitación.*

d) *Si en el conducto de aspiración se pierde un* 5 *% de la energía cinética en la salida del rodete, y la energía cinética residual en el canal de restitución es despreciable, determinar el diámetro del conducto en la sección de salida del rodete (inicio del conducto de aspiración y localización de la posible cavitación) para cumplir los requisitos anteriores de cavitación.*

SOLUCIÓN

a) $\Omega_S = 0{,}838$; $W_S = \Omega_{S,t} = 0{,}762$; turbina Francis (normal).

b) $\sigma_{i,máx} = 0{,}0924$.

c) $Z_{máx} = 2{,}19$ m.

d) $D_{salida} = 1{,}015$ m.

Problema III-12 PROPUESTO

Las condiciones nominales de funcionamiento de una turbina Kaplan de eje vertical conectada a un alternador de rendimiento eléctrico igual al 95 *% son las siguientes:*

Salto neto: 42 m; *salto útil:* 39 m; *caudal de funcionamiento:* 516 m^3/s, *velocidad de giro:* 107,1 r.p.m.; *producto de rendimientos* $\eta_V \eta_0 = 0{,}96$.

Se conoce además que el diámetro exterior (de punta) del rodete es de 7,50 m, *y el interior (de raíz) de* 3,85 m. *Se supondrá que la componente axial de la velocidad absoluta se mantiene uniforme en todo el rodete. El área de la sección de entrada en la voluta es de* 67,3 m^2. *En la sección de salida del difusor el diámetro es* $D_0 = 8{,}354$ m, *y la presión* $p_0 = 0{,}98$ kg/cm^2; *en la sección de entrada del mismo, situada a una altura* $B = 2{,}7$ m *por encima del nivel del agua en el canal de restitución, la presión es de* 0,50 kg/cm^2. *Las pérdidas en la voluta representan el* 15 % *de las pérdidas hidráulicas totales que se producen en la turbina. Supóngase despreciable la pérdida de energía cinética en la salida del tubo de aspiración. Se pide determinar:*

a) *El rendimiento total de la turbina.*

b) *La potencia eléctrica generada por el alternador.*

c) *Los triángulos de velocidades de entrada y de salida correspondientes a una posición radial dada por* $D = 0{,}4\ (D_p + D_r)$, *donde la componente acimutal de la velocidad absoluta en la sección de salida es igual al* 10 % *de dicha velocidad absoluta.*

d) *Las pérdidas en el rodete y en el difusor.*

e) *La presión en la entrada de la voluta.*

f) *Indicar si existe peligro de cavitación. Tomese la presión de saturación del vapor de agua igual a* 2.600 *N/m*^{2}.

SOLUCIÓN

a) 0,892.

b) 180 MW.

c) $u = 25{,}46$ m/s; $v_a = 15{,}86$ m/s; $\alpha_1 = 43{,}65^\circ$; $\beta_1 = 60{,}87^\circ$;

$\alpha_2 = 84{,}26^\circ$; $\beta_2 = 33{,}60^\circ$.

d) $\Delta H_{i,rodete} = 2{,}214$ m; $\Delta H_{i,difusor} = 0{,}3361$ m.

e) 50,62 m.

f) No.

Problema III-13 PROPUESTO

Se desea aprovechar un salto hidráulico bruto de 250 m *(que se tomará fijo para cualquier condición). En función de la disponibilidad de agua en el embalse, se contemplan tres caudales de funcionamiento:* 65 m^3/s, 35 m^3/s *y* 11 m^3/s. *La conducción forzada tiene una longitud de* 750 m, *y la velocidad máxima prevista en ella es de* 12 m/s, *siendo la rugosidad de la tubería de* 2 mm*. El rendimiento mínimo que debe tener la turbina es del* 92 %*, y el del alternador,* 96 %*. La turbina estará acoplada directamente a un alternador con* 8 *pares de polos.*

a) Indicar cuál es el tipo de turbina idóneo para cada caudal. Hallar la potencia producida en cada caso.

b) Para un caudal promedio de 55 *m^3/s, realizar un prediseño de la turbina (utilícese el diagrama de Cordier), imponiendo la condición de que el diámetro medio del rodete es de* 2,5 *m, y que la altura de los álabes se mantiene constante e igual a* 1/6 *del diámetro exterior. Dar en concreto los valores de los ángulos del álabe y del flujo.*

c) En las condiciones del apartado anterior, encontrar el valor del parámetro de Thoma para que la turbina pueda situarse por encima de un metro respecto del nivel del agua en el canal de restitución.

d) Calcular el rendimiento global de la instalación.

e) ¿Cómo puede mejorarse este rendimiento global sin actuar sobre la turbina? Razone la respuesta mediante un ejemplo numérico.

DATOS: *Densidad del agua:* 1.000 kg/m^3. *Viscosidad dinámica del agua:* 10^{-3} Pa.s. *Presión ambiente:* 10 m c.a. *Presión de saturación del vapor de agua:* 2.500 N/m^2.

SOLUCIÓN

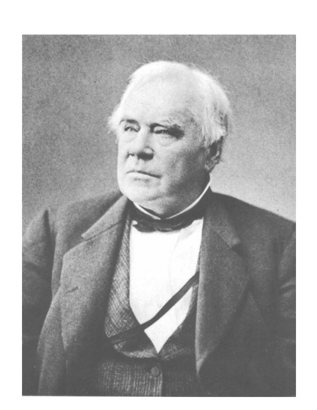
a) Francis media (W_S = 0,989, W_e = 1,189 × 10^8 W); Francis lenta (W_S = 0,662); Francis lenta, o en el límite Pelton (W_S = 0,36).

b) $D_1 = 3{,}365\,\mathrm{m}$; $D_2 = 1{,}635\,\mathrm{m}$; $b = 0{,}561\,\mathrm{m}$; $\alpha_1 = 17^\circ$; $\alpha_2 = 90^\circ$; $\beta_2 = 30{,}74^\circ$.

c) 0,0394.

d) 78,5 %.

Bloque IV. CÁLCULO DE MÁQUINAS HIDRÁULICAS Y DE SUS INSTALACIONES



***James B. Francis** (1815-1892), fue un ingeniero civil británico-estadounidense, inventor de la configuración actual de las turbinas Francis que podemos encontrar en un gran número de centrales hidroeléctricas.*

James B. Francis Wikipedia, La enciclopedia libre.
Fecha de consulta: 3 octubre 2016 de https://en.wikipedia.org/wiki/James_B._Francis

11. ELEMENTOS PARA EL CÁLCULO DE BOMBAS E INSTALACIONES DE BOMBEO

11.1 Introducción

En los capítulos anteriores se ha analizado el funcionamiento de las bombas hidráulicas de forma paulatina. En primer lugar se realizó un análisis integral y un planteamiento de semejanza física con simplificaciones importantes, como prescindir de los efectos de la viscosidad y de la rugosidad. A continuación, se desarrollaron las teorías unidimensional y bidimensional, con un enfoque fundamentalmente ideal, y por último se plantearon los efectos de las pérdidas hidráulicas y de los fenómenos de cavitación, que modifican lógicamente las curvas características y el comportamiento inicialmente previsto. Si se quiere completar la visión del funcionamiento de la máquina es necesario tener en cuenta aspectos que no se han considerado hasta ahora, y que serán objeto del Bloque IV. En este capítulo se apuntarán además algunos elementos del diseño de las bombas centrífugas, aunque por supuesto sería necesaria una revisión más completa de la bibliografía relacionada para emprender con éxito la tarea del diseño de una turbomáquina.

11.2 Instalación de bombeo. Punto de funcionamiento

Después de haber analizado a la bomba aislada, se puede abordar el funcionamiento de la máquina instalada en una determinada instalación. Suponiendo que la bomba se emplea para trasvasar fluido desde un depósito a otro de mayor altura, se situará lo más baja posible para evitar los problemas de cavitación. En la admisión desde el depósito origen (Figura 11.1) se colocará una entrada de tipo colador o alcachofa para evitar que pueda ingerirse cuerpos extraños. También se dispondrá en este punto una válvula de pie, para impedir que la bomba se descebe (se vacíe) de fluido mientras está parada. La tubería de aspiración termina en el codo o brida de entrada a la bomba. Aunque físicamente resulta imposible que no se formen remolinos en la aspiración de la bomba, y que se traduzcan posteriormente en una prerrotación indeseable en el rodete, se debe hacer lo posible por evitar la formación de estos vórtices. Para ello, la tubería de aspiración debe estar sumergida en el agua una altura del orden de la energía cinética de succión originada por la bomba al ponerse en marcha. En algunos textos, esta altura recibe el nombre de "sumergencia". Por otro lado, se intentarán eliminar irregularidades en el depósito de aspiración, así como las vibraciones producidas por la misma bomba.

En la parte de presión de la bomba, se instalará una válvula de compuerta y, en las bombas de media y alta presión, una válvula de retención, para evitar el efecto del golpe de

ariete en paradas bruscas que puedan dañar la máquina. La válvula de compuerta se emplea para la puesta en marcha de la bomba, que se realiza con la compuerta cerrada. Cuando en la caja espiral el agua toma presión, se abre lentamente la válvula de compuerta y el fluido empieza a circular por la tubería de impulsión hasta llegar al régimen estacionario. Las posiciones parciales de la válvula de compuerta pueden servir de regulación, como se verá más adelante. Al parar la bomba, se cierra la compuerta para descargar la bomba de la presión estática presente en la tubería de impulsión. También suelen disponerse otras válvulas de cebado y de purga para llenar inicialmente de líquido la bomba o extraer el aire retenido en la misma, respectivamente.

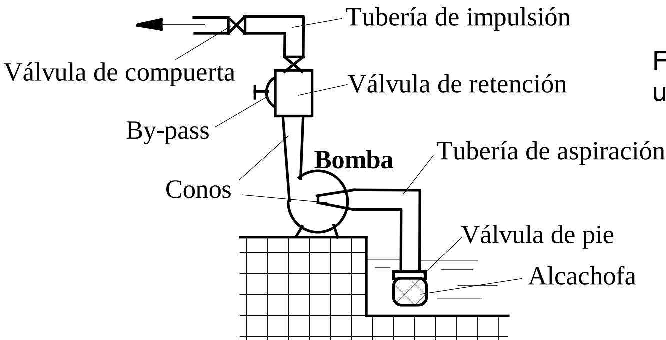


Figura 11.1a: Elementos típicos presentes en una instalación de bombeo.

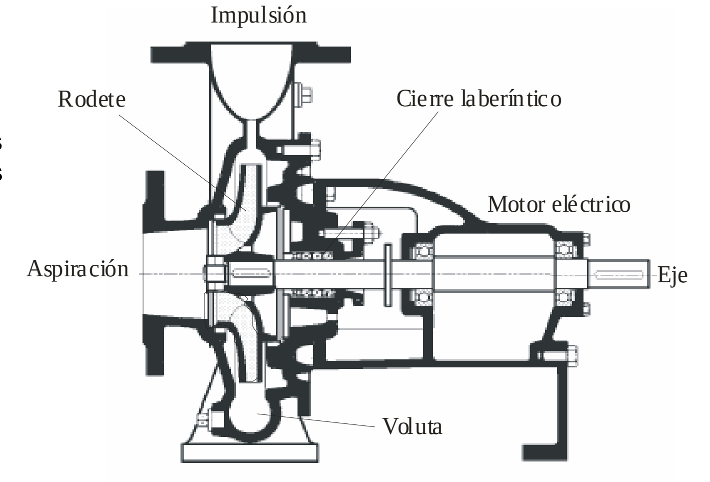


Figura 11.1b: Elementos típicos presentes en un grupo motobomba (la bomba es centrífuga).

La determinación del punto de funcionamiento de una instalación de bombeo, se realiza por la intersección de la curva característica de la bomba H_m (Q) con la de la instalación (Figura 11.2). La energía mecánica específica medida en altura necesaria para impulsar un caudal Q por la instalación será en general igual a una parte constante H_g, correspondiente a la diferencia de cota, más las pérdidas por fricción, codos, válvulas, entradas y salidas de depósitos, cambios de sección, etc. Como en la mayoría de los casos prácticos el movimiento es turbulento, estos términos serán aproximadamente proporcionales al cuadrado del caudal. Así, se tiene que cumplir

$$H_{inst}(Q) = H_g + \text{cte}\, Q^2, \tag{11.1}$$

relación a la que se llegó en el Capítulo 2. Se puede comprobar así, según se tenga el punto de funcionamiento en la zona de máximo rendimiento o alejado de ella, si la bomba es la adecuada para la instalación y condición de funcionamiento correspondiente. Si la curva característica de la bomba es como la de la Figura 11.2b, se deberá analizar si alguna de las soluciones no es adecuada por inestabilidad. El punto 1 es inestable porque las oscilaciones en torno al punto de funcionamiento no se ven compensadas, sino ampliadas. El punto 2 es

estable, al encontrarse en la parte descendente de la curva, en la que a mayores caudales corresponden menores alturas, y viceversa, y por tanto las oscilaciones de funcionamiento tienen a compensarse.

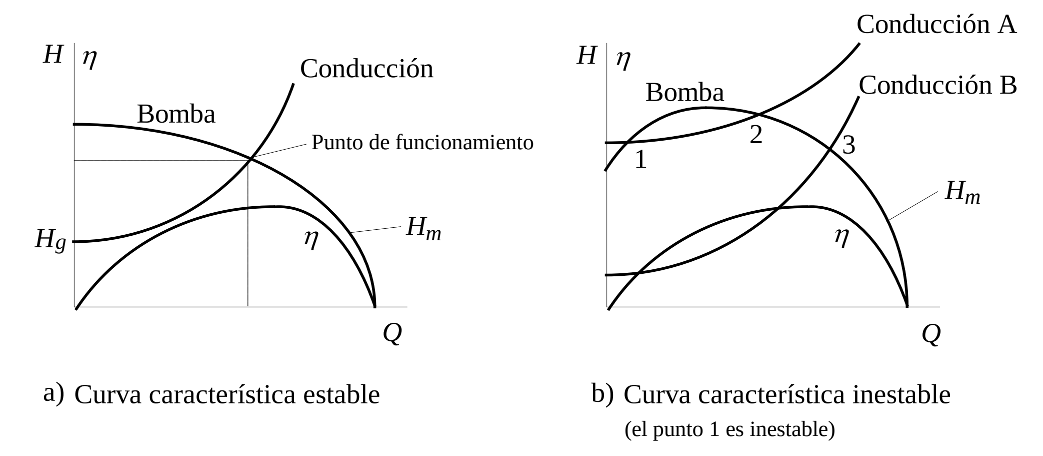


Figura 11.2: Determinación del punto de funcionamiento en una instalación de bombeo.

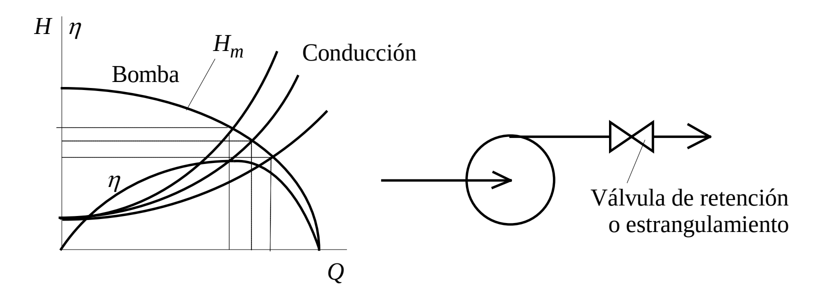
11.3 Regulación del punto de funcionamiento

La solución encontrada de caudal y altura manométrica del conjunto bomba–instalación puede precisar de regulación, esto es, de una intervención externa en sus condiciones para ajustar, por ejemplo, el caudal al valor deseado. Se comentarán a continuación de un modo esquemático los modos más habituales de operación sobre el punto de funcionamiento: regulación por estrangulamiento (cierre de una válvula) a vueltas constantes, regulación por variación de la velocidad de giro de la bomba, y por último, regulación por variación de los ángulos orientables del distribuidor o del rodete.

11.3.1 Regulación por estrangulamiento a velocidad de giro constante

Si se modifica la abertura de la válvula a la salida de la bomba, se introduce una pérdida localizada que modifica la función $H_{inst}(Q)$ de la instalación, desplazando el punto de intersección con la curva característica de la bomba (véase la Figura 11.3).

Figura 11.3: Regulación del punto de funcionamiento por estrangulación a régimen de giro constante.



Al cerrar la válvula, se tiene que disminuye el caudal, aumenta la altura y disminuye la potencia, y aunque el rendimiento de la bomba suba o baje según la posición de partida respecto del máximo, el procedimiento, de manera global, no es energéticamente eficiente,

ya que se provoca una gran pérdida localizada que derrocha la potencia consumida. Sin embargo, por su simplicidad, es el método más empleado.

Si la estrangulación se emplazara en la tubería de aspiración, se podría provocar cavitación en la bomba, por lo que dicha estrangulación siempre se sitúa en la zona de presión.

11.3.2 Regulación por variación del régimen de giro

Al cambiar el régimen de giro de la bomba, se modifica la curva característica, y naturalmente el punto de funcionamiento, tal como se muestra en la Figura 11.4.

Al aumentar el régimen de giro, se tiene que aumentan el caudal, la altura y la potencia. El rendimiento de la bomba no variará mucho, y globalmente el rendimiento energético es alto, pues no se introducen pérdidas adicionales. El mayor problema es variar el régimen de giro. La mayor parte de las bombas pequeñas son movidas por motores de corriente alterna trifásica en cortocircuito, que tienen un régimen de giro constante. En ocasiones, la bomba es movida a través de una transmisión o embrague hidráulico que permite la variación del régimen de giro. Actualmente, los modernos variadores de velocidad que pueden actuar sobre cualquier tipo de bomba han facilitado en gran medida este tipo de regulación.

11.3.3 Regulación por variación de los álabes del distribuidor o del rodete

Como por la Ecuación de Euler la altura comunicada depende de las condiciones de entrada al rotor, si en el distribuidor hay una corona de álabes orientables, la modificación de su ángulo de incidencia modificará a su vez las características de la bomba (Figura 11.5). Los álabes pueden girar alrededor de un eje perpendicular al eje de la máquina y formarán una corona de álabes de eje radial, o bien con disposición de ejes paralelos al de la máquina.

A medida que se cierra la entrada, se tiene que disminuye el caudal, la altura y la potencia. La potencia consumida disminuye bastante, tratándose de una regulación económica desde el punto de vista energético, aunque compleja mecánicamente. La corona de álabes puede servir incluso para cerrar completamente la entrada a la bomba.

Aunque no es tan corriente como los casos anteriores, en las bombas axiales se modifican también las características de funcionamiento y por tanto el caudal, al girar los álabes sobre sí mismos, de modo análogo a las turbinas Kaplan.

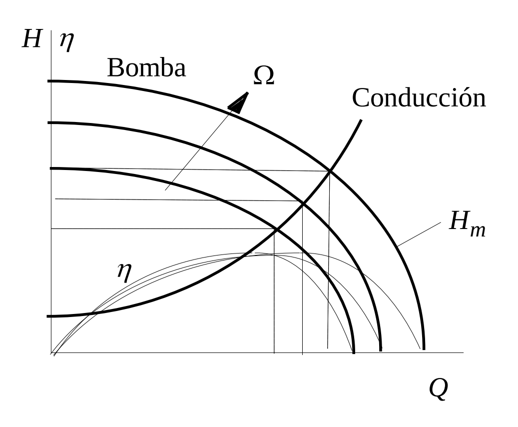


Figura 11.4: Regulación del punto de funcionamiento por variación del régimen de giro.

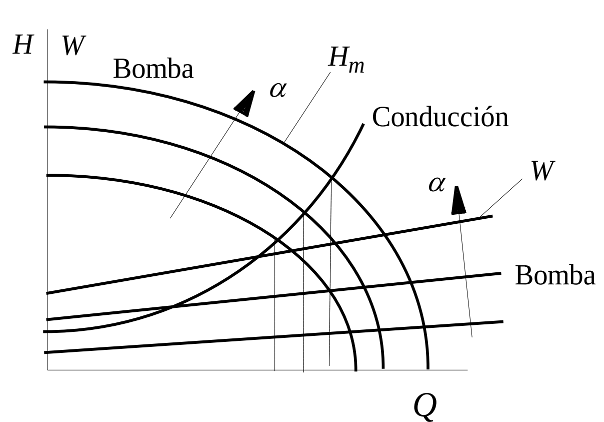


Figura 11.5: Regulación del punto de funcionamiento por variación del ángulo de los álabes del distribuidor.

11.4 Acoplamiento de bombas en serie y en paralelo

11.4.1 Acoplamiento en serie

Si la altura que hay que comunicar al fluido no es alcanzable con una determinada bomba, se puede plantear la instalación de dos bombas en serie, de modo que el flujo después de pasar por la primera, pase por la segunda y la energía mecánica específica aportada por cada una se sumen (Figura 11.6). La curva característica del conjunto de ambas bombas está formada por la suma de la altura manométrica de cada una de ellas para un mismo caudal,

$$\begin{aligned} Q_t &= Q_1 = Q_2, \\ H_{m,t} &= H_{m,1} + H_{m,2}, \end{aligned} \tag{11.2}$$

y la obtención del punto de funcionamiento para una determinada instalación será la intersección de esta curva así formada con la de la instalación total. El subíndice t hace referencia en este caso al resultado total obtenido en el montaje.

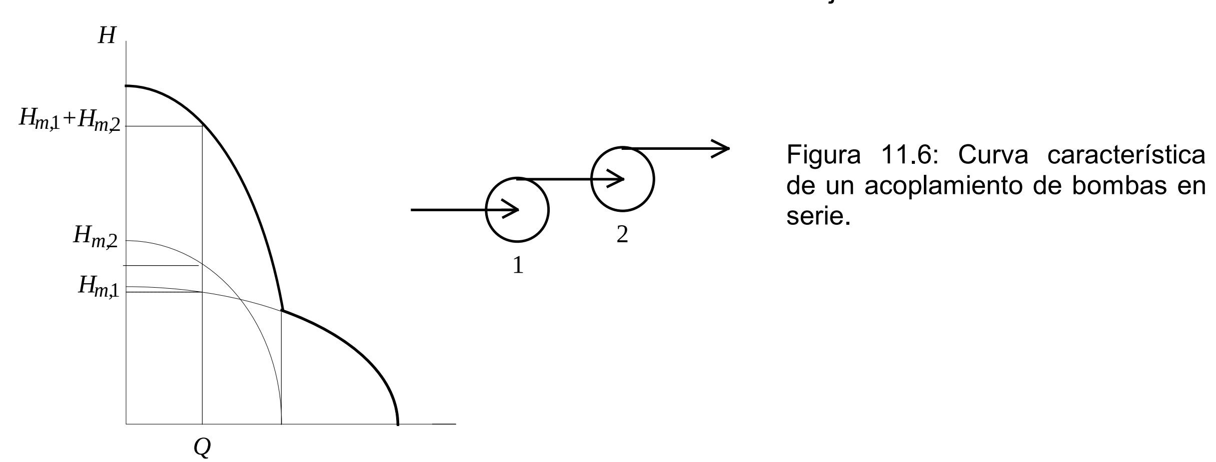


Figura 11.6: Curva característica de un acoplamiento de bombas en serie.

En el acoplamiento en serie, la descarga de la bomba 1 hace que la entrada de la bomba 2 se encuentre a una presión de trabajo mayor que la inicialmente supuesta, de modo que la eficiencia del sistema puede llegar a ser significativamente baja en ciertas condiciones de funcionamiento. El rendimiento total puede calcularse por

$$\eta = \rho g Q_t \frac{(H_{m,1} + H_{m,2})}{(W_{B,1} + W_{B,2})}. \tag{11.3}$$

11.4.2 Acoplamiento en paralelo

Si el problema que se tiene es la insuficiencia de caudal, la solución puede provenir de plantear dos o más bombas en paralelo (Figura 11.7). Los caudales se suman y la altura comunicada por cada una, menos la pérdida ΔH desde la bifurcación a la unificación por cada camino, ha de ser común,

$$\begin{aligned} Q_t &= Q_1 + Q_2, \\ H_{m,t} &= H_{m,1}(Q_1) - \Delta H_1(Q_1) = H_{m,2}(Q_2) - \Delta H_2(Q_2), \end{aligned} \tag{11.4}$$

de modo que con estas últimas expresiones y partiendo de los valores de las alturas, se construye la curva característica general.

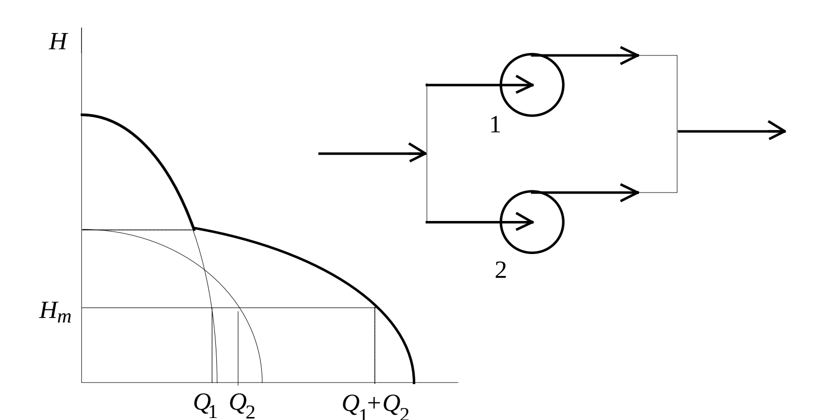


Figura 11.7: Curva característica de un acoplamiento de bombas en paralelo.

El acoplamiento en paralelo permite que las bombas trabajen en condiciones similares a las de diseño. En este sentido, el acoplamiento en paralelo funciona mejor que un acoplamiento serie. No obstante, si las alturas para caudal nulo son diferentes para cada bomba, podrá ser que en ciertos rangos sólo una de las bombas sea efectiva, mientras que la otra permanece inactiva y es deseable que con las válvulas cerradas. Por otro lado, téngase en cuenta que este tipo de acoplamiento debe usarse en aplicaciones en las que se requiera seguridad en el servicio, puesto que se puede seguir bombeando a la altura geodésica requerida en el caso de fallo de alguna bomba, aunque sea con un menor caudal. En cualquier caso, el rendimiento total del sistema puede calcularse por

$$\eta = \rho g H_{m,t} \frac{(Q_1 + Q_2)}{(W_{B,1} + W_{B,2})} . \tag{11.5}$$

11.5 Aspectos del diseño de las bombas centrífugas

Puede decirse que el diseño de una bomba comienza por evaluar la velocidad específica de la misma, a partir del caudal y de la altura manométrica requerida. La velocidad de giro se elegirá en función del motor disponible, o bien a partir de información experimental que pueda encontrarse en la bibliografía. El valor de la velocidad específica fijará la forma del rodete de la bomba, como se explicó en el Capítulo 3. Para estimar el tamaño exterior del rodete, pueden utilizarse diagramas experimentales como el de Cordier, aunque existen otros métodos alternativos. Una vez determinado el diámetro exterior del rodete D_2, pueden encontrarse en la bibliografía relaciones como las que se muestran en la Tabla 11.1.

Tipo de bomba	Ω_S	D_2/D_1	η_v
Radial lenta	0,2–0,48	3,5–2,2	0,96
Radial normal	0,48–0,72	2,2–1,8	0,96–0,985
Radial rápida	0,72–1,55	1,8–1,3	0,985
Diagonal o helicoidal	1,55–3,12	1,3–1,1	0,985–0,995
Axial o hélice	3–11	1	0,995

Tabla 11.1: Estimación de la relación de diámetros del rodete y del rendimiento volumétrico de distintos tipos de bombas, en función de la velocidad específica.

El triángulo de velocidades en la entrada de un rodete centrífugo puede determinarse haciendo que no exista prerrotación ($\alpha_1 = 90^o$); la altura de los álabes en la entrada se suele tomar mayor que en la entrada (por las razones que se explicaron en el Capítulo 8); por otro lado, el ángulo del álabe en la entrada suele estar comprendido entre 15 y 20º.

En el triángulo de velocidades en la salida, debe fijarse el valor del ángulo del álabe. En general, se impondrá que los álabes estén curvados hacia atrás ($\beta_2 < 90º$). Además, debe tenerse en cuenta que, suponiendo que no existe prerrotación, existe un valor del ángulo β_2 mínimo, para el que la altura teórica sería nula, como se deduce de la Ecuación de Euler, una vez sustituidos los valores correspondientes del triángulo de velocidad,

$$H_t = \frac{u_2^2}{g}\left(1 - \frac{Q}{u_2 \pi D_2 b_2 \tan\beta_2}\right) \Rightarrow \tan\beta_{2\,\text{mín}} = \frac{Q}{u_2 \pi D_2 b_2}. \tag{11.6}$$

En la práctica, la gama más favorable para β_2 se encuentra entre 20 y 30º. La velocidad meridiana en la salida se suele escoger por debajo de un 85 % de la velocidad meridiana en la entrada.

11.5.1 Elección del número de álabes

En cuanto al número de álabes, la elección de un número pequeño representa tener una reducida superficie de rozamiento, además de simplificar la construcción del rodete. Sin embargo, aumentan las diferencias de presión entre las caras de succión y de presión de los álabes, incrementándose los efectos de desprendimientos y pérdidas que se describieron en el Capítulo 8. Como no es posible deducir teóricamente el número óptimo de álabes, podemos recurrir a las recomendaciones de Stepanoff:

$$N = \beta_2 / 3,. \tag{11.7}$$

(con β_2 en grados sexagesimales), y de Pfleiderer:

$$N = 6{,}5\left(\frac{D_2 + D_1}{D_2 - D_1}\right)\text{sen}\,\frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2}. \tag{11.8}$$

En cualquier caso, el proceso de diseño debe ser forzosamente iterativo: se supondrán los valores recomendados que se han expuesto en esta sección (que son únicamente algunos de los que se pueden encontrar en la bibliografía), pero deben cumplirse además las ecuaciones de continuidad y la Ecuación de Euler, y además debe conseguirse un cierto rendimiento mínimo.

COEFICIENTE DE OBSTRUCCIÓN

El espesor de los álabes depende lógicamente de los aspectos constructivos de la bomba. En principio, cuando los rodetes son de fundición, el espesor de los álabes puede oscilar entre 4 y 8 mm. Este espesor modifica la sección de paso transversal sobre la que se calcula la velocidad meridiana.

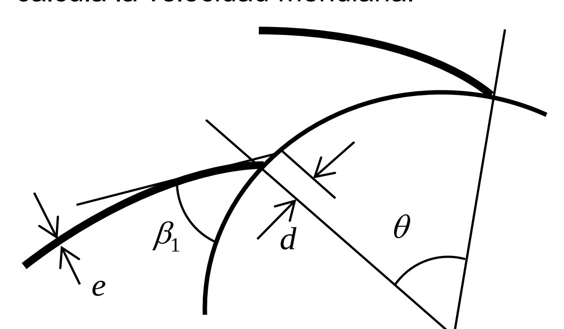


Figura 11.8: La figura representa la zona de entrada en el rodete. El espesor de los álabes es e, mientras que la distancia d da lugar a un estrechamiento de la sección de paso del fluido.

En la figura 11.8, el espaciamiento o paso entre álabes en la sección de entrada es $t_1 = \pi D_1/N$, pero puesto que la distancia d es $d = e/\text{sen}\,\beta_1$, entonces la sección de paso se reduce,

$$t_1' = t_1 - \frac{e}{\text{sen }\beta_1} = \frac{\pi D_1}{N} - \frac{e}{\text{sen }\beta_1}, \tag{11.9}$$

y entonces, definiendo el coeficiente de obstrucción como el área geométrica de paso dividida por el área real, resulta:

$$\text{Coef_obs} = \frac{\pi D_1}{\pi D_1 - N(e/\text{sen }\beta_1)}, \tag{11.10}$$

que resulta ser mayor que la unidad. En la salida del rodete, el coeficiente de obstrucción podría calcularse del mismo modo; si los bordes de salida del álabe son afilados, entonces $e_2 << e_1$, y el coeficiente podría tomarse igual a la unidad en la salida. A través del coeficiente de obstrucción, puede determinarse el área real de paso para el cálculo de las velocidades meridianas. Como el área efectiva es menor que la geométrica, las velocidades meridianas resultarán mayores que las inicialmente previstas.

11.5.2 Trazado del álabe mediante arcos o espiral logarítmica

Según la Ecuación de Euler, la energía comunicada al fluido debe ser indiferente de la forma en que se unen los extremos de entrada y de salida de los álabes; sin embargo, como se ha visto en el Capítulo 8, la forma de los álabes influye de forma notable en las pérdidas por rozamiento, los desprendimientos de la corriente, y en el comportamiento de la bomba frente a la cavitación. Generalmente, en bombas centrífugas los álabes suelen ser delgados y de espesor constante, lo que constituye una ventaja constructiva. Existen diversos métodos de trazado de los álabes, algunos de los cuales se exponen brevemente a continuación.

El método de trazado mediante una *espiral logarítmica* o de Arquímedes[44],

$$r = \frac{D_1}{2} e^{\theta \tan \beta_2}, \tag{11.11}$$

sólo es posible en el caso que $\beta_1 = \beta_2$, por lo que no es un método habitual.

El método de trazado mediante *dos arcos de círculo* consiste en sustituir la primera parte de la espiral de Arquímedes por un arco de círculo, y completar el trazado del álabe mediante un segundo arco de círculo tangente al primero, hasta la salida del álabe.

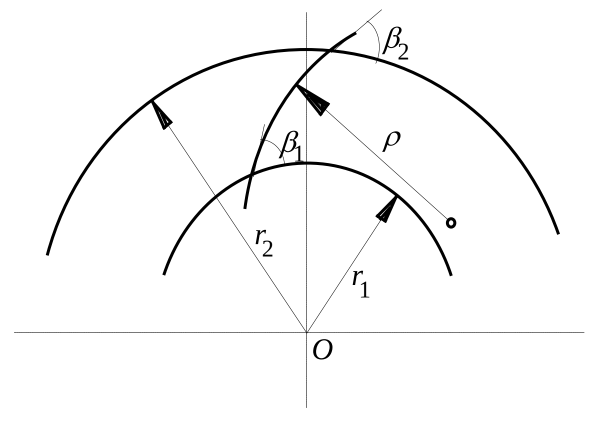


Figura 11.9: Trazado del perfil del álabe por medio de un único arco de círculo.

El trazado del álabe por medio de un *solo arco de circunferencia* (Figura 11.9) consiste en el problema geométrico de encontrar el centro del círculo que corta a las circunferencias de entrada (de diámetro D_1) y de salida (de diámetro D_2), bajo los ángulos β_1 y β_2, respectivamente. Puede demostrarse que el radio de este arco es

[44] La espiral de Arquímedes es la curva que hace conservar el momento cinético desde la entrada a la salida.

$$r = \frac{1}{2}\left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2 \cos \beta_2 - r_1 \cos \beta_1} \right). \tag{11.12}$$

La principal ventaja de este trazado estriba en su sencillez y en que no existen cambios de curvatura, al estar trazado todo el álabe con el mismo arco.

11.5.3 Trazado del álabe por puntos

El trazado del álabe *por puntos* consiste en determinar las coordenadas polares de una serie de puntos, que convenientemente unidos, forman el perfil del álabe buscado. Este método tiene el inconveniente de tener que realizar forzosamente una integración numérica, pero sin embargo es el más versátil de los que se han expuesto en esta sección. Se describe a continuación este método de forma esquemática (véase el texto de Mataix, 2009, en el que puede encontrarse una descripción más detallada). Por la definición del ángulo del álabe β, debe cumplirse en cualquier punto del álabe, desde la entrada a la salida

$$\text{sen } \beta = \frac{v_m}{w}. \tag{11.13}$$

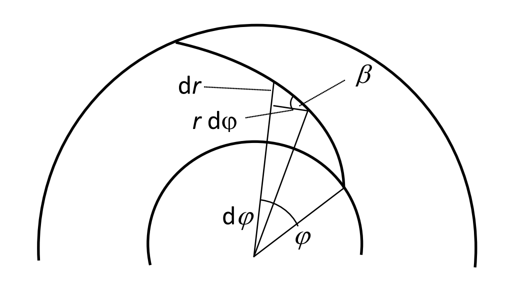


Figura 11.10: Análisis para el procedimiento de trazado del álabe por puntos; φ y r son las coordenadas polares del álabe, mientras que β es el ángulo tangente al álabe en cada punto.

Además, se deduce de la Figura 11.10 que

$$\tan \beta = \frac{\mathrm{d}r}{r\,\mathrm{d}\varphi}; \qquad \mathrm{d}\varphi = \frac{\mathrm{d}r}{r \tan \beta}. \tag{11.14}$$

Por tanto, el ángulo φ en radianes se obtiene en función del ángulo tangente al álabe β, para cualquier posición radial r comprendida entre r_1 y r_2,

$$\varphi = \int_{r_1}^{r} \frac{\mathrm{d}r}{r \tan\beta}, \tag{11.15}$$

que en grados sexagesimales se expresa por

$$\varphi(^{\circ}) = \frac{180}{\pi} \int_{r_1}^{r} \frac{\mathrm{d}r}{r \tan\beta}. \tag{11.16}$$

Por tanto, para cada valor del radio, se determina el valor de φ que cumple la ecuación anterior. El procedimiento entonces puede resumirse como sigue:

– Los radios r_1 y r_2 deben ser conocidos previamente. Se establece una serie de radios r_a, r_b, r_c, …, repartidos linealmente entre r_1 y r_2.

- El espesor del álabe debe imponerse. En torno a la línea media calculada mediante el procedimiento de trazado por puntos, se reparte el espesor del álabe, que puede ser uniforme, o variable, siguiendo una cierta distribución desde la entrada hasta la salida.
- En cualquier caso, se calculará la velocidad meridiana v_m para cada radio, teniendo en cuenta la reducción del área de paso mediante el coeficiente de obstrucción.
- Las velocidades relativas de entrada y de salida deben ser conocidas, w_1 y w_2. Puede suponerse una distribución lineal en función del radio.
- Conocidas $v_m(r)$ y $w(r)$, se determina $\beta(r)$ y por tanto $1/\tan\beta(r)$, con lo que ya es posible determinar $\varphi(r)$ resolviendo la integral

  $$\int_{r_1}^{r} \frac{\mathrm{d}r}{r \tan\beta(r)}, \tag{11.17}$$

  lo que puede hacerse de modo aproximado efectuando la representación gráfica de $1/r \tan\beta(r)$, en función de r. El resultado de la integral para un r dado es el área comprendida entre la función y la abscisas correspondiente al radio r. Finalmente, se dispone de una serie de puntos discretos (r, φ), que definen la forma del álabe. En la figura, se muestra el resultado de un procedimiento real de diseño.

11.6 Elementos complementarios de las bombas centrífugas

Toda la teoría desarrollada hasta ahora hace referencia al elemento más importante de la máquina: el rodete. Es el órgano que determina el funcionamiento de la bomba en sus aspectos generales, y cuyo diseño y análisis requerirá la mayor parte del esfuerzo. Existen sin embargo otras partes importantes de la turbomáquina, de las que conviente exponer al menos sus aspectos más importantes. Se tratarán a continuación:

- El conducto de aspiración
- El difusor
- La voluta

11.6.1 Conducto de aspiración

En la entrada de un rotor centrífugo se supone que la velocidad es uniforme, puesto que el flujo procede de un conducto en condiciones normalmente muy turbulentas, en el que no existe una rotación previa inducida. De esta manera, el diseño del conducto de aspiración debe minimizar en la medida de lo posible la prerrotación que pueda arrastrar el fluido como consecuencia de los vórtices generados en la aspiración. Para ello, en algunas ocasiones, se disponen álabes guía. Por otro lado, no deben colocarse codos demasiado pronunciados o muy cerca de la entrada al rodete que modifiquen el flujo deseado.

11.6.2 Difusor

El sistema difusor de una bomba está constituido por una corona de álabes en torno al rodete (el difusor propiamente dicho), la voluta y el cono difusor de salida (no tienen por qué estar los tres elementos siempre presentes).

En cuanto a la corona de álabes del difusor, su función es doble. Por un lado sirve para guiar al agua hacia la caja espiral o voluta de la forma hidráulicamente más eficiente, y por tanto para que no se produzcan grandes pérdidas. Por otra parte, sirve para disminuir la energía cinética que tiene el fluido en la salida del rodete y convertirla en presión. En las bombas de baja presión (menos de 20 m c.a. de altura manométrica), no se coloca difusor a la salida del rotor y el líquido pasa directamente a la voluta. En cambio, en las bombas de

media y alta presión (por encima de 20 m c.a. y de 60 m c.a., respectivamente), sí se suele incluir un difusor en el diseño.

Considérese una bomba radial y denomínese con el subíndice 3 a la sección de salida del difusor, que se supone de igual altura b que el álabe; la ecuación de conservación de la masa proporciona la siguiente ecuación, en la que ya se ha tenido en cuenta que la velocidad meridiana es sólo radial,

$$Q = 2\pi r_3 b v_{r3} = 2\pi r_2 b v_{r2} \, . \tag{11.18}$$

Si el difusor no tiene álabes o éstos se incluyeran en el diseño para guiado sin intención de modificar el momento cinético del flujo, se debería cumplir que $r_3 v_{u3} = r_2 v_{u2}$; esta ecuación, junto con la anterior, conduce a que las trayectorias de las partículas fluidas son espirales logarítmicas, pues

$$\frac{\mathrm{d}r}{r\,\mathrm{d}\theta} = \frac{v_r}{v_u} = \frac{v_{r2}}{v_{u2}} = \frac{v_{r3}}{v_{u3}} = \tan\alpha_2 = \tan\alpha_3 \, , \tag{11.19}$$

y por tanto,

$$r = r_2 \, e^{\theta \tan\alpha_2} \, , \tag{11.20}$$

ecuación equivalente a la (11.11). Si se desea reducir la velocidad de un modo más rápido que por simple aumento del radio de giro, los álabes tendrán que soportar un par y se diseñarán de modo semejante al rotor, con una velocidad en la salida del difusor tal como se indica en la Figura 11.11.

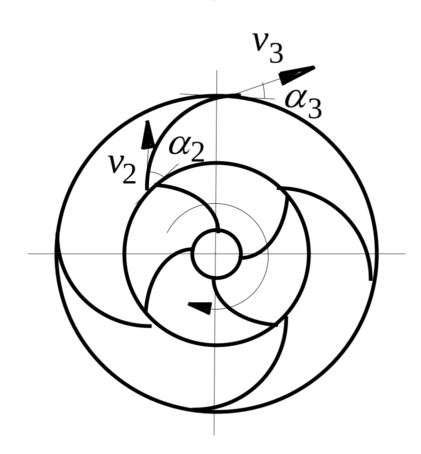


Figura 11.11: Esquema de un difusor de álabes fijos, en una bomba centrífuga.

Puesto que $r_3\, v_{r3} = r_2\, v_{r2}$, se cumple que

$$v_3 = v_2 \frac{r_2 \operatorname{sen}\alpha_2}{r_3 \operatorname{sen}\alpha_3} . \tag{11.21}$$

La diferencia de presión entre la entrada y la salida del difusor puede ponerse

$$\frac{p_3 - p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2 - v_3^2}{2g} - \Delta H_{i,dif} = \frac{v_2^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{r_2 \operatorname{sen}\alpha_2}{r_3 \operatorname{sen}\alpha_3}\right)^2\right] - \Delta H_{i,dif} \, , \tag{11.22}$$

donde $\Delta H_{i,dif}$ son las pérdidas hidráulicas en el difusor. En el caso de que los álabes sigan una espiral logarítmica, $\alpha_2 = \alpha_3$, la ecuación anterior se simplifica quedando sólo en función de los radios.

11.6.3 Voluta

La voluta o caja espiral tiene una doble función; por un lado, recoge el fluido de la periferia del rotor o del difusor y lo encauza hacia la conducción de salida, y por otro, actúa también como un difusor, puesto que tanto su radio como su sección creciente disminuyen la velocidad y aumentan la presión. Suele terminar en un difusor troncocónico y en una brida con la que se conecta la bomba a la instalación de que se trate.

En condiciones ideales, la velocidad acimutal en cualquier punto de la voluta ha de mantener el momento cinético de la salida del difusor, luego

$$2\pi r v_u = 2\pi r_2 v_{u2} = 2\pi r_3 v_{u3} = \Gamma, \tag{11.23}$$

es decir, se supone que se mantiene la circulación de la velocidad a lo largo de la voluta. El caudal que sale radialmente desde el rodete es recogido de forma gradual por la voluta, de modo que para la posición angular $\theta = 2\pi$, la voluta conduce en su sección de salida un caudal total Q; por tanto, el caudal que se tiene para cada posición angular es $Q_\theta = (\theta/2\pi)Q$. Si la forma de la voluta viene dada por su altura $b(r,\theta)$ (Figura 11.12), se tiene que el caudal que debe conducir en cada posición angular viene dado por

$$Q_\theta = \frac{\theta}{2\pi} Q = \int_{r_3}^{R(\theta)} v_u\, b(r,\theta)\,\mathrm{d}r = \frac{\Gamma}{2\pi}\int_{r_3}^{R(\theta)} \frac{b(r,\theta)}{r}\,\mathrm{d}r\,. \tag{11.24}$$

En el caso más simple de sección de la voluta rectangular y por tanto de altura constante b la integración de la ecuación anterior proporciona la ley del radio externo de la misma,

$$R(\theta) = r_3\, e^{Q\theta/\Gamma b}. \tag{11.25}$$

Para otras formas de la sección escogida para la voluta, es necesario resolver la ecuación correspondiente.

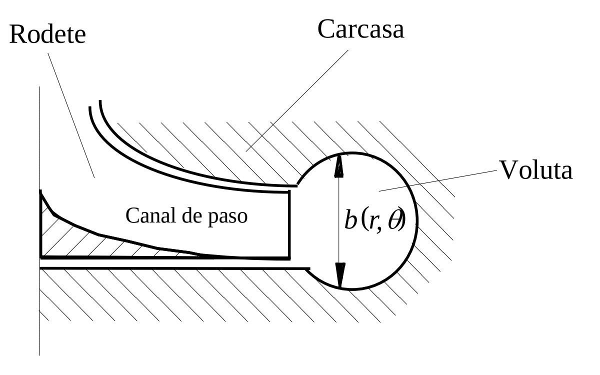


Figura 11.12: Esquema de una voluta de sección circular en una bomba centrífuga.

En cuanto al efecto como difusor, si se evalúa la velocidad media al final de la voluta, cuya sección transversal se identifica con el subíndice 4, se puede obtener

$$v_4 = \frac{Q}{A_4} = \frac{\Gamma}{2\pi r_3}\frac{\ln(r_4/r_3)}{([r_4/r_3]-1)}, \tag{11.26}$$

donde $r_4 = R(\theta = 2\pi)$; por tanto,

$$\frac{v_4}{v_3} = \cos\alpha_3 \frac{\ln(r_4/r_3)}{([r_4/r_3]-1)} < 1. \tag{11.27}$$

Para conocer cómo se transforma esta disminución de velocidad en un aumento de presión, es necesario aplicar la ecuación de conservación de la energía mecánica.

También existen diseños con doble voluta que recogen el flujo de medio rotor, o incluso de porciones no simétricas del mismo, según la necesidad del diseño.

Bibliografía consultada

Agüera Soriano, J., *Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas*, 5º ed., Ciencia, Madrid, 2002.

Cherkasski, V.M., *Bombas, ventiladores y compresores*, Mir, Moscú, 1986.

Comolet, R., *Mécanique expérimentale des fluides*, Tomo 3, Masson, Paris, 1963.

Fernández Díez, P., *Energía del mar*, www.es.pfernandezdiez.es (edición electrónica), 2016.

Hernández Krahe, J.M., *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, UNED, Madrid, 1976.

Japikse, D., y Baines, N.C., *Introduction to Turbomachinery*, Concepts ETI & Oxford, 1994.

Lobanoff, V.S., y Ross, R.R., *Centrifugal Pumps. Design & Applications*, 2ª Ed., Gulf Publishing Co., 1992.

Mataix, C., *Turbomáquinas hidráulicas*, 2ª ed., ICAI-ICADE, Madrid, 2009.

Pfleiderer, C., *Bombas centrífugas y turbocompresores*, Labor, Barcelona, 1960.

Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.

Potter, M.C., y Wiggert, D.C., *Mechanics of fluids*, Prentice-Hall, 1991.

Radha Krishna, H.C., Ed., *Hydraulic Design of Hydraulic Machinery*, Avebury, 1997.

Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.

Stepanoff, A.J., *Centrifugal and axial flow pumps*, Wiley, 1957.

White, F.M., *Mecánica de fluidos*, McGraw Hill, 1983.

12. ELEMENTOS PARA EL CÁLCULO E INSTALACIÓN DE TURBINAS HIDRÁULICAS. TURBINAS DE ACCIÓN

12.1 Introducción

En este capítulo se tratan algunos conceptos sobre la selección e instalación de turbinas hidráulicas, que se verán completados en los siguientes capítulos. Se apuntan además algunos aspectos parciales del diseño del rodete de las turbinas de reacción (Francis y Kaplan), aunque por supuesto será necesaria una revisión más completa de la bibliografía que se lista al final del capítulo para emprender con éxito la tarea del diseño de una turbina hidráulica. En el caso de la elección o del diseño de una turbina, resulta especialmente influyente la disponibilidad de agua y de energía potencial hidráulica en la zona en la que se desea llevar a cabo el aprovechamiento hidráulico, puesto que esta será la principal aplicación de este tipo de turbomáquina. Algunos de estos conceptos se revisan en los Capítulos 13 y 14, al tiempo que se tratan las partes características más importantes de una central hidroeléctrica. Se ha incluido en este capítulo el estudio particular de las turbinas de acción o impulso, centrando la atención en las turbinas tipo Pelton. Aunque la teoría desarrollada para las turbomáquinas es general y aplicable a cualquier tipo de turbina, las Pelton presentan una serie de particularidades que conviene tener en cuenta, y que vienen dadas fundamentalmente por la forma geométrica especial del distribuidor y de los álabes del rodete.

Merece la pena revisar con carácter previo la utilización de las denominaciones “salto” o “altura” en una central de turbinado. Como se ha visto anteriormente, “altura” se refiere a una determinada cantidad de energía mecánica específica, expresada en unidades de longitud. La denominación “salto” debería usarse solamente cuando la energía está en forma potencial gravitatoria (por tanto, “salto” debería referirse solo a la instalación, y “altura” a la turbina). De este modo, “salto bruto” debería ser igual a “altura bruta”, aunque si se habla de “salto útil”, este debería ser la parte de salto bruto que finalmente es factible de aprovechar (descontando por ejemplo algún tramo de canal abierto, o una cámara de puesta en carga). Una vez que se descuentan las pérdidas hidráulicas, la energía resultante debería llamarse “altura neta” (y no “salto neto”), puesto que es la energía total puesta a disposición de la turbina. En la práctica, muchas veces las dos denominaciones se utilizan de forma indistinta, por lo que conviene inquirir sobre la definición que de cada concepto se realice en cada caso.

12.2 Selección e instalación de turbinas hidráulicas

La selección de las turbinas hidráulicas parte de los datos característicos o de diseño disponibles; estos son en general la altura bruta H_b y el caudal disponible. Las pérdidas en el conducto de admisión o tubería forzada, reducirán la altura bruta a la neta (véase la Figura 12.1). En las pérdidas que se producen en la tubería forzada intervienen la longitud de la conducción, la sección de la misma y las características particulares del emplazamiento, que puede hacer que existan a lo largo de la conducción codos, bifurcaciones, y otros elementos singulares.

La elección del tipo de turbina, y su posterior dimensionado y diseño, se realizará a partir de estos datos de altura neta H_n y de caudal Q. Normalmente, las turbinas hidráulicas van directamente acopladas al alternador, por lo que deben girar a una velocidad constante para que la frecuencia de la corriente eléctrica no varíe. Esta velocidad, llamada de *sincronismo*, depende de la frecuencia de la corriente de la red (f) y del número de pares de polos del alternador síncrono (n_p),

$$\Omega = \frac{2\pi f}{n_p}. \qquad (12.1)$$

Con todos estos datos, se puede definir la velocidad específica o la potencia específica según se hizo en el Capítulo 3,

$$\Omega_S = \Omega \left. \frac{Q^{1/2}}{(gH_n)^{3/4}} \right|_{\eta\,\text{máx}}, \qquad W_S = \Omega \left. \frac{(W_T/\rho)^{1/2}}{(gH_n)^{5/4}} \right|_{\eta\,\text{máx}} \qquad (12.2)$$

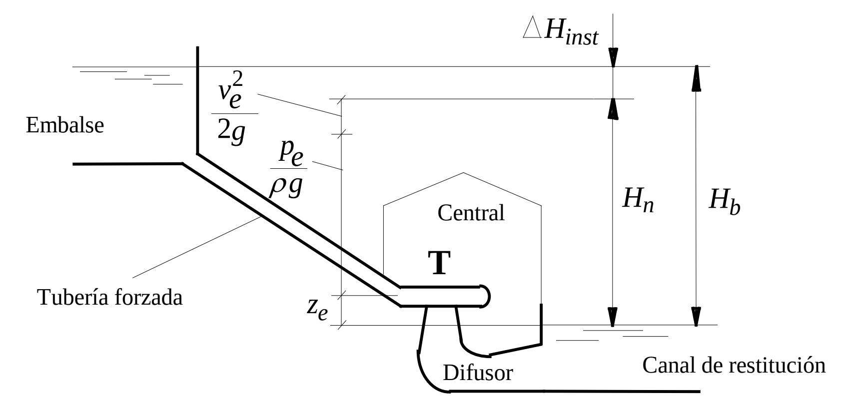


Figura 12.1: Esquema de una instalación de turbinado. Descontando las pérdidas hidráulicas de la instalación de la altura bruta disponible entre el embalse y el canal de restitución, se obtiene la altura neta, o energía disponible para la turbina.

Una vez establecida la velocidad o la potencia específicas y teniendo en cuenta de que se desea obtener un rendimiento máximo en estas condiciones nominales, el tipo de turbina adecuado se obtiene de una tabla como la 12.1. La elección definitiva de la velocidad específica puede hacerse con ayuda de gráficos como el de la Figura 12.2, en la que se establecen los rangos y valores de los rendimientos que pueden obtenerse en función de Ω_S. En la elección del tipo de turbina no sólo interviene la velocidad específica, sino también la altura neta disponible en la instalación, como puede verse en la Tabla 1, y gráficamente en la Figura 12.3. Las alturas más elevadas corresponden a turbinas Pelton, y las más bajas a turbinas hélice o Kaplan. Como ya se comentó en el Capítulo 1, cuando el salto es muy pequeño, la turbina hélice o Kaplan se sitúa en el centro del conducto de paso del fluido, formando una *turbina tubular* o *grupo bulbo*, con el fin de reducir al máximo las pérdidas por

cambio de dirección del flujo. Las turbinas Francis tienen aplicación en general para saltos intermedios.

El análisis de la instalación, o la función y dimensionado de la voluta espiral de entrada a la turbina o del conducto de aspiración o tubo difusor, si existen, requerirían otras consideraciones en gran parte semejantes al caso de instalación de una bomba. El análisis de la cavitación debe hacerse desde el nivel de la superficie libre, aguas abajo de la turbina, y remontarse aguas arriba por el conducto de aspiración hasta la salida del rodete, que es la zona de mínima presión, como se planteó en el Capítulo 10.

Tipo de turbina	*Características*	Ω_S	H_n (m)
Pelton	1 chorro 2,3,4,... chorros	0,05 a 0,15 0,15 a 0,35	250 a 1800 100 a 800
Francis	Lenta Normal Rápida	0,35 a 0,67 0,67 a 1,20 1,20 a 2,70	150 a 350 80 a 150 25 a 80
Hélice y Kaplan	Lenta Rápida Ultra rápida	1,60 a 2,75 2,75 a 3,65 3,65 a 5,50	18 a 35 12 a 18 5 a 12

Tabla 12.1: Rangos de velocidad específica y de altura neta para los distintos tipos de turbinas.

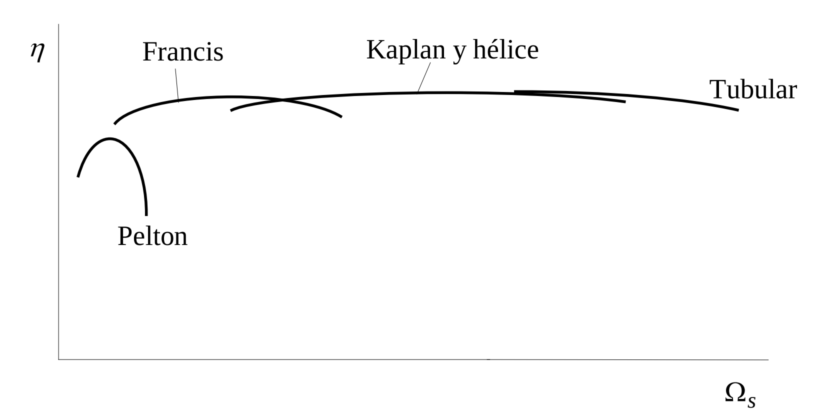


Figura 12.2: Estimación del rendimiento en función de la velocidad específica para varios tipos de turbina.

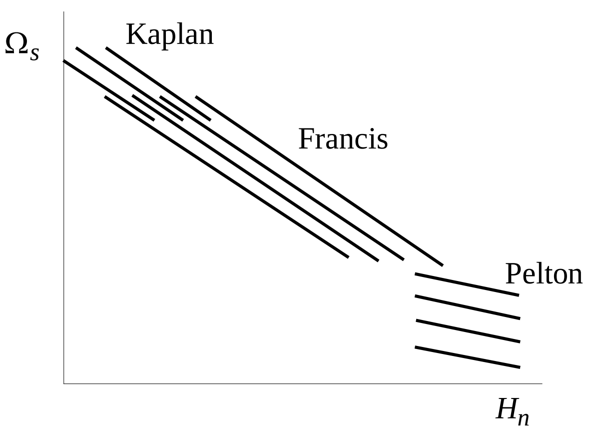


Figura 12.3: Estimación de la velocidad específica límite en función de la altura neta y del tipo de turbina.

12.3 Efecto del distribuidor de álabes orientables

El distribuidor de álabes orientales juega un papel fundamental en la regulación de las turbinas de reacción. Su función consiste en adaptar la potencia proporcionada por la turbina a la demanda, haciendo variar el gasto, o ajustar este último al gasto disponible en el salto, que puede ser variable. Se comprueba que en las curvas características con distribuidor fijo del Capítulo 9 que para un determinado valor de la altura neta, se obtiene un caudal y una potencia dados, sin posibilidad de modificar el punto de funcionamiento.

12.3.1 Efecto sobre las características a velocidad de giro constante

El abrir o cerrar el distribuidor haciendo girar todos sus álabes alrededor de sus ejes respectivos de modo simultáneo (véase la Figura 12.4), se varía el ángulo α_1 en el triángulo de velocidades de la entrada. La curva característica ideal (Ecuación de Euler) será ahora una recta que parte del mismo punto del eje ordenadas pero que tiene distinta pendiente, según el valor de la abertura.

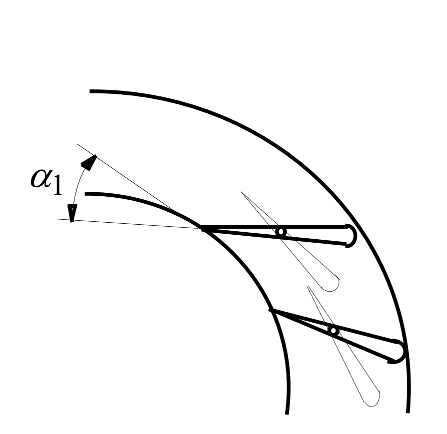
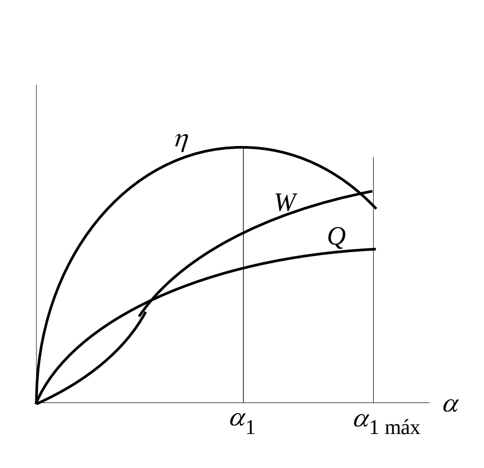


Figura 12.4: Giro de los álabes orientables del distribuidor.

Figura 12.5: Curvas de altura neta en función del caudal para distintas posiciones del distribuidor, a velocidad de giro constante.



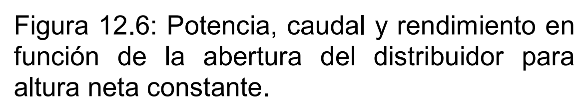


Figura 12.6: Potencia, caudal y rendimiento en función de la abertura del distribuidor para altura neta constante.

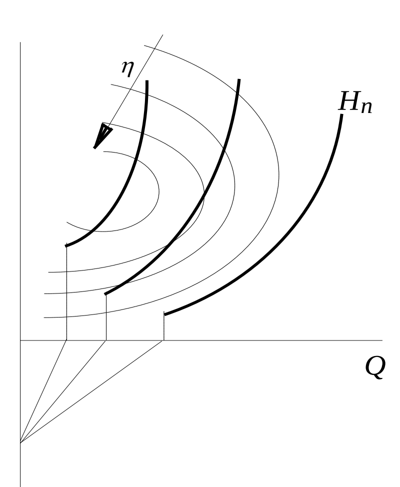


Figura 12.7: Colinas de igual rendimiento en la característica altura neta–caudal, a velocidad de giro constante y distintas posiciones del distribuidor.

Si sobre estas curvas se añaden las pérdidas del flujo real que se han visto anteriormente, se obtendrá una familia de curvas características; cada una de estas curvas corresponde a una posición del distribuidor (Figura 12.5).

Si sobre las curvas características de la Figura 12.5 se traza una línea horizontal que corresponde a altura neta constante (salto de altura bruta determinada, sin considerar pérdidas hidráulicas en la conducción forzada desde el embalse hasta la turbina), la intersección con cada curva proporciona la abertura del distribuidor, el caudal, y también el rendimiento y la potencia. Así, puede obtenerse un gráfico como el de la Figura 12.6, con Q, W y η en función de α_1 para ese determinado valor de altura neta.

También pueden fijarse las líneas de rendimiento constante sobre el gráfico de la Figura 12.5. Para cada valor de la abertura del distribuidor, dado por α_1, existe una curva de rendimiento, pudiéndose encontrar sobre esta curva dos puntos distintos con la misma eficiencia. Uniendo los puntos del gráfico $H(Q)$ de igual rendimiento, aparecen unas *colinas de rendimientos*, llamadas así por su similitud con la representación topográfica de una colina a través de curvas de nivel, como se indica en la Figura 12.7.

12.3.2 Efecto sobre las características a altura neta constante

Si los ensayos a altura neta constante se repiten de forma sistemática con distintas posiciones del distribuidor, se obtendrían las características completas (Figuras 12.8 y 12.9), de la turbina para la altura H_n constante considerada, en la forma $Q = f_1\,(\Omega,\alpha)$, $W = f_2\,(\Omega,\alpha)$, $\eta = f_3\,(\Omega,\alpha)$.

La forma que tengan las colinas de rendimiento puede señalar la adecuación de la turbina a modificaciones del caudal o de la altura. Así, en la Figura 12.10 se presenta dos formas de colinas de rendimiento de máquinas con características diferentes. El caso a), que corresponde a turbinas Pelton y Francis de baja velocidad específica, tendrá buen comportamiento a cargas parciales (caudales distintos del óptimo). En cambio el caso b), para turbinas Francis rápidas y Kaplan, será menos sensible a posibles variaciones de altura, que se traducirían por semejanza en variaciones del régimen de giro.

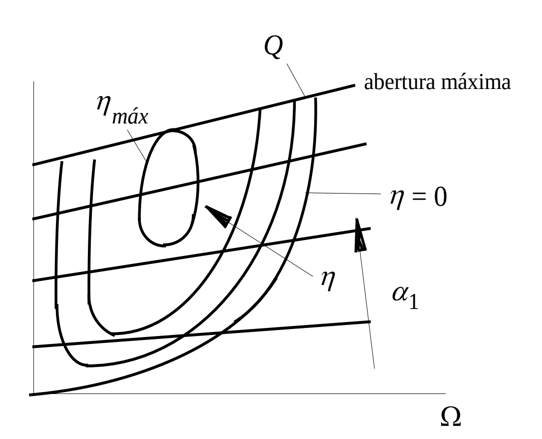


Figura 12.8: Curva característica de caudal y rendimiento en función de la abertura y del régimen de giro, a altura neta constante.

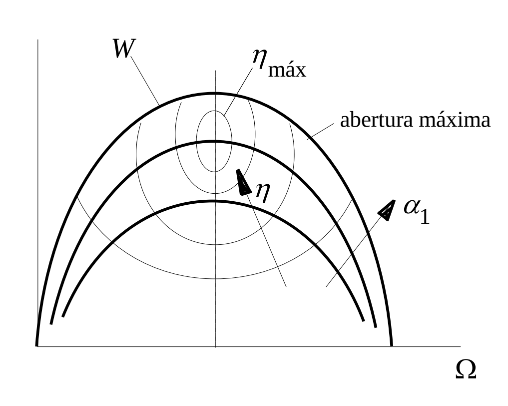


Figura 12.9: Curva característica de potencia y rendimiento en función de la abertura y del régimen de giro, a altura neta constante.

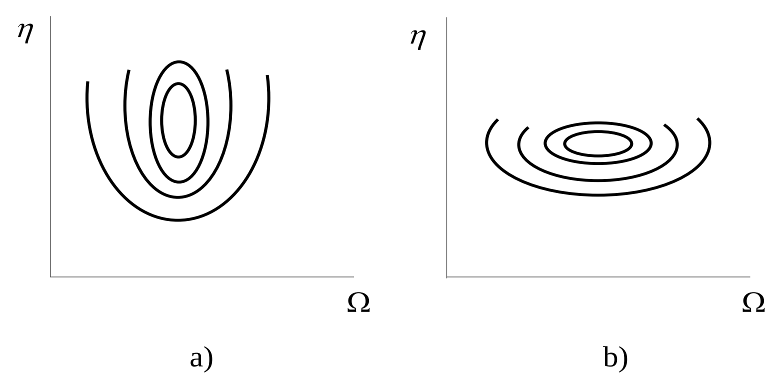


Figura 12.10: Diversas formas de las líneas de isorrendimiento en las curvas características, en función del régimen de giro, para distintas posiciones del distribuidor. a) Turbinas Pelton y Francis lentas. b) Turbinas Kaplan y Francis rápidas.

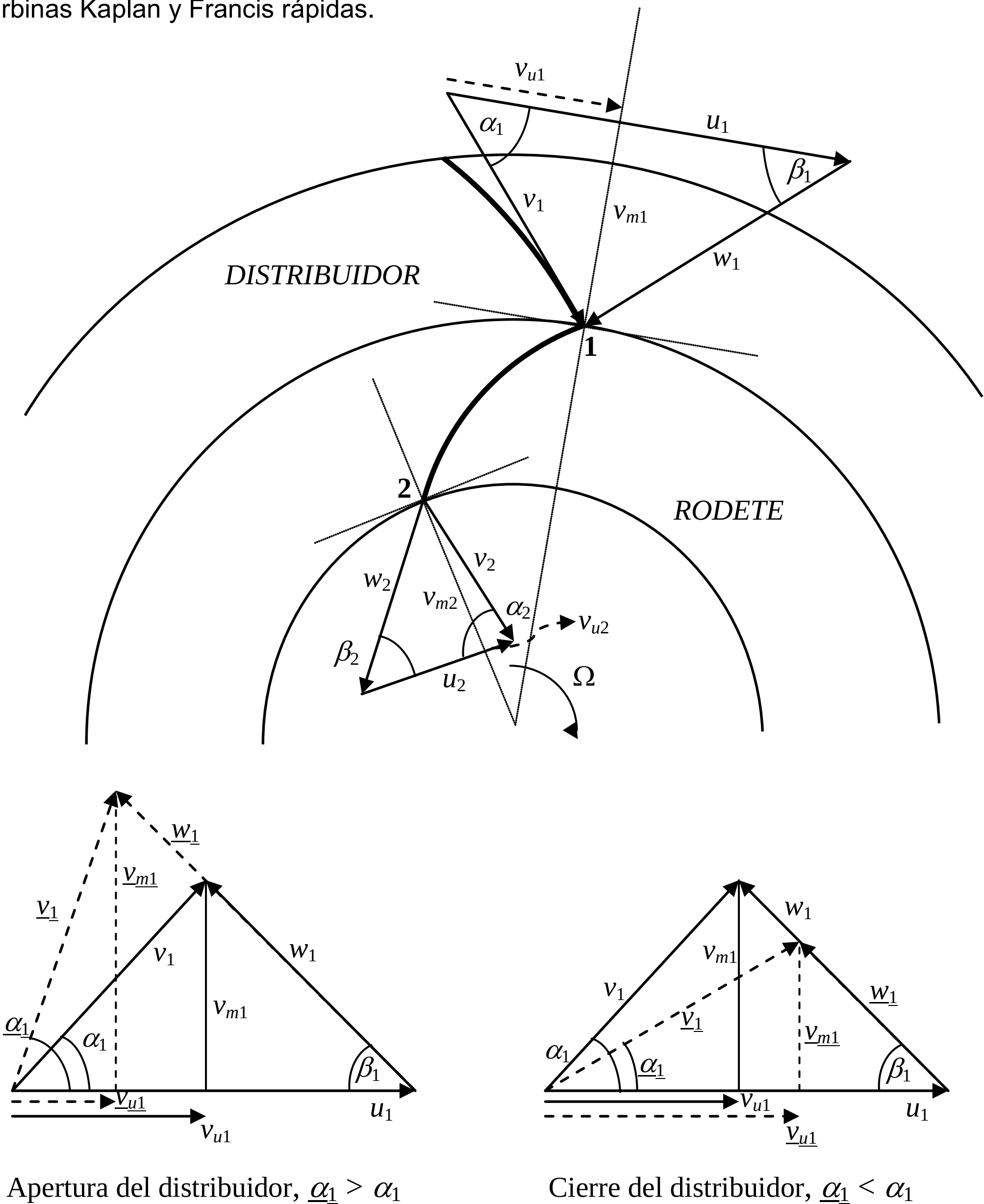


Figura 12.11: Esquema del efecto de la variación del ángulo de los álabes del distribuidor sobre una turbina de reacción de tipo Francis.

12.3.3 Efecto del distribuidor sobre los triángulos de velocidad en una turbina Francis

El efecto del distribuidor de álabes orientables en una turbina de reacción puede explicarse a través de la variación de los triángulos de velocidad en la entrada del rodete. Puede hacerse la simplificación de que la velocidad relativa se mantiene tangente al álabe del rodete para cualquier posición de los álabes de la corona directriz. En el caso de mantener constante la velocidad de giro, la velocidad de arrastre se mantiene igualmente constante. De este modo, como se ve en la Figura 12.11, el distribuidor actúa sobre el ángulo α_1, y puesto que la velocidad de arrastre no varía, resulta que si se abre el distribuidor (α_1 aumenta), la condición cinemática dada por el cierre del triángulo de velocidad en la entrada lleva a que la velocidad meridiana aumenta (es decir, aumenta el caudal), y la componente acimutal v_{u1} disminuye (es decir, disminuye la altura comunicada). El resultado final se observa en la Figura 12.5, en la que las curvas de altura neta se desplazan hacia la derecha a medida que aumenta la apertura del distribuidor, obteniéndose caudales mayores y alturas menores. El efecto contrario se produce cuando se cierra el distribuidor (α_1 disminuye). En la Figura 12.11, las variables de los triángulos de velocidad que han cambiado con respecto a la posición inicial del distribuidor aparecen subrayadas.

12.4 Aspectos del diseño de las turbinas Francis

Existen distintos métodos para el diseño del rodete de las turbinas hidráulicas. Para las turbinas Francis, uno de los métodos clásicos más utilizados es el de T. Bovet (L'école Polytechnique Federale de Lausanne, Francia), propuesto en la década de los años sesenta (véanse los textos de Mataix, 2009, y Hernández Krahe, 1976).

Básicamente, el método propone el dimensionado del rodete de la turbina a partir del concepto de *perfil hidráulico*. En una turbina Francis, el flujo en el rodete queda limitado por dos superficies de revolución, una exterior y otra interior. Las intersecciones de estas superficies con un plano meridiano que pasa por el eje de revolución del rodete forman el denominado perfil hidráulico (véase la Figura 12.12). La corriente fluida entra por la arista o sección de entrada 1 y sale por la arista 2. De este modo todo el espacio que será ocupado por los álabes queda limitado por cuatro superficies de revolución, cuyas meridianas son las cuatro líneas que se han dibujado en la Figura 12.12.

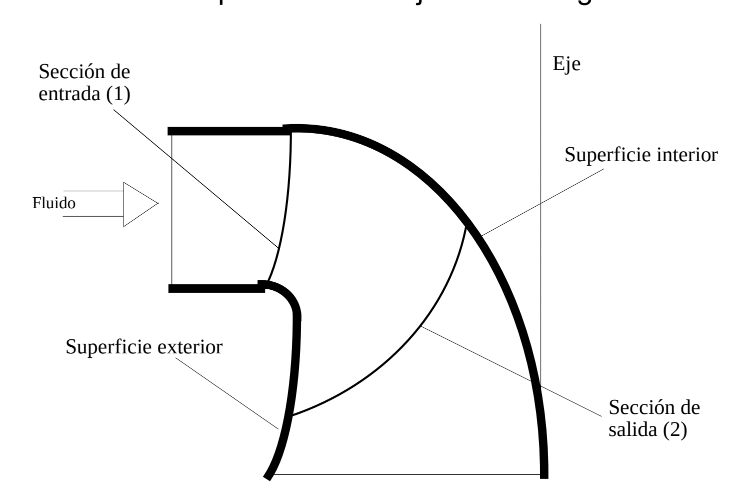


Figura 12.12: Perfil hidráulico de Bovet para el diseño de un rodete Francis. La superficie plana representada puede interpretarse como la proyección acimutal sobre un plano meridiano, de un álabe cuya superficie es en general tridimensional.

Bovet ha propuesto expresiones analíticas para estas aristas exteriores e interiores del perfil hidráulico, parametrizadas en función de la velocidad específica. De este modo, se muestran perfiles hidráulicos típicos para el canal de paso del fluido entre álabes, en función de la velocidad específica (Figura 12.13). Se aprecia la evolución desde un rodete radial

para bajas velocidades específicas, hasta otro helicocentrípeto para velocidades específicas altas.

Una vez determinado completamente el perfil hidráulico del rodete, el método propone dividir el canal de paso que se ha elegido (sin ninguna componente acimutal de velocidad) en una serie de canales delimitados por líneas de corriente, que dan lugar a *turbinas parciales*. Se supone para ello que el flujo es ideal e irrotacional, de modo que el plano del perfil hidráulico es un plano meridiano que contiene por tanto al eje de la máquina, como se ha indicado anteriormente. De esta manera, el método exige la construcción de la denominada *red de corriente* (de un modo similar a como se describió en la Sección 5.2), es decir, del trazado de las líneas de corriente que delimitan las turbinas parciales, junto con las líneas equipotenciales, perpendiculares a las anteriores. El método propone que entre cada dos líneas de corriente, la velocidad meridiana sea la misma, y que entre cada dos líneas equipotenciales, la diferencia de potencial de velocidad sea constante. Como resultado, de este proceso, se obtiene la forma geométrica final del perfil hidráulico, junto con la distribución de velocidad meridiana a través de la sección de paso.

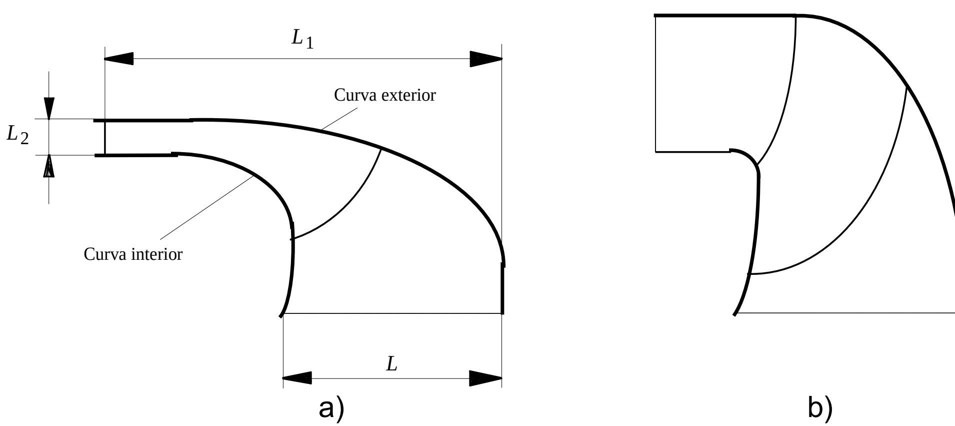


Figura 12.13. Dos tipos de perfil hidráulico propuestos por Bovet en función de la velocidad específica. a) Velocidad específica baja (Ω_S = 0,298); b) Velocidad específica alta (Ω_S = 1,79).

El dimensionado del rodete se completa con la imposición de cesión de energía en forma de momento cinético, a partir de la aplicación de la Ecuación de Euler a cada una de las turbinas parciales resultante de la red de corriente. Aunque existen más posibilidades, la más utilizada y sencilla de aplicar es la condición de *cesión gradual de energía* para el conjunto de las turbinas parciales, desde la sección de entrada a la sección de salida del rodete. El campo de velocidad acimutal impuesto al aplicar la condición de cesión de energía cambia el flujo de irrotacional a rotacional, y lógicamente produce un “alabeo” del perfil hidráulico inicialmente supuesto (es decir, se impone una distribución de ángulos relativos β_1 y β_2, necesaria para que el salto energético a través del rodete sea la altura útil H_t, cumpliendo la ecuación de conservación del momento cinético, es decir, la Ecuación de Euler).

Ω_S	0,298	0,596	0,894	1,19	1,49	1,79	2,09	2,38
L_1/L	2,29	1,44	1,10	0,910	0,782	0,695	0,624	0,574
L_2/L	0,152	0,288	0,408	0,512	0,600	0,672	0,728	0,768

Tabla 12.2: Dimensiones relativas de los perfiles hidráulicos propuestos por Bovet para una turbina Francis (Figura 12.13).

12.5 Aspectos del diseño de las turbinas Kaplan

La teoría del ala de avión o del perfil aerodinámico se ha aplicado al diseño de las turbinas axiales o Kaplan desde principios del siglo XX. La relación del comportamiento del álabe situado en una cascada o serie de álabes inmersa en el seno de una corriente fluida, con la teoría aerodinámica ideal del álabe aislado de Kutta-Joukowski, se expuso en el Capítulo 7.

Los perfiles NACA (de la sociedad norteamericana Nacional Advisory Comittee of Aeronautics) se han empleado con éxito en el diseño de los álabes de las turbinas Kaplan. Estos perfiles se agrupan en series diferenciadas por el número de dígitos que se utiliza para su designación, dando lugar a las series de cuatro, de cinco o de seis dígitos. La geometría de los perfiles NACA se obtiene combinando una línea media y una cierta distribución de espesores, de modo que las ordenadas del perfil se consiguen añadiendo la distribución de espesores a un lado y a otro de la línea media (Figura 12.14). El estudio sistemático realizado por NACA en los túneles de viento, a distintos números de Reynolds y ángulos de ataque de la corriente incidente sobre la línea media del perfil, ha permitido conocer en detalle el comportamiento de cada perfil, así como la evolución de los coeficientes de sustentación C_L y de resistencia C_D en función del ángulo de ataque.

Los perfiles más utilizados en el diseño de las turbinas Kaplan han sido los de cuatro dígitos (NACA 6306, 6406, 6506, 6606, 6706, por ejemplo). A cada tipo de perfil le corresponde un ángulo de ataque óptimo, para el que la relación C_L/C_D es máxima. Este punto se obtiene gráficamente trazando desde el origen de ordenadas la recta tangente a la curva de C_L en función de C_D (a esta curva se le conoce como *curva polar*). El ángulo de ataque obtenido se le denomina *ángulo de planeo*, ξ, que viene dado por tanto por

$$\tan \xi = \frac{C_D}{C_L} . \tag{12.3}$$

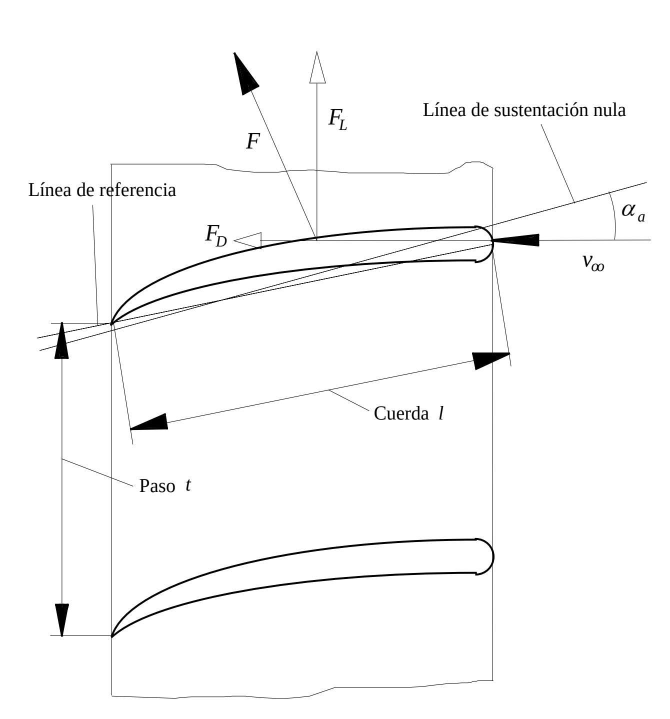


Figura 12.14: Perfiles dispuestos en una cascada de álabes de una turbomáquina axial.

La relación C_L/C_D recomendada está en el rango $80–120$ (tan ξ en el rango $0{,}0125–0{,}00833$, aunque es posible llegar a $0{,}015$ en los mejores perfiles). Lógicamente, la referencia para el diseño del álabe debe ser obtener un valor lo más alto posible de la relación C_L/C_D. La relación entre los coeficientes de sustentación y de resistencia con la

altura útil extraíble de la cascada de álabes, y con el rendimiento hidráulico se expuso en los Capítulos 7 y 9.

En cuanto a los valores empleados habitualmente de la *relación de aspecto* del álabe en la cascada, (l/t), pueden encontrarse en la bibliografía expresiones tales como:

$$\left(\frac{l}{t}\right)_{punta} = (0{,}88 \div 0{,}95)\left(\frac{l}{t}\right)_{pm}, \tag{12.4}$$

para la sección de punta del rodete, y

$$\left(\frac{l}{t}\right)_{media} = (1{,}1 \div 1{,}2)\left(\frac{l}{t}\right)_{pm}, \tag{12.5}$$

siendo $(l/t)_{pm}$ el valor promediado desde la raíz a la punta del álabe, pudiéndose a su vez estimar por los valores que aparecen en la Tabla 12.3.

Ω_S	3,67	3,43	3,15	2,93	2,70	2,61	2,47
$(l/t)_{pm}$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6

Tabla 12.3: Estimación del valor promediado de la relación de aspecto del álabe en una cascada axial, en función de la velocidad específica elegida para la turbina.

12.6 Turbinas de acción o impulso

Las llamadas *ruedas hidráulicas*, utilizadas desde antiguo, aprovechan el empuje cinético de una corriente de agua abierta a la atmósfera, o bien su diferencia de potencial gravitatorio. No existe en este caso un intercambio claro de cantidad de movimiento cuando el fluido atraviesa la rueda, y es por este motivo por el que no pueden considerarse formalmente como *turbinas*.

Las turbinas de acción o impulso recuerdan a las ruedas hidráulicas, pero en ellas se establece un claro intercambio de momento cinético a través de la rueda. El tipo más conocido de turbina de impulso es la Pelton, pero existen otros tipos de turbinas de acción, que han tomado especial relevancia en los últimos tiempos debido a su aplicación a la energía minihidráulica. Estas son las Turgo y las Banki-Mitchell. Las turbinas Turgo parecen cubrir el espacio entre las Pelton y las Francis, a partir de un cierto umbral de altura neta, mientras que las Banki-Mitchell lo harían a partir de alturas netas muy bajas. Las que presentan más similitudes son las turbinas Pelton y las Turgo, al incidir el chorro sobre los álabes de una rueda (sin atravesarla como en el caso de las Banki-Mitchell), de forma tangencial en el caso de las Pelton, y de forma oblicua, en el caso de las Turgo. Con todo, el principio de funcionamiento de este tipo de turbinas es el mismo, y es posible efectuar un planteamiento general, que se llevará a cabo en la siguiente sección.

12.6.1 Tratamiento general de las turbinas de acción

La característica definitoria de las turbinas de acción es que los saltos de presión estática a través del rodete son prácticamente despreciables. Por tanto, la energía intercambiada se debe sobre todo a la energía cinética de un chorro de agua proporcionado por un sistema inyector, en el que la energía disponible en forma de altura es H_1. La velocidad de salida del inyector, que es la velocidad de entrada en el rodete, puede ponerse entonces por

$$v_1 = \sqrt{2gH_1} = \sqrt{\eta_{h.i} 2gH_n}, \tag{12.6}$$

siendo $\eta_{h.i}$ el rendimiento que tiene en cuenta las pérdidas hidráulicas a través del sistema inyector, sea como sea su morfología. Además, es posible suponer que la velocidad relativa

al álabe se mantiene (esto sería cierto si el flujo fuera estrictamente ideal), salvo por las pérdidas por fricción,

$$w_2 = \sqrt{1-\zeta}\; w_1, \quad \text{con} \quad \zeta = \frac{\Delta H_{i,alabe}}{w_1^2/2g}. \tag{12.7}$$

La demostración de este resultado se realizará sobre el caso concreto de una turbina Pelton, en la siguiente sección. Véase que se ha definido un coeficiente adimensional de pérdidas ζ que depende fundamentalmente de la morfología y de la rugosidad del álabe, de modo que tomará distintos valores en función del tipo de máquina. Se supondrá además que el chorro impacta contra los álabes en un diámetro medio D, de manera que las velocidades de arrastre de entrada y de salida son iguales, es decir, $u = u_1 = u_2 = \Omega D/2$. Bajo determinadas condiciones (como antes, esto se explicará más en detalle sobre el caso particular de las turbinas Pelton), puede aplicarse la Ecuación de Euler al flujo sobre el álabe:

$$H_t = \frac{u_1 v_{u1} - u_2 v_{u2}}{g} = \frac{u(v_{u1} - v_{u2})}{g}, \tag{12.8}$$

que interesa poner en función de las velocidades relativas (12.7),

$$H_t = \frac{u(w_{u2} - w_{u1})}{g} = \frac{u(w_2 \cos\beta_2 - w_1 \cos\beta_1)}{g}, \tag{12.9}$$

de modo que introduciendo la relación entre estas velocidades relativas,

$$H_t = \frac{u}{g} w_1 \cos\beta_1 \left(\sqrt{1-\zeta}\, \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1} - 1 \right) = \frac{u}{g} u v_1 \left[\frac{u}{v_1} - \cos\alpha_1 \right] \left(\sqrt{1-\zeta}\, \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1} - 1 \right). \tag{12.10}$$

Si se define el rendimiento hidráulico del álabe (o de la rueda sobre la que están dispuestos los álabes) por

$$\eta_{h,alabe} = \frac{H_t}{H_1} = \frac{H_t}{v_1^2/2g}, \tag{12.11}$$

entonces la Ecuación de Euler toma la forma

$$\eta_{h,alabe} = 2\frac{u}{v_1} \left[\cos\alpha_1 - \frac{u}{v_1} \right] \left(1 - \sqrt{1-\zeta}\, \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1} \right). \tag{12.12}$$

De esta ecuación pueden obtenerse distintas conclusiones. La primera es que, manteniendo constante el término entre paréntesis de la derecha, se deduce que la condición de rendimiento máximo es para

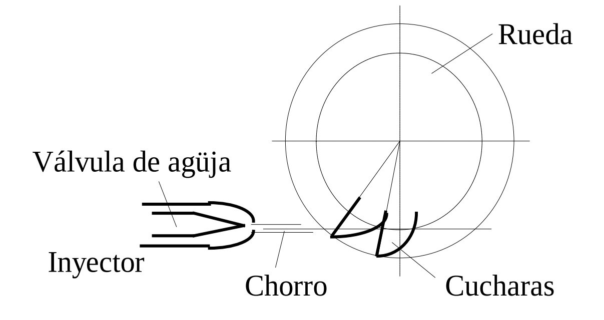
$$\frac{u}{v_1} = \frac{1}{2} \cos\alpha_1, \tag{12.13}$$

es decir, interesa que el ángulo de ataque del chorro sobre la rueda sea lo menor posible. Si es nulo ($\alpha_1 = 0°$), la condición de diseño es claramente $u/v_1 = 0{,}5$, aunque en la práctica se utilizan valores en el rango 0,45–0,47. Los ángulos β_1 y β_2 tomarán en cada caso ciertos rangos de valores apropiados, pero de cualquier manera, puesto que interesa minimizar la pérdida de energía cinética en la salida de la rueda, otra condición de diseño sería que $v_{u2} = 0$ ($\alpha_2 = 90°$), aunque esta última condición no siempre es posible aplicarla.

12.6.2 Estudio particular de las turbinas Pelton

Las turbinas Pelton son turbinas de acción de tipo *tangencial*, puesto que el chorro impacta de forma tangente contra los álabes del rodete, que en este caso son *cucharas* de forma elipsoidal con una arista central, dispuestas en la periferia de la rueda (véase la Figura 12.15). El ángulo del chorro puede suponerse idealmente α_1 = 0º, y el de la velocidad relativa en la entrada, β_1 = 180º. Así, véase que la expresión (12.12) (rendimiento hidráulico del álabe o de la cuchara) resulta:

$$\eta_{h,alabe} = \eta_{h,cuchara} = 2\frac{u}{v_1}\left[1-\frac{u}{v_1}\right]\left(1+\sqrt{1-\zeta}\cos\beta_2\right) \qquad (12.14)$$



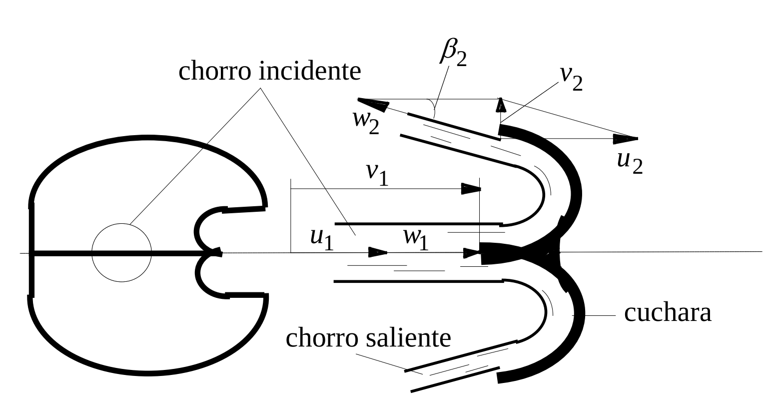


Figura 12.15: Esquema de componentes básicos de una turbina Pelton, y triángulos de velocidad en una de las cucharas de la rueda.

TURBINAS PELTON: PARTICULARIDADES

Se efectúa a continuación un plantemiento particularizado para una turbina de acción tipo Pelton. Sobre la cuchara, las velocidades absolutas y relativas corresponden al esquema de la Figura 12.15. El agua deja a la cuchara con un ángulo β_2 respecto del eje del chorro incidente, y las relaciones son por tanto

$$v_1 = u + w_1, \quad v_{u2} = u - w_2\cos\beta_2. \qquad (12.15)$$

Como se ha indicado antes, el Teorema de Euler también es válido en este caso. Para ello, supóngase que se considera un volumen de control fijo rodeando a cada cuchara. Dentro de este volumen de control, las variaciones de masa y de cantidad de movimiento son cíclicas, de modo que el promedio de la masa y de la cantidad de movimiento en su interior se pueden suponer constantes. Las cucharas van entrando y saliendo del volumen de control fijo, pero en cada instante considerado sólo existe una cuchara recibiendo la acción del chorro. Por tanto, el comportamiento de una sola cuchara es representativo de toda la rueda. La ecuación de conservación del momento cinético puede aplicarse entonces de la misma manera que se realizó en el Capítulo 4 a este volumen de control, obteniéndose que la energía mecánica específica comunicada al rotor, altura útil, será

$$gH_u = u(v_{u1} - v_{u2}) = u[v_1 - (u - w_2 \cos \beta_2)] = u(w_1 + w_2 \cos \beta_2). \quad (12.16)$$

expresión que es equivalente a la (12.9), pero particularizada al caso de una turbina Pelton.

Si se plantea la ecuación de conservación de la energía mecánica en ejes relativos a la cuchara, y se considera que por fricción entre el líquido y la propia cuchara existen unas ciertas pérdidas hidráulicas $\Delta H_{i,cuchara} = \zeta (w_1^2/2g)$, puede ponerse

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} - \zeta \frac{w_1^2}{2}. \quad (12.17)$$

Como en este tipo de turbinas la presión es uniforme en todos los puntos, e igual aproximadamente a la atmosférica, la velocidad relativa con que el flujo deja la cuchara será

$$w_2 = (1 - \zeta)^{1/2} \; w_1, \quad (12.18)$$

expresión apuntada antes en la Ecuación (12.7); llevando este resultado a la forma (12.16) de la Ecuación de Euler,

$$gH_u = uw_1(1 + [1 - \zeta]^{1/2} \cos \beta_2) = u(v_1 - u)(1 + [1 - \zeta]^{1/2} \cos \beta_2). \quad (12.19)$$

expresión equivalente a la más genérica (12.10).

Por otro lado, si se denomina gH_1 a la energía mecánica específica del chorro en la salida del inyector (la altura neta menos la altura de pérdidas hidráulicas en el propio inyector, ($H_1 = H_n - \Delta H_{i,inyector}$), la velocidad absoluta incidente a la cuchara[45] es $v_1 = (2gH_1)^{1/2}$. Si se entiende el rendimiento hidráulico de la cuchara como el cociente entre la altura comunicada al rotor y la disponible en el chorro resultante de la válvula de aguja del inyector, se puede escribir lo siguiente:

$$\eta_{h,c} = \frac{gH_t}{gH_1} = 2\frac{u}{v_1}\left(1 - \frac{u}{v_1}\right)(1 + [1 - \zeta]^{1/2} \cos \beta_2), \quad (12.20)$$

que es la misma expresión (12.14) adelantada más arriba. En estas condiciones,

$$H_u = \eta_{h,c} \eta_{h,i} H_n, \quad (12.21)$$

siendo

$$\eta_{h,i} = \frac{gH_1}{gH_n} \quad (12.22)$$

el rendimiento hidráulico del conjunto inyector-válvula de aguja, como se adelantó también en (12.6).

Si se representa por lo tanto el rendimiento de la cuchara en función del parámetro u/v_1, suponiendo que ζ y β_2 se mantienen constantes, se tendrá una parábola como la representada en la Figura 12.16. Puede comprobarse que el rendimiento máximo se alcanza para

$$\frac{u}{v_1} = \frac{1}{2}, \quad (12.23)$$

[45] Es decir, esta sería la velocidad de descarga desde un depósito que se encontrara a una cota H_1, en flujo estrictamente ideal; téngase en cuenta que H_1 es una altura en la que ya se han descontado tanto las pérdidas en la tubería forzada como en el inyector.

resultado al que ya se llegó en el planteamiento general de las turbinas de acción. Interesará por tanto que la rueda tenga un sistema de regulación que controle que su giro sea a velocidad constante e igual a la mitad de la velocidad absoluta del chorro.

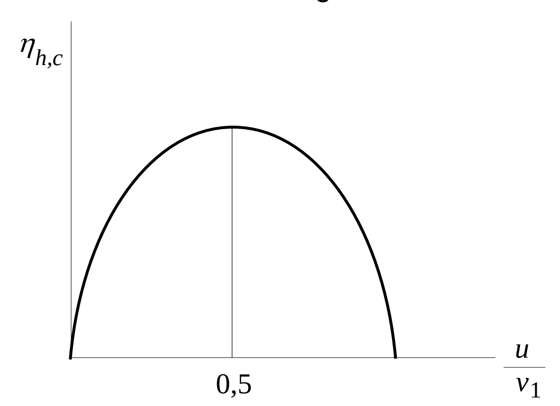


Figura 12.16: Rendimiento hidráulico de la cuchara en una rueda Pelton en función de la relación entre la velocidad de la cuchara y la del chorro.

En la Figura 12.16 se muestra que puede obtenerse de la Ecuación (12.20) un mismo valor del rendimiento hidráulico de la cuchara a partir de dos valores distintos de u/v_1, diferentes de 0,5. El parámetro u/v_1 es especialmente importante en las turbinas de acción, puesto que la velocidad de giro y el tamaño de la rueda determinan el valor de la velocidad de arrastre u, mientras que la energía disponible dada por la altura neta H_n se expresa a través de la velocidad del chorro incidente v_1. En estas condiciones, si no es posible alcanzar el valor teórico $u/v_1 = 0{,}5$, se preferirá elegir, a igualdad de rendimiento hidráulico, el valor de u/v_1 más pequeño, puesto que repercutirá en general en menores tamaños y velocidades de la rueda, y por tanto, en condiciones de funcionamiento más estables. En condiciones reales de funcionamiento, el rendimiento total máximo se alcanza en el rango $u/v_1 = 0{,}45 – 0{,}5$, que es el recomendado en la bibliografía.

Con las definiciones anteriores de los rendimientos hidráulicos del inyector y de la cuchara, se tiene que el rendimiento hidráulico de la rueda Pelton es

$$\eta_h = \frac{H_u}{H_n} = \frac{H_1}{H_n}\frac{H_u}{H_1} = \eta_{h,i}\eta_{h,c}\,. \quad (12.24)$$

En cuanto al flujo de salida relativo a la cuchara, las ecuaciones anteriores podrían hacer pensar que el ángulo óptimo es $\beta_2 = 0°$, pero en ese caso el agua chocaría con el dorso de la cuchara siguiente, lo que es perjudicial y empeora el rendimiento. Por esta razón, los valores usuales de este ángulo están entre 5 y 15º, lo que hace que exista una cierta energía cinética residual que se pierde, $(v_2)^2/2g$.

En realidad, el rendimiento hidráulico de la cuchara debe tener en cuenta esta energía cinética residual, para cumplir el balance energético en el rodete. De esta manera, el rendimiento hidráulico de la cuchara o de la rueda $\eta_{h,c}$ debe cumplir la Ecuación (12.20), y además, la condición

$$\eta_{h,c} = \frac{H_1 - \Delta H_{i,cuchara} - (v_2^2/2g)}{H_1}\,. \quad (12.25)$$

En una turbina Pelton, el coeficiente de pérdidas en la cuchara ζ tiene normalmente valores entre 0,06 y 0,1. Las pérdidas en el inyector representan en torno al 2–4 % de la potencia total. En estas condiciones, el rendimiento hidráulico suele tener valores entre 0,9 y 0,93. Teniendo en cuenta que el rendimiento volumétrico suele estar comprendido entre 0,97 y 0,9, y el orgánico entre 0,97 y 0,995, puede concluirse que el rendimiento total de una turbina Pelton en condiciones óptimas está comprendido entre 0,86 y 0,91.

TURBINAS PELTON: DEFINICIÓN DE LA VELOCIDAD ESPECÍFICA

En una instalación de turbinado con turbinas Pelton, es posible disponer de varias ruedas en paralelo, y a su vez, que cada rueda trabaje con varios chorros. El diseño se establece de forma unitaria, es decir, referido a lo que se obtiene por un chorro sobre una rueda. De esta manera, se hallará la potencia total de la central multiplicando la potencia unitaria por el número de chorros y por el número de ruedas. Por coherencia, la velocidad específica debe calcularse por

$$\Omega_S\Big|_{Pelton} = \Omega \left.\frac{Q_{1chorro}^{1/2}}{(gH_n)^{3/4}}\right|_{\eta\ \text{máx}} . \tag{12.26}$$

de manera que con esta definición, los mayores rendimientos se alcanzan para valores de Ω_S en torno a $0{,}1$. En algunos textos pueden encontrarse definiciones de Ω_S con el caudal de todos los chorros existentes en la rueda; en este caso, su valor puede sobrepasar $0{,}3$ en turbinas Pelton. La idea entonces es disponer el número de chorros necesario para que $\Omega_S \sim 0{,}1$ (o incluso inferior) por cada chorro, con la definición dada por (12.26).

TURBINAS PELTON: DIÁMETRO ÓPTIMO DEL CHORRO DEL INYECTOR

Puede obtenerse una expresión para el valor del diámetro del chorro D_1 que maximiza la potencia útil obtenida en una rueda Pelton de un solo chorro, bajo ciertas hipótesis simplificadoras. La potencia obtenida en la turbina puede ponerse por

$$W_T = \eta_t \rho g Q H_n , \tag{12.27}$$

expresión en la que puede sustituirse la altura neta (suponiendo que en la tubería forzada, de longitud L y diámetro D_0 las pérdidas son únicamente por fricción),

$$H_n = H_b - \lambda \frac{L}{D_0}\frac{v_0^2}{2g} , \tag{12.28}$$

y el caudal,

$$Q = v_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = v_0 \frac{\pi D_0^2}{4} , \tag{12.29}$$

y puesto que la velocidad en el chorro es

$$v_1 = (\eta_{h,i})^{1/2} (2gH_n)^{1/2} , \tag{12.30}$$

la Ecuación (12.17) toma la forma

$$W_T = \eta_t \rho g \frac{\pi D_1^2}{4} (\eta_{h,i})^{1/2} (2g)^{1/2} (H_n)^{3/2} . \tag{12.31}$$

En esta última ecuación vuelve a aparecer la altura neta, que puede ponerse en función del diámetro del chorro haciendo uso de las expresiones anteriores, como sigue:

$$H_n = H_b - \lambda \frac{L}{D_0} \eta_{h,i} H_n \frac{D_1^4}{D_0^4} , \tag{12.32}$$

de modo que

$$H_n = \frac{H_b}{\left(1+\lambda \dfrac{L}{D_0}\eta_{h,i}\dfrac{D_1^4}{D_0^4}\right)}, \tag{12.33}$$

expresión que puede sustituirse en la (12.31), para hacer después

$$\mathrm{d}W_T / \mathrm{d}D_1 = 0. \tag{12.34}$$

Lógicamente, en esta derivación deben considerarse constantes los rendimientos que intervienen, así como λ, L, D_0 y H_b. Puede comprobarse que el diámetro del chorro que consigue el máximo de potencia es

$$D_1 = \left(\frac{D_0^5}{2\lambda L \eta_{h,i}}\right)^{1/4}, \tag{12.35}$$

y sustituyendo esta expresión en la Ecuación (12.23), la altura neta correspondiente es

$$H_n = \frac{2}{3} H_b. \tag{12.36}$$

12.6.3 Regulación y curvas características de las turbinas Pelton

La función de los álabes del distribuidor de las turbinas de reacción, la realiza aquí la aguja del inyector que se desplaza dentro de la tobera convergente del mismo para regular el área de salida y por tanto el caudal (véase la Figura 12.17), aunque la altura y por ello la velocidad de salida permanezcan constantes. De alguna manera, puesto que la turbina aprovecha la energía cinética del agua, interesa aumentar o disminuir el caudal, manteniendo aproximadamente constante la velocidad del chorro en el inyector. La variable que indica la posición de la aguja se denominará x.

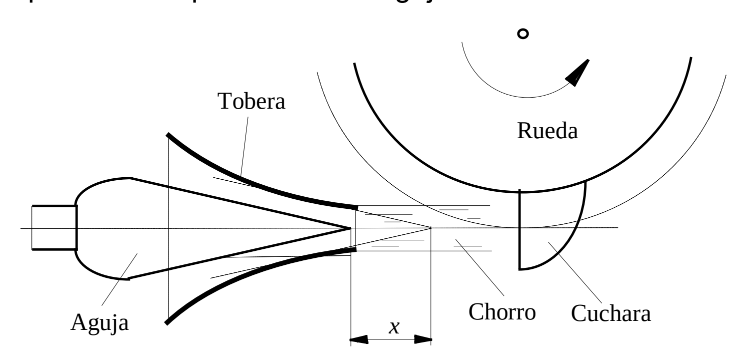


Figura 12.17: Esquema de la válvula de aguja de regulación del inyector en una turbina Pelton. La posición relativa de la aguja respecto de la tobera se mide con la coordenada x.

Puede considerarse que el caudal resulta constante e independiente del régimen de giro. Para cada valor de x, se obtendrá en una gráfica $Q = f(\Omega)$ como la de la Figura 9.11b) una recta horizontal a distinto nivel, siendo éste función de la posición de la aguja del inyector.

La potencia y el rendimiento tendrán la forma cercana a una parábola invertida anulándose cuando la velocidad periférica de la rueda u, sea igual a la del chorro (esta será la velocidad de embalamiento[46]). La posición de la aguja x dará curvas de distinto máximo, pero con los mismos puntos de corte con el eje (Figura 12.18).

[46] Uno de los dispositivos característicos de una turbina Pelton es el contrachorro, o chorro dirigido en sentido contrario al del inyector, para parar la turbina en caso de embalamiento, o también para el caso de paradas programadas.

La potencia útil puede ponerse como sigue:

$$W_u = \rho g H_u Q = \rho u(v_1 - u)(1 + [1-\zeta]^{1/2} \cos \beta_2) A(x) v_1, \qquad (12.37)$$

donde $A(x)$ es la sección del chorro, función de la abertura del inyector. De esta ecuación, dividiendo por v_1, se puede obtener la forma de variar el coeficiente de potencia en función del de velocidad, pues

$$\frac{W_u}{\rho D^2 (2gH_1)^{3/2}} = \frac{u}{v_1}\left(1 - \frac{u}{v_1}\right)(1 + [1-\zeta]^{1/2} \cos \beta_2)\frac{A(x)}{D^2}, \qquad (12.38)$$

y prescindiendo de los rendimientos y de las constantes, se puede deducir que la curva de la potencia será del tipo (Figura 12.19),

$$\frac{W}{\rho D^2 (gH)^{3/2}} \propto \frac{\Omega D}{(gH)^{1/2}}\left(1 - \frac{\Omega D}{(gH)^{1/2}}\right) a(x), \qquad (12.39)$$

siendo $a(x)$ la abertura adimensional del inyector,

$$a(x) = \frac{A(x)}{D^2}, \qquad (12.40)$$

parámetro válido para todas las turbinas de diseño semejante.

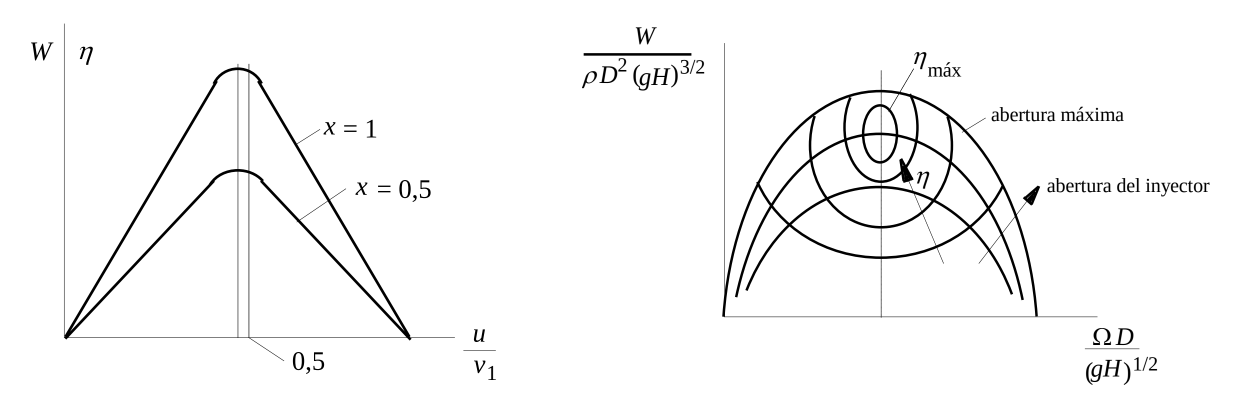


Figura 12.18: Curva de potencia en función de la velocidad de giro para varias posiciones de la aguja del inyector en una turbina Pelton.

Figura 12.19: Curva de potencia y rendimiento en función de la velocidad de giro y de la posición de la aguja del inyector en una turbina Pelton.

12.6.4 Estudio particular de las turbinas Turgo

La turbina Turgo es una turbina de *acción o impulso* en la que el agua impacta con la rueda con una importante componente *axial.* Así pues, si en una turbina tipo Pelton el agua impacta tangencialmente sobre los álabes o cucharas, en una Turgo el inyector debe estar situado en un plano perpendicular al plano meridiano del rodete para que el agua choque contra los álabes con una cierta componente axial (véase la Figura 12.20).

La *velocidad específica* tiene valores comprendidos entre los correspondientes a las turbinas Pelton y a las turbinas Francis. Puede establecerse entonces un rango característico de velocidades específicas Ω_S entre 0,02 y 0,7 aproximadamente.

En cuanto a la *eficiencia*, la curva de respuesta en rendimiento es bastante plana a partir aproximadamente de un 20 % de caudal con respecto al caudal nominal. Esto quiere decir que el rendimiento se mantiene estable con importantes variaciones de caudal. El valor del rendimiento máximo es inferior al que se puede alcanzar por ejemplo con una turbina

Francis, para condiciones parecidas, pero en cualquier caso es posible alcanzar valores en torno al 80 % o incluso superior.

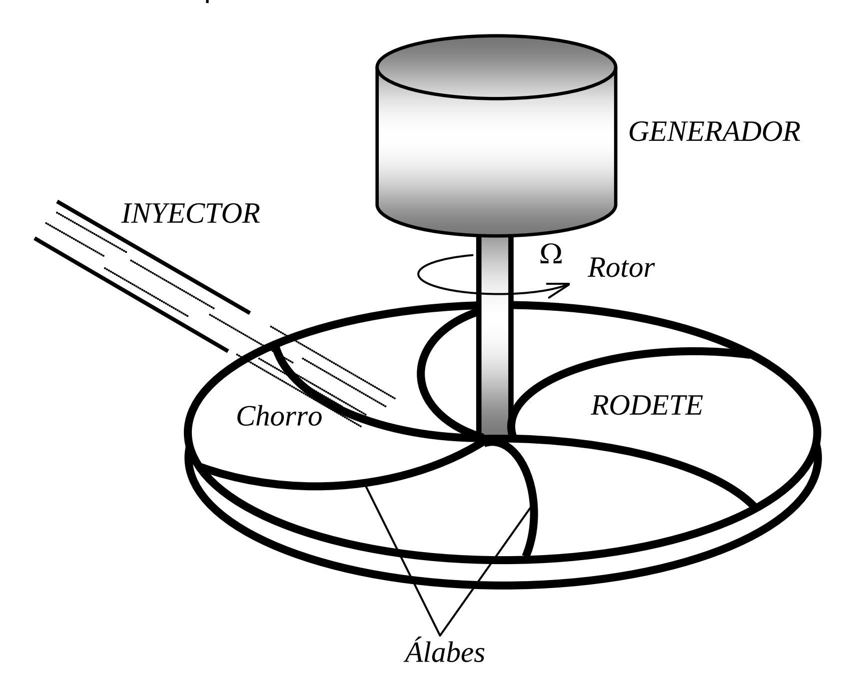


Figura 12.20: Esquema básico de componentes de una turbina Turgo.

Entre las *ventajas específicas* que aconsejan la instalación de una turbina Turgo, puede citarse por un lado la facilidad de instalación (puede ser incluso más sencilla que la de una turbina Pelton), y por el otro la posibilidad de trabajar con amplios rangos de caudales. Efectivamente, según se acaba de indicar, una turbina Turgo puede trabajar con más del doble de caudal que una turbina Pelton para condiciones semejantes. Dicho de otro modo, para un mismo umbral de potencia, el diámetro de una rueda Turgo puede ser menos de la mitad que el de una rueda Pelton. Como *inconveniente* principal, puede indicarse que para conseguir grandes potencias, los esfuerzos que deben soportar los cojinetes de la rueda en dirección axial crecen de forma importante, de manera que el funcionamiento mecánico del sistema puede ser más irregular.

TURBINAS TURGO: SISTEMA INYECTOR

El inyector de una turbina Turgo es similar al de una Pelton. La válvula de aguja del inyector puede avanzar más o menos dentro de la tobera del inyector, dando lugar a diferentes caudales de funcionamiento, pero intentando mantener la energía cinética del chorro, que al fin y al cabo es la energía disponible en la turbina, como ocurría con las Pelton. La velocidad de salida del chorro es v_1, y el ángulo α_1 de incidencia con respecto del plano de la rueda suele estar comprendido entre 20 y 25º. Lo habitual es disponer únicamente un inyector, aunque en turbinas de potencia elevada pueden disponerse dos o cuatro inyectores, uniformemente repartidos. Lo habitual es que el chorro generado impacte de forma simultánea sobre tres álabes del rodete, en contraposición a las Pelton, en las que el chorro debería impactar únicamente sobre una cuchara en cada instante. De esta manera, se consiguen turbinar en el caso de las Turgo caudales mayores, sin que las recirculaciones y flujos de interferencia entre los álabes lleguen a ser demasiado desfavorables.

TURBINAS TURGO: RODETE

Como se ha indicado anteriormente, la aplicación de la Ecuación de Euler a través del rodete (Figura 12.21) conduce al rendimiento hidráulico del álabe o de la rueda, que adopta la expresión genérica ya escrita en la Ecuación (12.12),

$$\eta_{h,alabe} = 2\frac{u}{v_1}\left[\cos\alpha_1 - \frac{u}{v_1}\right]\left(1-\sqrt{1-\zeta}\,\frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}\right). \qquad (12.41)$$

Los álabes que forman el rodete Turgo recuerdan a media cuchara de los álabes típicos de una rueda Pelton. La geometría de los álabes entonces puede seguir una forma *elipsoidal*, aunque también se han aplicado otras formas, tales como *curvas de Bezier*, o la curva *clotoide o espiral de Cornú*. Esta última es una curva cuyo radio de curvatura R_c disminuye de manera inversamente proporcional a la distancia s recorrida sobre ella, es decir, seguiría una expresión matemática

$$R_c\, s = cte^2\,, \qquad (12.42)$$

teniendo entonces la propiedad de que la aceleración de una partícula fluida que siga esta curvatura es constante.

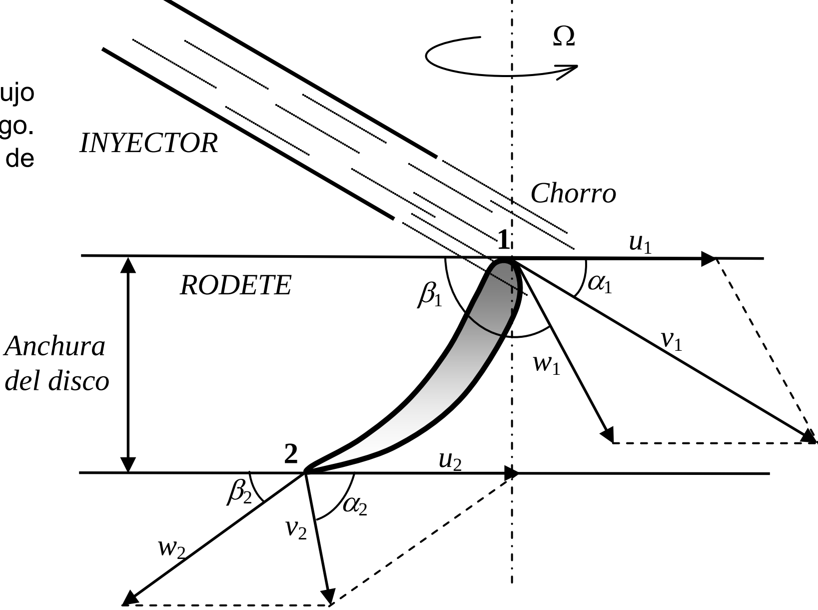


Figura 12:21: Estudio del flujo a través de un rodete Turgo. Triángulos de velocidades de entrada y de salida.

12.6.5 Estudio particular de las turbinas Banki-Mitchell

La turbina Banki-Mitchell es en realidad una turbina de acción de flujo cruzado. También recibe el nombre de turbina Ossberger. Puede clasificarse como de flujo radial centrípeta-centrífuga, por el modo en el que el fluido atraviesa el rodete. Aunque en la parte de la admisión el agua puede llegar a presurizarse, la mayor parte de la energía intercambiada es en forma cinética, de modo que su grado de reacción es muy bajo y puede considerarse como una turbina de acción. El rodete o rueda está formado por dos discos, uno exterior y otro interior, entre los que se disponen los álabes; su morfología recuerda a un tambor cilíndrico, sobre el que flujo incide lateralmente (Figura 12.22). Estos suelen tener un trazado sencillo, arcos de círculo. En la primera etapa, el agua ataca el rodete de forma centrípeta, y en la segunda etapa, lo atraviesa de forma centrífuga. La descarga es libre, a presión

atmosférica. La mayor parte de potencia se intercambia en la primera etapa (en torno a 75 %), mientras que en la segunda etapa se libra el resto (25 %).

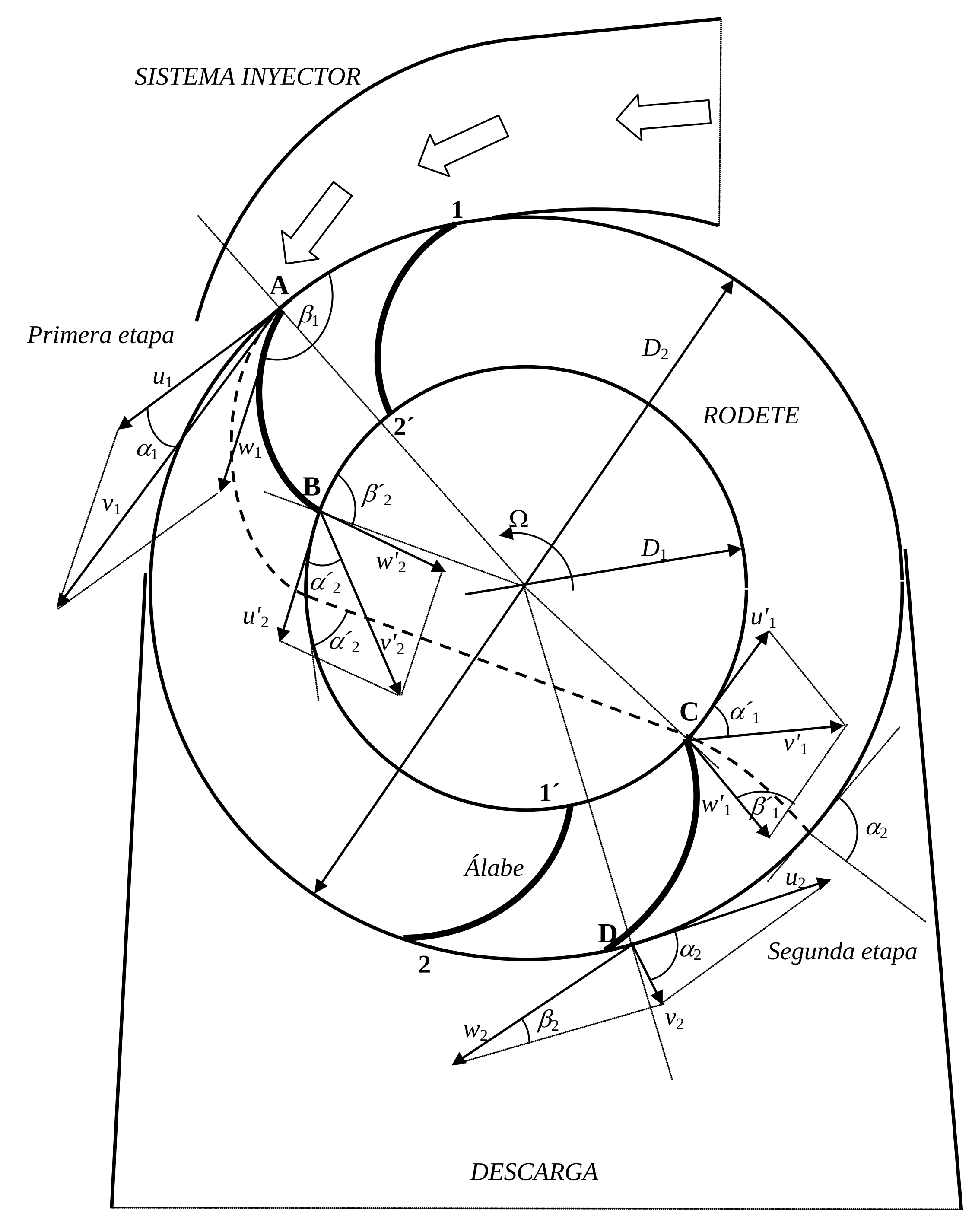


Figura 12.22. Esquema general de componentes en una turbina Banki-Mitchell. Estudio del flujo a través de la rueda, y triángulos de velocidades.

El rango de aplicación de las turbinas Banki-Mitchell es amplio. Ocupa un lugar intermedio entre las aplicaciones de las turbinas Pelton rápidas, y las turbinas Francis lentas, con *velocidades específicas* comprendidas en el rango 0,25–1,5 aproximadamente. Las aplicaciones tradicionales de este tipo de turbinas han sido para la energía minihidráulica; actualmente su rango de empleo se está ensanchando, y pueden

encontrarse situaciones con alturas entre 1,5 y 200 m, caudales entre 0,2 y 10 m^3/s, y potencias obtenidas de hasta 2 MW.

Entre las *ventajas* de las turbinas de flujo cruzado, podemos citar por un lado que su instalación es probablemente la más sencilla de todos los tipos estudiados hasta el momento. La turbina Banki-Mitchell es la turbina de las zonas agrarias, en las que la instalación debe ser rápida y sencilla, y el mantenimiento mínimo. Por otro lado, se trata de una máquina cuyo diámetro no depende directamente del caudal o de la velocidad específica, puesto que la anchura o envergadura del cilindro del rodete puede elegirse a conveniencia en función del caudal o de la potencia a intercambiar, con lo que el diámetro del rodete puede mantenerse reducido.

En cuanto a los *rendimientos*, puede indicarse que al igual que ocurría con las turbinas Turgo, la curva de eficiencia es bastante plana, de manera que el rendimiento se mantiene muy constante para un amplio rango de caudales de funcionamiento (prácticamente desde solo el 10 % del caudal nominal). Sin embargo, no suelen alcanzar rendimientos superiores al 65–70 %, aunque en algunas máquinas especiales se han conseguido rendimientos de hasta el 85 %.

TURBINAS BANKI-MITCHELL: SISTEMA INYECTOR

Como puede verse en la Figura 12.22, el sistema inyector se encarga de conducir de forma apropiada el agua hacia la periferia de la rueda. Este conducto puede incorporar en ocasiones paletas directrices. La admisión de la turbina suele ser parcial, normalmente entre 1/3 y 1/4 de la circunferencia exterior de la rueda. De este modo, el chorro impacta sobre varios álabes de forma simultánea. Como en el caso de las turbinas Turgo, interesa que el ángulo de ataque del chorro en el inyector α_1 sea mínimo, pero los valores habituales de diseño oscilan entre 16º y 24º. El ángulo del álabe en la entrada β_1 se puede tomar en torno a 150º (el valor óptimo sería 180º).

TURBINAS BANKI-MITCHELL: RODETE

Para estudiar el comportamiento del flujo a través de la rueda, puede suponerse que una partícula fluida que entra por el punto A de la Figura 12.22 (entrada del rodete 1) con un ángulo de ataque α_1, sale por el punto D (salida del rodete 2) con un ángulo de salida α_2, de manera que $\beta_1 = 180º - \beta_2$. Evidentemente, en un caso real existen interferencias entre las trayectorias fluidas que salen de los álabes de la primera etapa, de modo que esta situación ideal no se cumplirá, y la trayectoria dibujada con línea discontinua en la Figura 12.22 será diferente. Sin embargo, con estas hipótesis, y suponiendo que los puntos B (salida de la primera etapa, 2’) y C (entrada de la segunda etapa, 1’), están ligados por las relaciones

$$\alpha_1' = \alpha_2'; \quad \beta_1' = \beta_2'; \quad \beta_1 = 180º - \beta_2, \tag{12.43}$$

es posible simular con suficiente aproximación las dos etapas del flujo del fluido. Como se ha indicado en el caso de las turbinas Turgo, la aplicación de la Ecuación de Euler a través del rodete conduce al rendimiento hidráulico del álabe o de la rueda, que adopta su expresión genérica (12.12).

La relación entre los diámetros exterior e interior de la rueda se recomienda $D_2/D_1 = 1{,}5$; en cuanto al diámetro exterior del rodete, se han empleado tradicionalmente rodetes de tamaño reducido, desde 0,2 m para velocidades específicas bajas hasta 0,5 m para velocidades específicas altas. Sin embargo, hoy en día se construyen rodetes por encima de 1 m de diámetro. El número de álabes suele oscilar entre 22 y 28.

Bibliografía consultada

Agüera Soriano, J., *Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas*, 5º ed., Ciencia, Madrid, 2002.

Comolet, R., *Mécanique expérimentale des fluides*, Tomo 3, Masson, Paris, 1963.

Henry, P., *Turbomachines hydrauliques*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1992.

Hernández Krahe, J.M., *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, UNED, Madrid, 1976.

Mataix, C., *Turbomáquinas hidráulicas*, 2ª ed., ICAI-ICADE, Madrid, 2009.

Mockmore, C.A., y Merryfield, F., *The Banki Water Turbine*, Bulletin Series No. 25, Oregon State System of Higher Education, Corvallis (USA), 1949.

Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.

Potter, M.C., y Wiggert, D.C., *Mechanics of fluids*, Prentice-Hall, 1991.

Radha Krishna, H.C., Ed., *Hydraulic Design of Hydraulic Machinery*, Avebury, 1997.

Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.

Thake, J., *The micro-hydro Pelton turbine manual*, Practical Action Publishing, Warwickshire (UK), 2000.

White, F.M., *Mecánica de fluidos*, McGraw Hill, 1983.

13. CENTRALES HIDROELÉCTRICAS (I). INSTALACIONES HIDRÁULICAS

13.1 Introducción

Una central hidroeléctrica convierte la energía hidráulica de tipo potencial almacenada en un embalse en electricidad, mediante una turbina hidráulica y un generador eléctrico acoplado al eje de la turbina. En este tipo de centrales es donde las turbinas tienen su principal aplicación, constituyendo una de las fuentes de producción de energía más extendidas actualmente. Las ventajas de la energía hidráulica son numerosas y conocidas. Es una de las principales fuentes de energía de tipo renovable, como se explicó en el Capítulo 1. En los últimos tiempos, se ha orientado hacia la llamada “energía minihidráulica”, cuando se trata de aprovechar saltos pequeños (potencias extraídas inferiores a 10.000 kW), e incluso microhidráulica (potencias del orden de kilowatios).

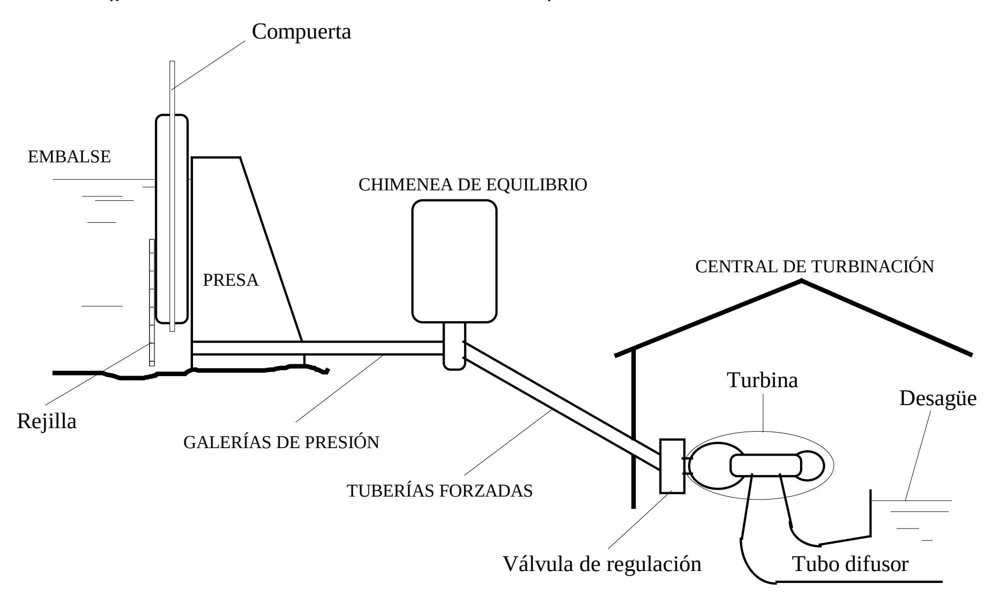


Figura 13.1: Disposición típica de los distintos elementos hidráulicos presentes en una central hidroeléctrica clásica.

En la Figura 13.1 se muestra la disposición típica de los distintos elementos hidráulicos presentes en una central hidroeléctrica clásica. El agua se almacena en el *embalse* mediante la interposición de una *presa*. En la zona de *toma de agua* (que puede estar en la misma presa o en un lateral del embalse) se dispone una *compuerta* y una *rejilla* para evitar la entrada de elementos sólidos en la galería de presión. La *galería de presión* se distingue

de la *tubería forzada* en la pendiente. La pendiente de la tubería forzada es mayor, aunque todo el sistema de tuberías que conduce el agua a la turbina puede llamarse simplemente tubería forzada. Pueden existir o no dispositivos de amortiguación del golpe de ariete (como la *chimenea de equilibrio*). En cualquier caso, se necesita una *válvula de regulación* antes de la entrada en la turbina (esta válvula normalmente incorpora un dispositivo propio de amortiguación de sobrepresiones). Las turbinas (puede existir una, o varias en paralelo), junto con el sistema de generación eléctrica y el *tubo de descarga* (o *tubo difusor* o de *aspiración*), se encuentran en la *central de turbinado*, o *casa de máquinas*.

En este capítulo se efectúa una descripción general de los elementos que componen normalmente este tipo de centrales, tales como las presas, las tuberías forzadas, o las chimeneas de equilibrio. Se describe a grandes rasgos cómo es su funcionamiento, y se hace una introducción además al estudio de los transitorios que pueden tener lugar, haciendo especial énfasis en el cálculo del golpe de ariete. Se ha dejado para el siguiente capítulo la descripción de algunas centrales particulares, así como la regulación de ríos y de las propias centrales.

13.2 Clasificación y descripción general de centrales, presas y embalses

13.2.1 Centrales hidroeléctricas

El flujo del agua producido por desniveles naturales o artificiales ha sido utilizado desde antiguo para producir energía mecánica por medio de ruedas de paletas y de cajones que, aunque eran artefactos rudimentarios, tenían adecuadas aplicaciones, entre otras, para elevar agua de riego o para mover molinos. Actualmente, el aprovechamiento de la energía hidráulica disponible en los saltos de agua mediante turbinas en las centrales hidroeléctricas constituye un importante recurso para la producción de energía eléctrica.

Son varias las CLASIFICACIONES que pueden hacerse de las centrales hidroeléctricas. Por ejemplo, en cuanto a sus *características técnicas*, el tipo de turbina condiciona el diseño de la central, por lo que en ocasiones se habla de Central Francis, Pelton, Kaplan, …

En cuando al *asentamiento y morfología* de la central, pueden distinguirse entre centrales de agua fluente, de agua embalsada, o integradas en redes de agua. A su vez, pueden distinguirse subtipos en función de su *misión* o *modo de funcionamiento* principal (de regulación, de acumulación por bombeo, …).

En cuanto a la *energía intercambiada*, un cierto umbral de energía o potencia puede dar lugar a otras denominaciones: Central Minihidráulica (potencia instalada inferior a 10 MW), Central Hidráulica Convencional (potencia superior a 10 MW). Sin embargo, lo más habitual es clasificar en este caso a las centrales por la *altura del salto* que se está aprovechando.

De modo resumido, se tratan algo más en detalle algunas de estas tipologías. En primer lugar, con respecto a su ASENTAMIENTO y MORFOLOGÍA, pueden distinguirse los siguientes tipos:

- *Centrales de agua fluente*, en las que el agua llega por el cauce normal de un río, no existiendo por tanto almacenamiento de agua. También se denominan de agua corriente o de agua fluyente. No cuentan prácticamente con reserva de agua, oscilando el caudal suministrado en función del caudal que lleva el río. Si la central se dispone sobre un curso artificial, desviado del río, se denominan *centrales en derivación*.
- *Centrales de agua embalsada*, en las que el agua llega convenientemente regulada desde un lago, o un pantano artificial (embalse) conseguido mediante la construcción de una presa. El embalse almacena los caudales de los ríos afluentes. El agua embalsada se utiliza, según demanda, a través de conductos que la encauzan hacia las turbinas. La

disposición habitual de la turbina es lo más cercana posible a la base de la presa; en este caso, se llaman *centrales a pie de presa*. Dentro de las centrales de agua embalsada, pueden distinguirse los siguientes tipos:

- *Centrales de regulación*, que tienen capacidad para acopiar grandes volúmenes de agua en el embalse. Prestan un gran servicio en situaciones de bajos caudales, regulándose éstos convenientemente para la producción. Se adaptan muy bien para cubrir las horas punta de consumo.
- *Centrales de bombeo*, o *centrales de acumulación por bombeo*. Estas centrales acumulan volúmenes de agua mediante bombeo, por lo que su funcionamiento puede compararse a un "acumulador" de energía potencial. A menudo, estas centrales cuentan con una máquina reversible, que es capaz de funcionar como bomba y como turbina. Se describirán más en detalle en el Capítulo 14.

- C*entrales integradas en redes de agua*. Son normalmente centrales de tamaño reducido, y están tomando especial relevancia en el mundo de la energía minihidráulica. Pueden instalarse en los sistemas de alimentación de agua potable, en los sistemas de depuración de aguas residuales, o en los canales de irrigación (riego). En el caso de los sistemas de reparto de agua potable, por ejemplo, la turbina se interpone entre el depósito y la instalación de tratamiento previa al abastecimiento de agua. De esta manera, la necesaria reducción de presión que se efectuaba mediante válvulas de regulación, la realiza ahora la turbina, consiguiendo de este modo una energía aprovechable.

En relación con la ALTURA DEL SALTO de agua existente, a modo orientativo, se tienen las siguientes:

- *Centrales de alta presión*. Aprovechan saltos superiores a los 200 m, siendo los caudales relativamente pequeños (alrededor de los 20 m^3/s por máquina). Se utilizan turbinas tipos Pelton y Francis, que reciben el agua normalmente a través de conducciones de gran longitud. Para saltos muy grandes, por encima de los 400 m, se utilizan principalmente turbinas Pelton.
- *Centrales de media presión*. Aprovechan saltos entre 20 y 200 m aproximadamente, desaguando caudales de hasta 200 m^3/s por turbina. Las turbinas utilizadas son preferentemente de tipos Francis y Kaplan. Para saltos altos dentro de este rango, suelen utilizarse turbinas Francis.
- *Centrales de baja presión*. El salto hidráulico es inferior a los 20 m, siendo los caudales por máquina de hasta 300 m^3/s. Para estas alturas y caudales, son recomendadas sobre todo las turbinas Kaplan (si el salto es muy pequeño, se utilizan casi exclusivamente las turbinas tubulares o de bulbo), aunque también se montan las de tipo Francis. Pueden alcanzarse caudales aún mayores (hasta 500 m^3/s), utilizándose en este caso turbinas Kaplan.

A continuación, se describirán brevemente algunos de los elementos característicos de una central hidroeléctrica, como el embalse o la presa. Obviamente, el elemento principal de una central, la turbina, ya ha sido suficientemente estudiado en los temas anteriores.

13.2.2 Embalses

Un embalse resulta de almacenar todas las aguas que afluyen del territorio sobre el que está enclavado, identificado como *cuenca vertiente*. La función del embalse consiste en encauzar el agua para una adecuada utilización según las necesidades. En un embalse es preciso distinguir entre la capacidad útil, o cantidad de agua embalsada por encima de la entrada de agua hacia la central, y capacidad total, o totalidad del agua embalsada, es decir, la útil más

la no utilizable (véase la Figura 13.2). Para retener el agua en el embalse, es preciso construir al menos una presa, que caracteriza al embalse.

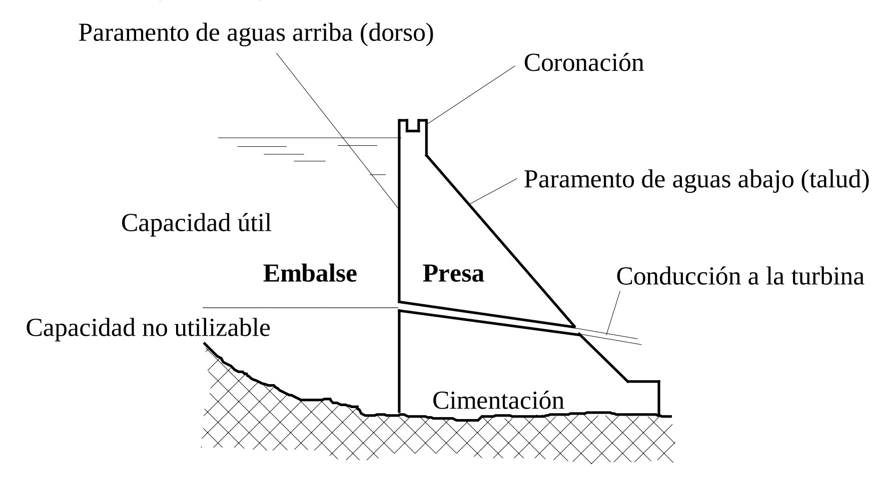


Figura 13.2: Descripción de las zonas estructurales de una presa.

13.2.3 Presas

Presa es toda estructura que actúa como barrera, interrumpiendo la libre circulación del agua a través de sus cauces normales, dependiendo su configuración de la orografía del lugar de asentamiento. Se construyen con dos fines principales:

- Obtener una elevación del nivel del agua, para formar un salto.
- Crear un depósito, de grandes dimensiones, para almacenar el agua y regular la utilización de la misma.

Una de las principales aplicaciones de las presas es la producción de energía eléctrica, si bien se utilizan para otras funciones, que no son menos importantes, como para el abastecimiento de agua a las poblaciones, o la regulación de avenidas.

En las presas, que se denominan *azudes* cuando son de pequeño tamaño, se distinguen las siguientes zonas estructurales:

- *Cimentación*, que es la base sobre la que descansa la mayor parte de la presa, y que también se denomina *fundamento*.
- *Estribos*, también llamados *apoyos laterales*, y que son las zonas extremas de la presa que realizan el cierre, incrustándose en el terreno de las orillas.
- *Coronación*, o parte superior. A menudo se construye una carretera o una vía de acceso sobre ella.
- *Paramentos*, superficies de la presa, que reciben el nombre de *dorso* (superficie que recibe a la corriente) y *talud* (superficie opuesta a la anterior).

Existe una amplia clasificación de presas, basada en la aplicación de las mismas, en los materiales utilizados en su construcción, y en la forma adoptada. Se citarán a continuación las más significativas. En cuanto a la APLICACIÓN DE LA PRESA, pueden distinguirse los siguientes tipos:

- *Presas de derivación.* Además de conseguir un salto de agua, derivan o desvían los caudales hacia la central.
- *Presas de embalse*. Destinadas principalmente al almacenamiento de agua (además, obtienen un salto hidráulico).

Respecto de los MATERIALES UTILIZADOS EN SU CONSTRUCCIÓN, se tienen

- *Presas de materiales sueltos.* Denominadas también presas de tierra o de escollera. Se realizan sobre terreno con suficiente grado de impenetrabilidad al agua, situando una pantalla impermeable en el paramento aguas arriba, o bien formando un núcleo central, y completándose la estructura con un relleno suficientemente compactado de tierra, piedras, capas de escollera, etc.
- *Presas de hormigón*.

En cuanto a la CONFIGURACIÓN DE LA PRESA, se tienen los tipos siguientes:

- *Presas de gravedad*. En ellas, las acciones de vuelco y deslizamiento sobre los cimientos debidas al empuje del agua son contrarrestadas por el propio peso de la presa. El perfil suele tener forma triangular o trapezoidal.
- *Presas de contrafuertes*. Son similares a las de gravedad, pero su perfil no se mantiene constante, puesto que existen una serie de contrafuertes verticales a lo largo de la presa. Con este tipo de presas se economizan materiales, ya que entre los vanos formados por los contrafuertes, la sección transversal de la presa es considerablemente menor, razón por la que se les conoce como *presas aligeradas*.
- *Presas de arco*. La presa tiene una curvatura significativa en dirección horizontal; la parte convexa recibe la mayor parte del empuje horizontal. Se conocen también como *presas de simple curvatura*. Su sección transversal suele ser prácticamente rectangular.
- *Presas de bóveda*. También se conocen como *presas de doble curvatura*, puesto que tienen una doble curvatura en direcciones vertical y horizontal.
- *Presas de arco-gravedad*, que reúnen las características de las presas de arco y de las presas de gravedad.
- *Presas de arcos múltiples*, similares a las presas de contrafuertes, y construidas a base de sucesivas bóvedas.

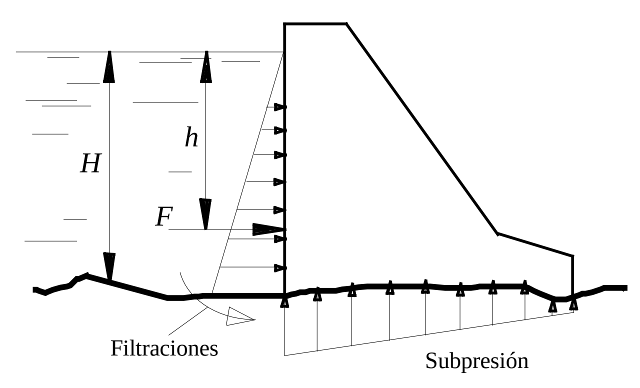


Figura 13.3: Empuje hidrostático y esquema de las filtraciones que dan lugar al efecto de la subpresión en una presa.

En el CÁLCULO ESTÁTICO DE LAS PRESAS DE GRAVEDAD, es preciso considerar por un lado las fuerzas que producen un momento de vuelco, y por otro, las fuerzas que producen un momento estabilizador. Entre las fuerzas que producen un momento de vuelco, la más importante es el empuje hidrostático (Figura 13.3); si b es la envergadura de la presa (su longitud en dirección perpendicular al papel), el empuje puede ponerse

$$\frac{F}{b} = \rho g \frac{H^2}{2}, \tag{13.1}$$

estando situado el punto de aplicación a una distancia de la superficie libre

$$h = \frac{2}{3} H. \tag{13.2}$$

La *subpresión* es el empuje en dirección vertical (hacia arriba) que aparece como consecuencia de las filtraciones de agua por debajo de la presa. Hasta entrado el siglo XX,

se desconocían los efectos de la subpresión; a partir del estudio de las roturas de presas que se producían por este motivo, se han desarrollado algunos métodos para el cálculo de este empuje desestabilizador. Para evitar las filtraciones, a menudo se construyen túneles de drenaje, o se inyecta cemento líquido para crear una pantalla impermeabilizante.

Otras fuerzas desestabilizadoras son los empujes por capas de hielo, oleaje o sedimentos en el paramento aguas arriba, los temblores sísmicos, la depresión que se produce en la lámina vertiente (si existe) sobre la coronación, o la fuerza de rozamiento de esta lámina sobre el paramento aguas abajo.

Entre las fuerzas que producen un momento estabilizador, pueden citarse el peso del muro, el peso del fluido sobre el paramento aguas arriba (si este tiene inclinación), el peso de la lámina vertiente sobre la coronación, la cohesión del material, el empuje hidrostático del nivel aguas abajo, y el peso del fluido sobre el paramento aguas abajo.

13.2.4 Aliviaderos

Los aliviaderos son elementos de seguridad, previstos para evacuar la cantidad de agua que sobrepasa la capacidad del embalse, de modo que la presa quede protegida contra la erosión y el arrastre, especialmente en zonas tan vulnerables como la cimentación, los estribos y la coronación. Los aliviaderos de superficie se construyen normalmente en la coronación de la presa. Los túneles aliviaderos son conductos enterrados, que parten desde el interior del embalse, y desaguan en algún punto aguas abajo. Los aliviaderos de emergencia se construyen directamente en la presa, cerca de la coronación de la misma, por encima de los aliviaderos de superficie.

Otros elementos propios de las presas son los *desagües de fondo y medio fondo*, llamados también desagües del embalse, mediante los que se controla y regula la salida del agua; las *rejillas*, formadas por barras de acero o de hormigón armado, que impiden el paso de brozas y cuerpos extraños en suspensión, en las zonas de entrada del agua; las *galerías de inspección*, para la inspección del estado de la estructura interior de la presa, y para el acceso a los equipos instalados en el interior de la presa; o la *escala de peces*, consistente en un canal abierto situado en uno de los márgenes de la presa, necesario para conservar la riqueza piscícola de los ríos.

13.3 Instalaciones hidráulicas de alimentación de las turbinas

13.3.1 Conducciones de agua

El suministro de agua desde el embalse a la turbina puede hacerse mediante distintos procedimientos, como por ejemplo los siguientes:

- Directamente, mediante *tuberías forzadas* que parten de las *tomas de agua* situadas generalmente en la zona de la presa.
- A través de canales o túneles abiertos, que conectados en puntos de la presa, o en las laderas del embalse, desembocan en un depósito de carga, llamado también depósito de extremidad, del que derivan las tuberías forzadas.
- Mediante dos tramos distintos, en el caso de largas distancias entre el embalse y la central. El primer tramo está constituido por una o varias galerías, adaptadas a la topografía del terreno, llamadas galerías de presión, que parten de las tomas. El segundo tramo está formado por una o varias tuberías forzadas.

De lo expuesto, se deduce que la central puede encontrarse muy cerca de la presa (si es así, se denomina *central a pie de presa*), o por el contrario estar alejada de la misma (por ejemplo, una *central en derivación* sobre un canal creado artificialmente después de una represa). Se destacan a continuación algunas características de los elementos que se han citado más arriba. Las tomas de agua captan el agua necesaria para el funcionamiento de

las turbinas; las aperturas por donde entra el agua están protegidas por rejillas, que pueden ser de distintos tipos constructivos. Las *torres de toma* son estructuras destinadas a tomar el agua de alimentación, cuando por algún motivo la toma quiere hacerse en el interior del agua embalsada, o hacia un lateral del embalse, lejos de la presa. En las mismas suelen instalarse todos los equipos necesarios para controlar el paso del agua a las turbinas. Como se ha indicado, las tuberías forzadas no parten siempre de modo directo de las tomas de agua, sino que pueden derivar de una galería, de un pozo de presión o de un colector que alimenta a dos o más tuberías forzadas.

Las *chimeneas de equilibrio*, cuyo funcionamiento se verá más adelante, tienen como misión principal reducir al máximo las consecuencias del golpe de ariete. También se denominan *cámaras de presión, tanques de equilibrio* o *depósitos de compensación*. Se instalan, principalmente, en la zona de unión de las galerías de presión con las tuberías forzadas, o bien en la zona de unión de los tubos de aspiración de las turbinas con las galerías o túneles de desagüe de las máquinas.

13.3.2 Rejillas

Las rejillas que se disponen en las tomas de agua tienen un papel relevante. Se trata de disminuir al máximo la cantidad de broza que puede entrar hacia la zona de las turbinas. Para ello, se instala una reja formada por barrotes sólidos espaciados regularmente. Los valores para el espaciamiento de los barrotes están comprendidos entre $20–30$ mm para las Pelton, $40–50$ mm para las Francis y $80–100$ mm para las Kaplan. La toma y la rejilla deben diseñarse para que la velocidad de entrada del agua en ese punto esté comprendida entre $0{,}5$ y $1{,}5$ m/s (la velocidad de entrada no puede ser demasiado grande, para no atraer las brozas del fondo del río o del embalse).

El mantenimiento de las rejillas es un factor clave. En primer lugar, deben incorporar un sistema de auto limpiado. Este consiste normalmente en un raspador que puede separarse y aproximarse a conveniencia a la rejilla, de modo que deslizándose paralelamente a la misma, consigue arrastrar las brozas depositadas y llevarlas a un canal de evacuación. Por supuesto, las rejillas deben ser desmontables, puesto que uno de los problemas fundamentales consiste en su colmatación. En este caso, es posible que requiera el desmontaje de la misma e incluso la intervención de buzos en las grandes centrales.

En cuanto a la estimación de su pérdida de carga, puede utilizarse *la fórmula de Kirschmer*,

$$\Delta H = \beta \left(\frac{t}{a} \right)^{4/3} \left(\frac{V^2}{2g} \right) \operatorname{sen} \theta \, , \tag{13.3}$$

siendo t el espesor de las barras en la dirección perpendicular al flujo, a la separación entre ellas, V la velocidad del flujo incidente, θ el ángulo de la rejilla con respecto a la horizontal, y β un factor de forma de las barras que oscila desde $2{,}42$ (barras rectangulares) a $1{,}79$ (barras circulares). Normalmente, se instalan inclinadas para facilitar su limpieza (θ en torno a 70^{o}).

13.3.3 Dispositivos de abertura, cierre y regulación del paso de agua

Se tienen principalmente dos tipos de dispositivos de regulación del paso del agua: las *compuertas* y las *válvulas*. Aunque su misión es básicamente la misma, existen algunas diferencias entre ellas.

Las COMPUERTAS son dispositivos capaces de retener, dejar paso libre, o regular el caudal de agua que llega a una apertura, sumergida o no, o que circula por una conducción abierta o cerrada. Las llamadas *compuertas para el arranque de la turbina* se utilizan para el suministro de agua a las turbinas situadas a pie de presa, y en las tomas de agua para las

tuberías forzadas que llevan el agua a las turbinas. En cualquier caso, puede efectuarse la siguiente clasificación:

– *Giratorias:*

  Segmento (Taintor). El agua se vierte por debajo.
  Sector. El agua se vierte por encima.
  Clapeta. La compuerta gira sobre un eje longitudinal para dar paso al agua.

– *Deslizantes:*

  Stoney. Deslizan verticalmente sobre un tren de rodillos.
  Vagón. Deslizan con rodillos fijos en los laterales de la compuerta
  Oruga. Deslizan con una cadena continua de rodillos en el lateral.
  Bureau. Compuerta rectangular deslizante.

Las *ataguías* merecen mención aparte, puesto que en ocasiones pueden ser consideradas también como compuertas. Normalmente, se llama así a pequeñas presas de material impermeable (en ocasiones de tierra compactada) que se utilizan para derivar o controlar el cauce de los ríos durante las construcciones hidráulicas. Así pues, son estructuras para permitir o no el paso del agua, pero son provisionales, puesto que finalmente se eliminan. En ocasiones, estas ataguías se construyen de materiales sólidos y quedan en las obras hidráulicas como compuertas de seguridad acompañando a las compuertas y válvulas de operación norma. De este modo, también pueden considerarse como reguladoras de caudal.

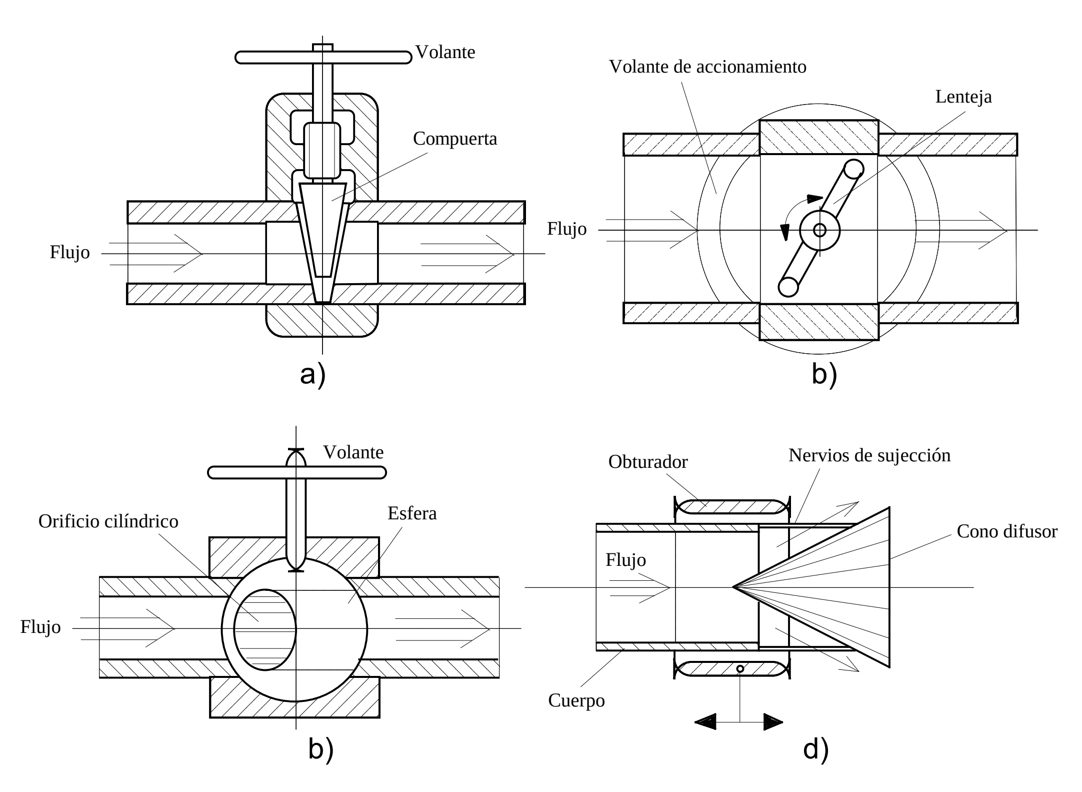


Figura 13.4: Distintos tipos de válvulas utilizados en las centrales hidroeléctricas: a) De compuerta. b) De mariposa. c) De esfera o de bola. d) De chorro hueco.

Las VÁLVULAS, a diferencia de las compuertas, se instalan siempre en conductos cerrados. Aparecen en cualquier punto de la instalación, y pueden ser de distintos tipos, siendo los más habituales los siguientes (Figura 13.4):

- *Válvulas de compuerta*, adecuadas únicamente para las operaciones de apertura y de cierre (en posiciones intermedias, dan lugar a una gran pérdida de carga).

Normalmente, incorporan un by-pass que equilibra las presiones en ambas caras de la compuerta.

- *Válvulas de mariposa*, que como las anteriores no son aptas para posiciones intermedias. La pantalla es un disco que obtura la tubería y que gira en torno a un eje diametral. En ocasiones, pueden incorporar una contrapesa para facilitar las operaciones de cierre y apertura.
- *Válvulas esféricas o de bola*, en las que el cierre se realiza mediante una esfera con un orificio pasante. A menudo se utilizan como válvulas de regulación, siendo apropiadas para las tuberías forzadas.
- *Válvulas de chorro hueco*, que deben su nombre al hecho de proyectar un chorro hueco de forma anular. Su mecanismo de funcionamiento recuerda al de un tapón. El objeto obturador (tapón) suele tener una forma cónica. Su peculiar funcionamiento les hace recomendables, por ejemplo, para los desagües de fondo.

13.3.4 Tuberías forzadas

En esta sección, se tratarán algo más en detalle a las tuberías forzadas. Como se ha dicho anteriormente, son conducciones desde la *cámara de carga* o toma de agua de la presa hasta la entrada al sistema de alimentación de las turbinas, a través de un colector general o de colectores individuales. En ocasiones, la conducción se divide en dos partes; la primera de ellas extrae el agua del embalse y la conduce hasta un determinado punto en el que la pendiente de la conducción cambia drásticamente para llevar el agua a la central de turbinación. La primera conducción se llama entonces *galería de presión*, y la segunda es propiamente la *tubería forzada*. Estas tuberías soportan elevadas presiones; se suelen diseñar con espesor variable para minimizar los costes, pudiendo hacerse un trazado aéreo o enterrado, según los casos. El material empleado puede ser acero (en este caso, se requiere un control riguroso de las soldaduras), fundición, fibrocemento, hormigón armado o plástico reforzado con fibra de vidrio. A menudo se efectúa una protección interior en las conducciones contra corrosión mediante pinturas especiales. Las tuberías forzadas siempre deben estar dotadas con dispositivos de protección contra el golpe de ariete.

CRITERIOS BÁSICOS DE DISEÑO

El criterio básico de diseño en las tuberías forzadas consiste en que el coste total, compuesto por el coste de amortización de la obra, más el coste que supone la existencia de pérdidas hidráulicas que llevan a desperdiciar parte de la potencia aprovechable, sea mínimo. La norma habitual de diseño es que la pérdida de carga a lo largo de las conducciones esté comprendida entre 2 y el 5 % de la altura bruta del salto, aunque a veces este rango puede verse ampliado incluso hasta el 10 %. La pérdida de carga puede depender fuertemente de la rugosidad; aunque tradicionalmente se han dispuesto tuberías forzadas de hormigón armado, actualmente lo habitual es montarlas de acero, que aunque pueden ser más caras, ofrecen mejores acabados de rugosidad y comportamientos mecánicos más favorables.

Las velocidades recomendadas de diseño oscilan entre 4 y 6 m/s. En ocasiones, las velocidades de funcionamiento se elevan hasta los 10 m/s, con objeto de reducir el tamaño de las tuberías, y disminuir el impacto sobre el paisaje. El número de conducciones forzadas deberá ser el mínimo posible, dependiendo del número de grupos de turbinación instalados y de la necesidad de que estos funcionen de manera independiente.

Es necesario disponer *anclajes* para la sujeción de las tuberías forzadas. Por ejemplo, en los cambios de dirección pueden aparecer empujes debido al cambio en la cantidad de movimiento del fluido; los anclajes deben ser capaces de soportar estas fuerzas, puesto que de lo contrario la instalación podría verse destruida. El cálculo de anclajes para las tuberías

forzadas debe efectuarse mediante la aplicación de la ecuación de la cantidad de movimiento al tramo de tubería que quiere sujetarse.

El *diámetro óptimo* es el que hace mínimo el coste total de la instalación. En la figura adjunta se ha representado la curva de costes en función del diámetro. Lógicamente, a medida que aumenta el diámetro, las pérdidas por rozamiento son menores, mientras que el coste de amortización de la tubería aumenta. Estos dos efectos contrapuestos llevan a que la curva de costes totales tenga un mínimo, que es el que se corresponde con el llamado diámetro óptimo o económico.

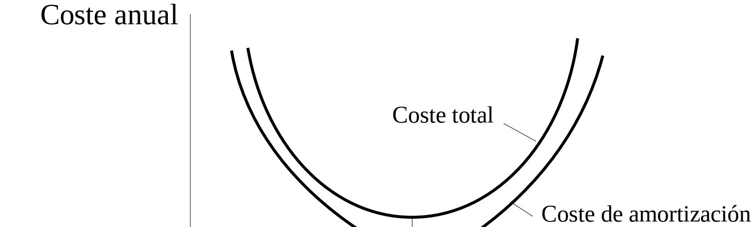


Figura 13.5: Curva de costes de la conducción forzada en función del diámetro. Concepto de diámetro óptimo.

El cálculo del diámetro económico es forzosamente iterativo y trabajoso. Existen en la bibliografía diversas fórmulas aproximadas del tipo siguiente:

$$D_{económico} = C\,Q^{a}\,H^{-b}, \qquad (13.4)$$

donde H puede tomarse como la altura bruta, y C, a y b pueden tener en cuenta distintos factores. Puede verse en el texto de Merino Azcárraga (2001) que en el caso de un bombeo, H se toma como la altura geométrica, y C = 1,26–1,43, a = 0,43 y b = 0,14. Cabe esperar que estos valores no diverjan demasiado en el caso de una tubería forzada.

13.4 Golpe de ariete

En las centrales hidroeléctricas, al producirse un cierre súbito del distribuidor de la turbina (lo que ocurre normalmente por variaciones rápidas de la demanda), o en el cierre brusco de una válvula, la variación súbita de energía cinética se traduce en sobrepresiones o depresiones que se propagan por la tubería en la que está situada la válvula. Los efectos de compresibilidad del líquido y de la elasticidad de los materiales de las tuberías son importantes cuando se producen estas variaciones bruscas de presión. Este fenómeno transitorio, conocido como *golpe de ariete*, genera sobrepresiones y depresiones elevadas que pueden dañar gravemente a las válvulas, a las mismas tuberías, o a los órganos de entrada de la turbina. En el cálculo de las tuberías y demás partes de la central, es preciso tener en cuenta el posible golpe de ariete.

13.4.1 Efectos de compresibilidad en el flujo de líquidos en tuberías

Cuando las sobrepresiones que se producen a lo largo de las tuberías son muy elevadas, es preciso abandonar la hipótesis de que el líquido tiene densidad estrictamente constante. Además, es preciso tener en cuenta los efectos de la dilatación del material que conforma la tubería. Supóngase un depósito de grandes dimensiones como el que aparece en la Figura 13.6, que se descarga a través de una tubería de sección transversal A y longitud L (puesto que se supone que $L >> A$, el flujo puede considerarse unidimensional). Se supondrá por simplicidad que el flujo del fluido es ideal. Teniendo en cuenta la compresibilidad del fluido y

la elasticidad de la tubería, el sistema de ecuaciones que resuelve el problema está formado por las ecuaciones de continuidad y de conservación de la cantidad de movimiento, que pueden ponerse como sigue:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \dfrac{\partial(\rho v A)}{\partial x} = 0, \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} + v\dfrac{\partial v}{\partial x} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} = 0, \end{cases} \tag{13.4}$$

ecuaciones a las que habrá que añadir la ley de la elasticidad del conducto $A = A(p)$ y la de compresibilidad del líquido $\rho = \rho(p)$, más las correspondientes condiciones iniciales y de contorno. El efecto de las fuerzas másicas se incluye en el sistema anterior como presión reducida en el término de presión. Se podrá obtener entonces el campo de presiones y velocidades $p(x,t)$ y $v(x,t)$.

El golpe de ariete es un caso particular del problema, que se produce por ejemplo en el caso de un *cierre instantáneo* en una válvula. Se centra por tanto la atención en este fenómeno. En esta sección y en la siguiente, se describe la solución que se obtiene de las ecuaciones de conservación, aunque no se expone la deducción de la misma, por caer fuera de los objetivos de este texto. No obstante, cabe indicar que el problema planteado, para el caso límite del golpe de ariete, tiene una solución en flujo ideal, a través del llamado *método de las características,* obteniéndose una solución sencilla que puede representarse gráficamente. Las sobrepresiones que se producen vienen dadas por $\Delta p = \rho c v_0$ (denominada solución de Allievi), siendo v_0 la velocidad inicial del fluido, y c la velocidad de propagación de las ondas de presión en el seno del líquido.

13.4.2 Velocidad de propagación de las ondas de presión

Las ondas de presión se transmiten en el seno de un fluido con una velocidad

$$a^2 = \left.\frac{\partial p}{\partial \rho}\right|_{\text{entropía constante}} = \frac{E_0}{\rho}, \tag{13.5}$$

lo que se conoce como velocidad del sonido. En el agua, teniendo en cuenta que su módulo de elasticidad es aproximadamente $E_0 = 2 \times 10^6$ KN/m^2, y su densidad $\rho = 1.000$ kg/m^3, resulta en torno a 1.400 m/s. Sin embargo, los efectos de la elasticidad de la tubería hacen disminuir esta velocidad, pudiéndose calcular entonces a través de la expresión de Joukowski,

$$c = \frac{(E_0/\rho)^{1/2}}{\left(1 + \dfrac{E_0 D}{E e}\right)^{1/2}}, \tag{13.6}$$

siendo E el módulo de elasticidad del material de la tubería, y D y e el diámetro y el espesor de la tubería, respectivamente. Como se ha indicado anteriormente, a menudo se le denomina *celeridad* a esta velocidad de propagación real, denotada ahora por c en lugar de a. La expresión anterior para el cálculo de c también se puede poner por

$$c^2 = \frac{1}{\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{\rho D}{e E}}. \tag{13.7}$$

Obsérvese que si el módulo de elasticidad de la tubería es infinito (tubería infinitamente rígida), la celeridad es igual a la velocidad del sonido. Puesto que el módulo de elasticidad del acero es del orden de 2×10^7 KN/m^2, se obtiene como valores habituales de c los comprendidos entre 600 y 1.200 m/s, inferiores en cualquier caso a la velocidad del sonido.

En el caso de que existan varios tramos de tubería, con diferentes longitudes, diámetros o espesores, se calcula la celeridad media por $c_m = \Sigma_i L_i/\Sigma_i (L_i/c_i)$.

13.4.3 Descripción del golpe de ariete

Siguiendo con el ejemplo del flujo establecido en un conducto que sale de un depósito, se supondrá que la velocidad con la que se mueve inicialmente el fluido en el conducto es v_0, y que a la salida descarga mediante un orificio de área $A_s << A$, de manera que se tiene que $v_s >> v_0$.

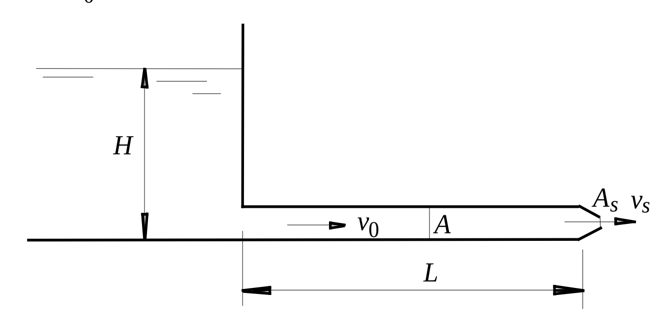


Figura 13.6: Esquema de la descarga desde un depósito para describir el fenómeno del golpe de ariete.

La velocidad en la salida es en flujo ideal

$$v_s = (2gH)^{1/2}, \qquad (13.8)$$

y puede demostrarse además que por la restricción de salida, en todo el conducto existe prácticamente la presión del fondo del depósito.

Vamos a ver a continuación qué sobrepresiones adicionales sobre la presión en el fondo del depósito crearía el golpe de ariete debido a un cierre brusco (véase el texto de Crespo, 2006). Inicialmente, al cerrar súbitamente la válvula, el fluido se queda en reposo produciéndose una onda de compresión que se propaga a la izquierda[47]. Como se ha indicado anteriormente, esta sobrepresión es $\Delta p = \rho c v_0$, siendo c la velocidad de propagación de las ondas de presión en el seno del fluido. Esta onda llega hasta el depósito, donde se refleja. La condición de reflexión es que el fluido debe quedar detrás de la onda a la presión del depósito, $\Delta p = 0$, pero como delante de la onda el fluido está con $\Delta p > 0$, la onda es ahora de expansión[48]. Cuando esta onda de expansión llega a la válvula, se refleja, siendo la condición de reflexión que el fluido quede en reposo detrás de la onda. Delante de la onda el fluido se mueve a la izquierda con $-v_0$, luego la condición de reflexión impone que la onda comunique al fluido un incremento de velocidad hacia la derecha, alejándose de la onda, por lo que la onda es de expansión y comunica una depresión al fluido dada por $\Delta p = -\rho c v_0$. Esta onda llega al depósito y se refleja, con la condición de que el fluido quede a la misma presión del depósito, $\Delta p = 0$; como la presión delante es menor, la onda debe ser de compresión, y comunica al fluido una velocidad hacia la derecha $v = v_0$. Las condiciones $\Delta p = 0$, $v = v_0$ son las que se tenían inicialmente. A partir de este momento el proceso se vuelve a repetir, y duraría infinitamente; en la práctica, los procesos disipativos que se desprecian en la teoría ideal, producirían una amortiguación de estas ondas. En la Figura 13.7 se muestra gráficamente el proceso.

[47] Una onda de compresión produce un incremento de velocidad en el sentido del movimiento de la onda.

[48] Una onda de expansión comunica al fluido un incremento de velocidad en el sentido de alejarse de ella.

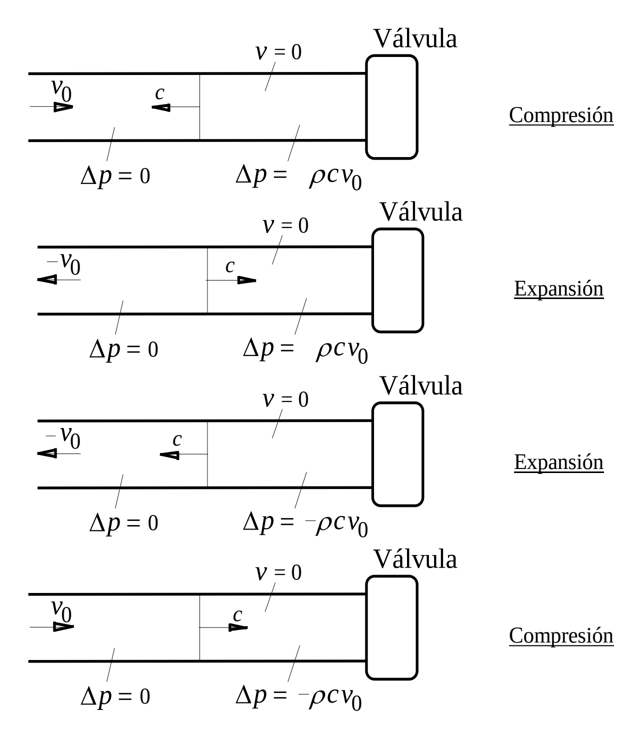


Figura 13.7: Secuencia de fases del golpe de ariete producido en una tubería desde depósito en la que se produce el cierre súbito de una válvula.

Las sobrepresiones generadas deben ser soportadas por el material de la tubería; por otro lado, si las depresiones son grandes, la presión absoluta puede bajar y llegar incluso al valor de la presión de cavitación, con lo que el agua herviría, apareciendo el fenómeno de la cavitación. En la Figura 13.8 se muestra el diagrama de sobrepresiones/depresiones junto a la válvula, en función del tiempo.

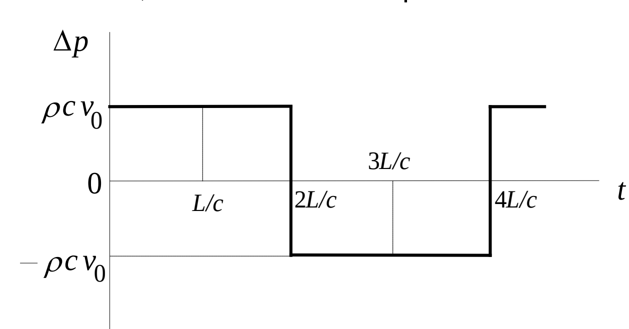


Figura 13.8: Diagrama de sobrepresiones y depresiones junto a una válvula que se cierra súbitamente.

13.4.4 Cálculo práctico del golpe de ariete en función del tipo de cierre

El cálculo práctico del golpe de ariete puede establecerse a través de la comparación de los tiempos carácterísticos del problema.

- Si el tiempo de cierre de la válvula (t_0) es mayor que el tiempo de residencia de una partícula fluida en el conducto, $t_r = L/v_0$, siendo U la velocidad media del fluido en la tubería, el término inercial es despreciable en las ecuaciones, y no se producen sobrepresiones. Este es el *cierre lento*.
- Si el tiempo de cierre es $t_0 \approx t_r$, el término inercial no es despreciable, siendo las sobrepresiones del orden de $\rho(v_0)^2$. No obstante, los efectos de compresibilidad siguen siendo despreciables. Este es el *cierre intermedio*.

- Si el tiempo de cierre es $t_r > t_0 > t_{iv}$, siendo t_{iv} el tiempo de ida y vuelta de las ondas de presión, $t_{iv} = 2L/c$, se tiene un *cierre rápido, pero no instantáneo.* La sobrepresión generada puede calcularse de modo aproximado mediante la fórmula de Michaud, suponiendo que la ley de cierre de la válvula es lineal con el tiempo,

$$\Delta p = \frac{2\rho L v_0}{t_0}. \tag{13.9}$$

Nótese que en las fórmulas de Michaud interviene el tiempo de cierre de la válvula, siendo la sobrepresión inversamente proporcional a este tiempo de cierre, y directamente proporcional a la longitud de la tubería. En la mayoría de los casos prácticos, nos encontraremos con este tipo de cierre, de modo que las fórmulas de Michaud suelen ser las más utilizadas. Si el cierre no es total, sino parcial, considerando que la velocidad en la tubería pasa desde una velocidad v_0 a otra v_1, la sobrepresión puede calcularse por

$$\Delta p = \frac{2\rho L(v_0 - v_1)}{t_0}. \tag{13.10}$$

- Si el tiempo de cierre es $t_0 < t_{iv}$ (aunque puede aceptarse que basta con que sean del mismo orden), se tiene propiamente lo que se conoce por golpe de ariete; en este caso, el *cierre es rápido e instantáneo*. Este es el tipo de cierre descrito anteriormente. La sobrepresión es

$$\Delta p = \rho c v_0, \tag{13.11}$$

si el cierre es total (expresión de Allievi), y

$$\Delta p = \rho c(v_0 - v_1), \tag{13.12}$$

en caso de cierre parcial.

DIMENSIONADO DE LA TUBERÍA

La estimación correcta de las sobrepresiones que puedan alcanzarse resulta fundamental para el dimensionado de la tubería, como se va a ver a continuación. Haciendo uso de la Resistencia de Materiales, puede comprobarse que las tensiones radial y longitudinal que se producen sobre el material de espesor e de una tubería de radio interno R son, respectivamente,

$$\tau_r = \Delta p \frac{R}{e}, \ \tau_x = \Delta p \frac{R}{2e}, \tag{13.13}$$

mientras que la dilatación radial ΔR resulta

$$\Delta R = \Delta p \frac{R^2}{eE}. \tag{13.14}$$

La tensión radial de la Ecuación (13.13) estará presente siempre, mientras que la tensión axial aparecerá en el caso de obstrucción total de la tubería. En cualquier caso, el dimensionado de la tubería debe contemplar que, en el supuesto más desfavorable, la presión a la que se encuentra sometida es:

$$\text{Presión}_{\text{diseño}} = \text{Presión}_{\text{servicio}} + \Delta p_{\text{Allievi o Michaud}}. \tag{13.15}$$

13.4.5 Golpe de ariete en bombas y en turbinas

La sobrepresión que origina el golpe de ariete no puede producirse en el arranque de una bomba, porque la presión producida por la bomba no puede exceder el valor máximo que indica su curva característica. En la parada de una bomba se ha de tener la precaución de cerrar antes la válvula de impulsión. Si esto se hace a mano, el cierre es lento, la columna de líquido que llena la tubería se decelera gradualmente, y el golpe de ariete no se produce. En caso de corte del fluido eléctrico, puede producirse el golpe de ariete, si no se dispone de algún tipo de mecanismo que cierre gradualmente la válvula de impulsión, o por ejemplo de un volante de inercia que reduzca lentamente la velocidad de giro del motor. En cualquier caso, la tubería de impulsión debe diseñarse con diámetros suficientemente grandes para que las velocidades de funcionamiento del fluido no sean excesivas (recuérdese que la sobrepresión por golpe de ariete es proporcional a la velocidad que lleva originariamente el fluido en la tubería).

En el caso de las turbinas, el golpe de ariete puede producirse por un cierre brusco del distribuidor, cuando se está funcionando a plena carga. Según la expresión de Michaud, la sobrepresión generada es tanto mayor cuanto mayor es la longitud de la tubería, y menor es el tiempo de cierre; así pues, los casos más críticos tienen lugar en las centrales de turbinación de mediana y de alta potencia, en las que las tuberías forzadas (tuberías de alimentación a las turbinas) suelen tener una mayor longitud. Para evitar el golpe de ariete en el entorno del rodete, se utiliza en las turbinas Francis el *orificio compensador* de presiones, en las turbinas Pelton la *pantalla deflectora*, para desviar el chorro del inyector, y en ambas, las *chimeneas de equilibrio* en las tuberías forzadas.

El orificio compensador es esencialmente un orificio obturado con una válvula que, cuando la turbina se queda sin carga, se abre automáticamente. Al abrirse pone en comunicación directamente la cámara espiral con el canal de salida sin pasar por el rodete. De esta manera la turbina no se embala. A fin de que no se gaste mucha agua el distribuidor se cierra, pero de una forma lenta, evitándose así el golpe de ariete.

La pantalla deflectora está permanentemente en contacto con el chorro de agua que le llega al rodete de una turbina Pelton. Cuando la turbina se queda sin carga, la pantalla desvía el chorro, evitando el embalamiento de la turbina; el golpe de ariete no se produce, porque sigue circulando el agua por el inyector y por la tubería forzada.

Las chimeneas de equilibrio se estudian más en detalle en la siguiente sección.

13.5 Chimeneas de equilibrio

En las centrales hidroeléctricas, es preciso efectuar, en general, una doble regulación de presión y de velocidad. La REGULACIÓN DE VELOCIDAD se realiza en primer lugar variando la posición de los álabes del distribuidor, actuando sobre el caudal; obviamente, no es posible mantener la velocidad de giro de la turbina constante (igual a la nominal, para alcanzar el rendimiento máximo), sin un dispositivo especial llamado *regulador automático de velocidad o gobernador*, que actúa en función de la velocidad de giro y de la carga eléctrica sobre el eje de la máquina en cada momento. La regulación de velocidad de la turbina es el principal problema de regulación del funcionamiento de una turbina en una central hidroeléctrica, y será abordado en el Capítulo 14.

En cuanto a la REGULACIÓN DE PRESIÓN, hay que tener en cuenta que en condiciones normales, las caídas de presión por apertura son controladas rápidamente, siendo menores que las sobrepresiones que se producen por cierre brusco, de modo que limitando las últimas mediante reguladores de presión, se pueden garantizar condiciones de funcionamiento correctas para el gobernador de la turbina. Sin embargo, hay circunstancias, sobre todo en conductos forzados, en los que las variaciones de presión son tan grandes, que se hace necesaria la presencia de tanques de compensación o chimeneas de equilibrio,

que ejercen una doble función: por un lado, suministran el gasto requerido por el aumento de carga; por otro, absorben la onda de sobrepresión o de depresión, además de acortar la longitud efectiva de tubería en la que tienen lugar las variaciones de presión. En ocasiones, en lugar de un tanque de equilibrio, puede interponerse un embalse compensador, cuya eficacia es tanto mayor cuanto mayor es su área superficial. Cuando las depresiones son importantes, pueden instalarse tuberías de aireación o ventosas.

En la Figura 13.9 puede observarse el esquema simplificado de una chimenea de equilibrio, con el que se describirá brevemente el funcionamiento de este tipo de instalaciones. Como se explica en el texto de Crespo (2006), la chimenea de equilibrio protege el tramo 1-2 de las sobrepresiones creadas por cortes bruscos del caudal en la turbina. El tramo 1-2 es aproximadamente horizontal, mientras que el 3-4 tiene una pendiente importante. Si se desea proteger el tramo 3-4, colocando la chimenea en torno al punto 4, sería necesario construir una chimenea de grandes dimensiones, con el consiguiente gasto económico; por esta razón, resulta más práctico construir el tramo de tubería 3-4 lo suficientemente robusto. Un corte brusco del caudal en 4 daría lugar a un golpe de ariete que se propagaría hasta 3, y luego volvería a 4, y así sucesivamente. Estas ondas acaban amortiguándose por efecto de la fricción; se supone que este tiempo de amortiguación es mucho menor que el tiempo característico de los procesos que tienen lugar en el tramo 1-2.

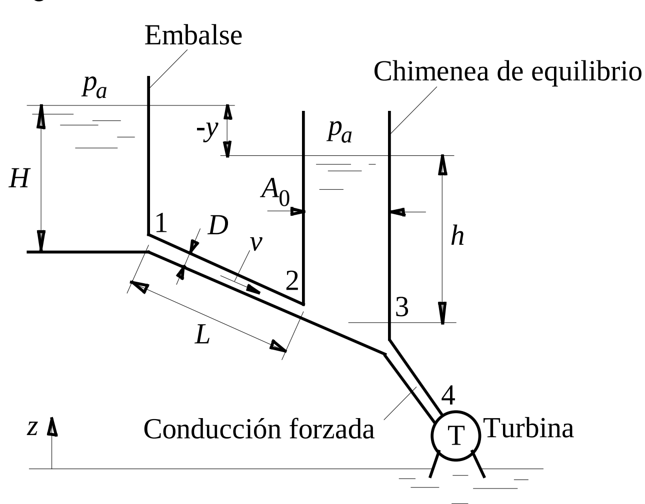


Figura 13.9: Esquema de una chimenea de equilibrio no vertiente instalada en una central hidroeléctrica.

13.5.1 Movimiento del fluido en una chimenea de equilibrio no vertiente

Para estudiar el movimiento del agua en el tramo 1-2 de la chimenea de equilibrio representada en la Figura 13.9, se aplicará la ecuación de Euler-Bernoulli[49], teniendo en cuenta las pérdidas por fricción en este tramo,

$$L\frac{dv}{dt} = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + g(z_1 - z_2) - \frac{\lambda v|v|L}{2D}. \tag{13.16}$$

Si el agua se mueve de 1 a 2, se cumple que

$$p_1 = p_a + \rho g H - \tfrac{1}{2}\rho v^2, \quad p_2 = p_a + \rho g h, \tag{13.17}$$

mientras que si se mueve de 2 a 1,

$$p_1 = p_a + \rho g H, \quad p_2 = p_a + \rho g h - \tfrac{1}{2}\rho v^2, \tag{13.18}$$

49 Véase el texto de Crespo (2006).

de modo que, en general, puede ponerse

$$p_1 - p_2 = \rho g (H - h) - \tfrac{1}{2} \rho v |v|, \tag{13.19}$$

siendo v positivo de 1 a 2. Sustituyendo esta última expresión en la (13.16), se obtiene

$$L \frac{dv}{dt} = -gy - \frac{v|v|}{2} \left(\frac{\lambda L}{D} + 1 \right), \tag{13.20}$$

siendo $-y = (H + z_1) - (h + z_2)$, es decir, una coordenada que mide la situación de la superficie libre.

En estado permanente, cuando el caudal en la tubería 1-2 es el mismo que sale por 3-4, se cumple que

$$-y_0 = \frac{v_0^2}{2g} \left(\frac{\lambda L}{D} + 1 \right), \tag{13.21}$$

donde v_0 e y_0 son los valores de v e y en régimen estacionario, respectivamente. Si se corta el caudal en la turbina (caudal en 3), el caudal que estaba pasando por el tramo 1-2 se desvía hacia la chimenea de equilibrio. La inercia del agua hace que ésta suba por encima del nivel del agua en el embalse; el nivel en la chimenea es máximo cuando el caudal en 1-2 se anula; posteriormente, el agua tiende a bajar por la chimenea, y de nuevo hay caudal, esta vez de 2 a 1. Este proceso se repetiría indefinidamente de no ser por la existencia de pérdidas.

Para estudiar el proceso, se supondrá que el nivel del agua en el depósito, por ser éste muy grande, no varía, de modo que los incrementos de y se deben exclusivamente a los incrementos de h. La ecuación de continuidad resulta

$$\frac{\pi D^2}{4} v = A_0 \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + Q_c, \tag{13.22}$$

siendo Q_c el caudal que sale por 3. La ecuación anterior, junto con la (13.20), permite conocer $y(t)$ y $v(t)$, supuesto conocido $Q_c(t)$, para unas condiciones iniciales determinadas.

Como ejemplo de aplicación, se resolverá el problema para el caso particular de cierre brusco de la turbina, suponiendo que las pérdidas fuesen despreciables. Como el cierre es brusco,

$$Q_c = \frac{\pi D^2}{4} v_0, \quad t < 0, \quad \text{y} \quad Q = 0, \quad t > 0, \tag{13.23}$$

y las condiciones iniciales son

$$t = 0, \quad v = v_0, \quad y = y_0. \tag{13.24}$$

Puede comprobarse que la ecuación a resolver es la siguiente:

$$L \left(\frac{A_0}{\pi D^2 / 4} \right) \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} + gy = 0, \tag{13.25}$$

que con las condiciones iniciales anteriores, tiene por solución

$$y = y_m \operatorname{sen} \omega t, \tag{13.26}$$

de modo que sustituyendo la solución en la Ecuación (13.25), resulta que la frecuencia de oscilación del movimiento debe ser

$$\omega = \sqrt{\frac{g\pi D^2/4}{LA_0}}, \tag{13.27}$$

y la amplitud,

$$y_m = v_0\sqrt{\frac{L\pi D^2/4}{gA_0}}. \tag{13.28}$$

En el caso de tener en cuenta las posibles pérdidas hidráulicas en la instalación, la amplitud máxima del movimiento suele disminuirse con un factor dependiente de la velocidad del flujo,

$$y'_m = v_0\sqrt{\frac{L\pi D^2/4}{gA_0}} - C\,v_0, \tag{13.29}$$

donde la constante C depende de la instalación. Si en lugar de un cierre se tiene una apertura, la amplitud aumenta,

$$y''_m = v_0\sqrt{\frac{L\pi D^2/4}{gA_0}} + C_1\,v_0. \tag{13.30}$$

13.5.2 Tipos de chimeneas de equilibrio

Pueden distinguirse los siguientes tipos:

Chimenea de equilibrio vertiente. En este tipo de chimenea, para sobrepresiones por encima incluso de la de diseño, el agua puede derramarse por encima de la chimenea, de modo que ésta debe estar provista de un vertedero adecuado, de un dispositivo de amortiguación de la energía de caída y de conductos de escurrimiento del agua escapada. Este volumen de agua derramado puede vaciarse a un depósito cuyo nivel de fondo sea superior al nivel estable de servicio normal, con escapes de fondo que vuelven a la chimenea (Figura 13.10).

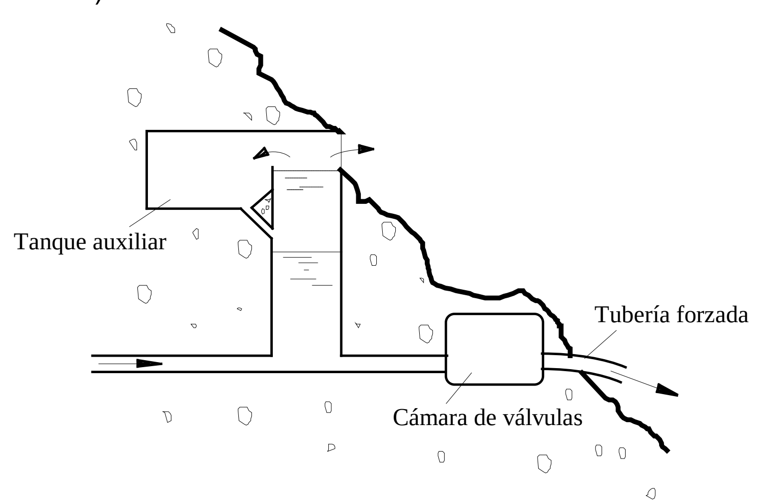


Figura 13.10: Chimenea de equilibrio vertiente con tanque auxiliar de retención adosado al terreno.

Chimenea de equilibrio no vertiente. Es el tipo más generalmente empleado; se ha representado esquemáticamente en la Figura 13.9. El diseño de la chimenea debe garantizar que no se produzca en ningún caso el derrame superior del agua; la base de la chimenea debe estar a una cota tal que, aún en depresiones máximas, el nivel del agua en

la chimenea no deje al descubierto la entrada de la tubería forzada, con el fin de evitar la entrada de aire en ésta.

Chimenea diferencial de equilibrio. Consiste en una chimenea central de diámetro aproximadamente igual al del conducto forzado superior, con un tanque de almacenamiento de mayor diámetro, que rodea a la chimenea central, y comunicado al conducto forzado por pequeñas aperturas, que ofrecen una notable resistencia al flujo del agua en uno y en otro sentido, amortiguando los picos de presión (Figura 13.11). Debido a esta resistencia, el nivel en el tanque de almacenamiento es prácticamente independiente de las variaciones de caudal y demanda en la turbina, que sólo dependen del nivel en la chimenea central (ésta hace las funciones de tanque simple de compensación). Las ventajas que este tipo de chimenea ofrece respecto de las chimeneas simples son: tamaño un poco menor, y acción amortiguadora mayor en todas las condiciones de operación. Sin embargo, su cálculo exacto requiere de la utilización de modelos de ensayos, y de cálculos por aproximaciones sucesivas.

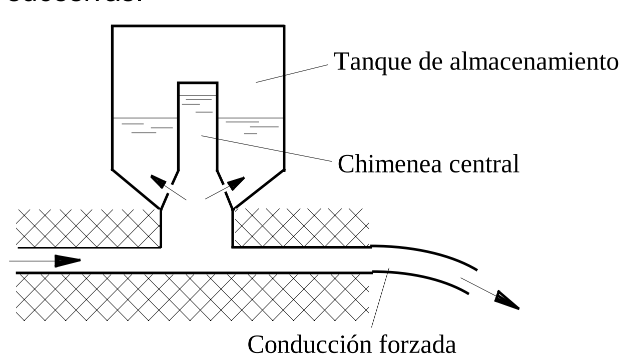


Figura 13.11: Chimenea diferencial de equilibrio (en fase de retardo).

Bibliografía consultada

Centrales Hidroeléctricas, II, *Turbinas Hidráulicas* (Hiberdrola, Endesa, Sevillana de Electricidad, Unión Fenosa), Paraninfo, 1994.

Crespo, A., *Mecánica de fluidos*, Thomson, 2006.

Cuesta, L., y Villarino, E., *Aprovechamientos hidroeléctricos*, Tomos I y II, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid, 2000.

Hernández Krahe, J.M., *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, UNED, Madrid, 1976.

Merino Azcárraga, J.M., *Manual de eficiencia energética en instalaciones de bombeo*, CADEM (Grupo EVE), Bilbao, 2001.

Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.

Rojas Rodríguez, S., y Martín Tejeda, V., *Centrales hidroeléctricas. Teoría y problemas*. Universidad de Extremadura, 1997.

Santo Pottess, E., *Centrales eléctricas*, Gustavo Gili, Barcelona, 1971.

Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.

Zoppetti Judez, G., *Centrales hidroeléctricas: su estudio, montaje y ensayo*. Gustavo Gili, Barcelona, 1979.

Zu-Yan, M., Ed., *Mechanical Design and Manufacturing of Hydraulic Machinery*, Avebury, 1991.

Zipparro, V.J., y Hasen, H., Eds., *Davis' Handbook of Applied Hydraulics*, McGraw-Hill, 1993.

14. CENTRALES HIDROELÉCTRICAS (II). TIPOS DE CENTRALES Y REGULACIÓN

14.1 Centrales reversibles. Máquinas reversibles

En el Capítulo 13 se clasificaron las centrales hidroeléctricas clásicas en función del salto hidráulico disponible y del modo de aprovechamiento del mismo. En este capítulo se exponen las características principales de algunos tipos específicos de centrales hidroeléctricas, como son las centrales reversibles, las de acumulación por bombeo o las maremotrices. También se tratan distintos aspectos de la regulación de las centrales, así como algunas cuestiones complementarias también importantes como es el impacto sobre el medioambiente.

Las centrales de producción de energía deben satisfacer la demanda máxima de energía que se requiere en cada momento, y además, deben ser capaces de disminuir la potencia suministrada en períodos de baja demanda. En ocasiones, cuando la potencia disponible en la red eléctrica es superior a la requerida, puede ser económicamente rentable utilizar la energía eléctrica de la red (en estas condiciones, de bajo precio) para bombear agua hasta un embalse elevado, y posteriormente aprovechar esta energía potencial acumulada en horas punta. Estas centrales se denominan *centrales de acumulación por bombeo*. Estas centrales, y en general cualquier central reversible, suelen ser de los dos tipos siguientes:

- *De conjuntos de bombas y turbinas*, en los que son frecuentes la utilización de conjuntos compuestos por una turbina, un alternador-motor síncrono y una bomba, dispuestos en un mismo árbol (véase la Figura 14.1). También se denominan *de grupo ternario*. Obviamente, el funcionamiento puede ser: turbina-alternador para suministrar energía eléctrica a la red, o bien: alternador funcionando como motor-bomba para impulsar el agua.
- *De máquinas reversibles (grupos turbina-bomba).* Existen diversos tipos de máquinas reversibles, que pueden funcionar alternativamente como bomba o como turbina. También se denominan *de grupo binario*. Están adaptados a diferentes rangos de alturas del salto: máquinas radiales derivadas de las turbinas tipo Francis; máquinas semiaxiales con distribuidor cónico de álabes fijos y móviles; grupos bulbo, etc. El diseño de este tipo de máquinas es considerablemente más complejo que el de una bomba o una turbina simples. Por supuesto, el motor debe funcionar también como alternador.

  Los grupos binarios tienen sobre los ternarios las siguientes ventajas:

  - Menor obra civil, menores dimensiones y menor coste, entre otras.

Y las siguientes desventajas:

- Menor rendimiento, mayor tiempo de maniobra, presencia de vibraciones, entre otras.

Los *grupos cuaternarios* están formados por cuatro grupos diferentes, motor, generador, bomba y turbina, aunque realmente son los menos utilizados.

Además de las centrales de acumulación por bombeo, las centrales mareomotrices, que aprovechan la energía del mar a través de las mareas, constituyen la segunda gran aplicación de las centrales reversibles. Ambas se tratan en las siguientes secciones.

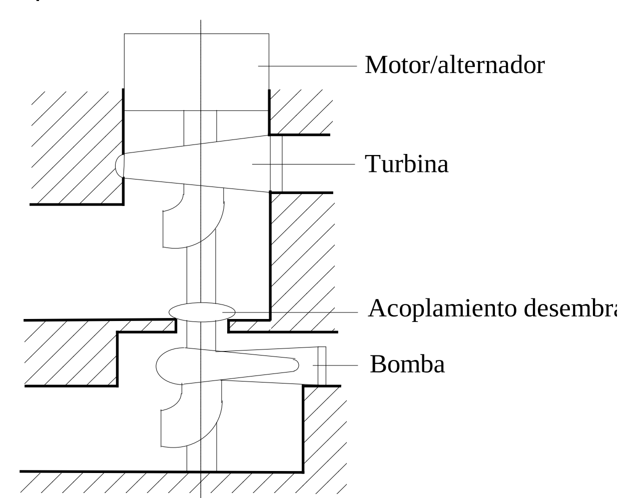


Figura 14.1: Esquema de una central reversible. Grupo ternario para centrales de acumulación por bombeo.

14.2 Tipos especiales. Centrales de acumulación por bombeo

Se tratarán a continuación más en detalle las centrales de acumulación por bombeo. La demanda de electricidad en una determinada red sufre oscilaciones muy notables a lo largo del día, y según la época del año. Estas grandes variaciones en la energía demandada obliga a un funcionamiento muy irregular del sistema eléctrico suministrador. La necesidad de hacer frente por parte de las compañías eléctricas a esta demanda de electricidad tan irregular, ha dado lugar a la aparición de las centrales de acumulación por bombeo. Como se ha explicado en la sección anterior, el funcionamiento de estas centrales consiste en almacenar energía eléctrica (en forma de energía potencial hidráulica) durante las horas de bajo consumo y devolverla a la red durante las horas punta. De entre los diversos tipos de centrales eléctricas, las que se adaptan mejor a esta misión de almacenamiento en gran escala son, sin duda, las centrales hidroeléctricas de acumulación por bombeo, cuyo esquema básico se muestra en la Figura 14.2.

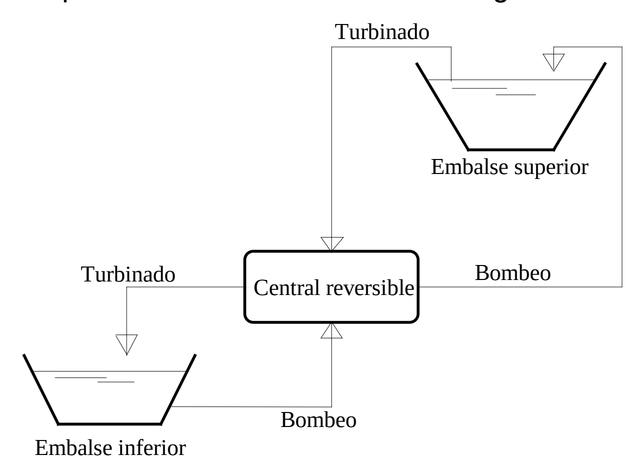


Figura 14.2: Esquema básico de funcionamiento de una central de acumulación por bombeo.

Es preciso remarcar que la misión fundamental de una central de este tipo es nivelar la *curva de carga* (la curva de carga proporciona la potencia requerida a la central a lo largo de un período determinado de tiempo, que puede ser un día, un mes, un año, etc.). El rendimiento total (mecánico-hidráulico) de una central de acumulación por bombeo es inferior al $100~\%$ (normalmente, está en el rango $70–80~\%$), puesto que es preciso invertir más energía en bombear un caudal dado de agua que la que se obtiene turbinando este mismo caudal de agua desde la altura a la que se ha elevado por bombeo. Sin embargo, la diferencia de precio entre la energía consumida de la red y la energía producida en diferentes períodos del día es el factor que hace que estas centrales lleguen a ser económicamente rentables. Otro factor a considerar es la existencia de aportes adicionales de agua, que pueden aumentar la relación entre el caudal turbinado y el caudal bombeado.

En función de lo que se acaba de exponer, la eficiencia de una central de acumulación por bombeo debería definirse desde un punto energético, como el cociente entre la energía producida en el turbinado y la energía necesaria en el bombeo, durante un determinado período de tiempo.

Existen tres tipos básicos de centrales de acumulación por bombeo, en función del tipo de bombeo. En las centrales de acumulación por *bombeo puro,* el embalse superior sólo recibe aportaciones de agua por parte del sistema de bombeo. En las centrales de *bombeo mixto*, el embalse recibe alguna aportación adicional de agua por medios naturales. Por último, en las centrales de *bombeo diferencial,* se efectúan bombeos intermedios, lo que obliga a su vez al establecimiento de varios embalses intermedios.

14.3 Tipos especiales. Centrales mareomotrices

14.3.1 Características principales de las centrales mareomotrices

Las principales ventajas de una central mareomotriz derivan del hecho de aprovechar una energía renovable; sus principales desventajas estriban en los costes de construcción y en la necesidad de efectuar grandes infraestructuras, con gran impacto visual y medioambiental. Las centrales mareomotrices aprovechan la energía acumulada en un embalse como consecuencia de la diferencia de cotas entre la *pleamar* (máxima cota del agua) y la *bajamar* (cota mínima) de las mareas. Constan en general de un dique, construido normalmente en un estuario, en el que se instalan las turbinas. El dique dispone además de compuertas apropiadas para el paso del agua durante la fase de *flujo* (pleamar) hacia el embalse, y para dar paso o no al área de turbinado. Se crea entonces un embalse artificial a partir de un estuario ya existente. El embalse puede vaciarse durante la fase de *reflujo* (bajamar). Puesto que las turbinas necesitan de un cierto *salto geodésico mínimo* para su arranque (en torno a unos *5 m*), no se suele turbinar directamente la corriente creada durante el flujo o el reflujo, sino la corriente de agua procedente del desnivel conseguido de alguna manera entre el dique y los embalses artificiales, durante cualquiera de estas dos fases.

Algunas centrales efectúan un período de bombeo cuando la diferencia de cotas a un lado y a otro es pequeño, para luego recuperar esta energía hidráulica en la siguiente fase de turbinado, cuando la diferencia de cotas es mayor. Este modo de funcionamiento, que puede resultar rentable bajo ciertas condiciones (como se ha indicado antes, la diferencia de precio en la tarifa eléctrica entre horas valle y horas punta, y otros condicionantes ecológicos), recuerda a las *centrales de acumulación por bombeo clásicas*.

De cualquier manera, se deduce que para aprovechar todas las posibilidades de funcionamiento en este tipo de centrales, la máquina hidráulica debe poder actuar como turbina y como bomba en los dos sentidos del flujo. Las únicas máquinas que son capaces de funcionar en estas condiciones son las *tubulares con rodete de tipo Kaplan* y distribuidor

ambos de álabes orientables. Estos grupos, conocidos simplemente como *grupos bulbo,* se desarrollaron para su instalación en la *Central Maremotriz de Rance en Francia*, en 1966.

14.3.2 Ciclos posibles de funcionamiento

Como se ha indicado, es preciso disponer de tanques o depósitos grandes en los que el agua se almacena, para su posterior aprovechamiento energético. El régimen de llenado y vaciado de los estanques, así como de las posibilidades de funcionamiento de las turbinas, da lugar a diferentes tipos de esquemas o ciclos para el aprovechamiento energético de la marea. Básicamente, tenemos los siguientes:

- Ciclo elemental de simple efecto (turbinado en la fase de reflujo, desde el embalse al mar).
- Ciclo elemental de doble efecto (además del turbinado en reflujo, se turbina en la fase de flujo, desde el mar al embalse).
- Ciclo con acumulación por bombeo (bombeo desde el mar al embalse para aumentar la cota de turbinado).
- Ciclo combinado o múltiple (combinación de los anteriores, con embalses múltiples).

Como ejemplo, se describirá el *ciclo elemental de simple efecto*, que puede considerarse como el básico, y el que presenta la mayor eficiencia de modo aislado. La energía del agua es utilizada cuando el estanque se vacía (es decir, en el sentido embalse$\rightarrow$mar). Sus tres fases de funcionamiento son las siguientes:

a) *Fase de llenado*, con las turbinas paradas y las compuertas abiertas, durante el flujo o marea ascendente.

b) *Fase de espera*, con las turbinas paradas y las compuertas cerradas, durante el reflujo o descenso de la marea (en torno a unas 3 horas). El nivel del estanque no varía, y se está a la espera de iniciar la turbinación en el momento más favorable, cuando la diferencia de cota entre el mar y el embalse es la apropiada.

c) *Fase de generación o turbinado*, con las turbinas en marcha y las compuertas cerradas. El embalse se vacía, y la turbinación puede extenderse durante 5 o 6 horas.

14.3.3 Breve descripción de la Central de Rance

La central mareomotriz instalada en la desembocadura del río Rance constituye la referencia mundial en este tipo de centrales. El río Rance desemboca en la región de Bretaña, en Francia, formando un estuario. La altura media aprovechable de la marea es de 8,17 m, siendo la máxima de 13,5 m durante las mareas de equinoccio. La primera central mareomotriz del mundo se instaló allí en 1966, entrando en producción completa en 1967. Es también la más importante, con una potencia total instalada de 240 MW. La producción actual es de 540 GW.h/año (250.000 familias). La central sigue un *ciclo de doble efecto (turbinado en flujo y en reflujo) con bombeo de acumulación*.

El estuario está cortado por un dique de 750 m de longitud capaz de contener un gran volumen de agua, retenida por compuertas durante las mareas altas. Esta represa consigue retener un volumen máximo de $1{,}84 \times 10^8$ m^3 entre la pleamar y la bajamar. El estuario artificial creado se extiende tierra adentro a lo largo de 20 km.

Las turbinas utilizadas son de tipo bulbo, con lo que se puede turbinar el agua en ambos sentidos, tanto en el flujo como en el reflujo, aprovechando así al máximo las posibilidades energéticas de las mareas. Además, pueden funcionar como bombas. Existen 24 grupos bulbo, cada uno de ellos con una turbina del tipo Kaplan de 10 MW con cuatro álabes orientables (rango: -5^{o} a 35^{o}), acoplada directamente a un alternador. La velocidad nominal de las turbinas es de 93,75 r.p.m, siendo la velocidad máxima de funcionamiento de 260

r.p.m. El diámetro del rodete es de 5,35 m. El caudal nominal por grupo oscila entre 240 y 285 m^3/s, en función del modo de funcionamiento.

14.4 Aprovechamiento hidráulico y regulación de un río

Antes de empezar el proyecto de una central convencional, es fundamental conocer a fondo las disponibilidades de agua. En el caso del aprovechamiento hidráulico de un río, es aconsejable aforar diariamente y confeccionar una estadística de los caudales registrados, para después utilizar estos datos cuando sea necesario.

14.4.1 Aforo de un río

El aforo de los ríos se complica por la heterogeneidad de las velocidades del agua en cada sección; aunque es preciso estudiar cada caso en concreto, no es posible suponer una velocidad uniforme en un río. Entre los diversos modos de aforo de un río, puede citarse los siguientes:

- Mediante vertederos de pared delgada.
- Midiendo la velocidad mediante anemómetros en distintos puntos de una misma sección (el caudal total será la suma de los caudales parciales calculados multiplicando las velocidades medidas por las divisiones correspondientes de la sección total).
- Mediante la inyección de una cierta cantidad de sustancia soluble (la sal común es la más utilizada), y posterior medición de la concentración de esta sustancia aguas abajo (el caudal es igual al gasto de la sustancia que se inyecta dividido por la concentración aguas abajo).
- Utilizando flotadores lastrados, mediante la medida del tiempo que tarda en recorrer el flotador una determinada distancia, etcétera.

En algunos casos puede ser necesario acudir a datos pluviométricos. Para calcular el caudal del río mediante la pluviometría de la zona, es preciso conocer lo siguiente:

a) Extensión de la *cuenca vertiente*, a partir de los planos topográficos de la zona.
b) Volumen de agua caída por lluvia en la cuenca vertiente en un tiempo dado.
c) Coeficiente de *escorrentía* del lugar (esto es, la cantidad de agua de lluvia que llega finalmente al río, después de las filtraciones en el terreno).

Este método proporciona datos interesantes sobre los caudales circulantes por el río, pudiendo compararse con los obtenidos mediante alguno de los métodos directos citados más arriba. Además, es necesario estimar el caudal máximo del río cuando tienen lugar avenidas en épocas de lluvias fuertes.

14.4.2 Curvas características de un río

La curva característica de un río debe ofrecer la información necesaria para la completa regulación del mismo (y su posible aprovechamiento hidroeléctrico). La llamada *curva de caudales cronológicos* (Figura 14.3) muestra la evolución de los caudales medidos diariamente a lo largo de un año.

A partir de la curva de caudales cronológicos, puede hallarse el caudal medio en un tiempo dado (un año, normalmente). Este valor medio se denomina frecuentemente *módulo del río*. Los valores pico máximos y mínimos no tienen demasiada significación. Se define normalmente el *caudal máximo* como el mayor de los caudales que es superado o igualado durante 10 días (estos días pueden ser alternos), y del mismo modo se define el *caudal mínimo.* El *caudal semipermanente* es el caudal que es superado o igualado durante 182

días al año. Estos conceptos se comprenden bien en la Figura 14.4, en la que se ha representado la *curva de caudales ordenados*.

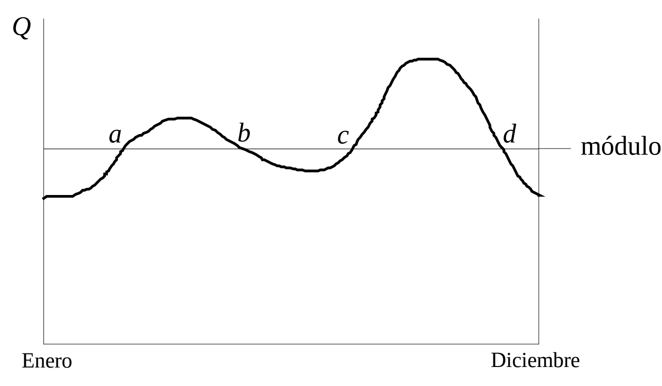


Figura 14.3: Regulación de un río: curva de caudales cronológicos.

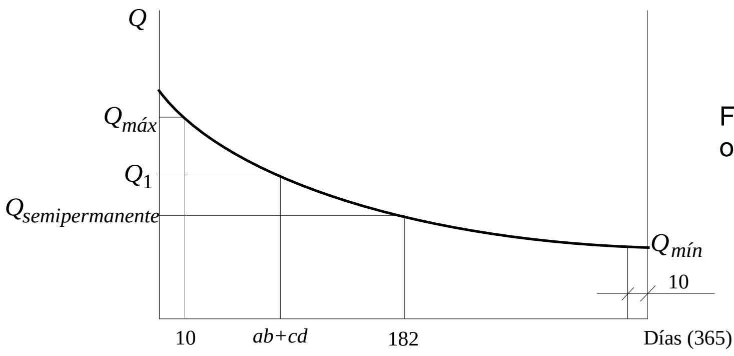


Figura 14.4: Curva de caudales ordenados de un río.

En la curva de caudales ordenados se representan de manera ordenada los caudales que se han ido midiendo diariamente frente al número de días (en general no ordenados) en los que se han obtenido las medidas. Es decir, comparando con la Figura 14.4, se obtendrá un caudal superior al módulo del río Q_1 durante un número de días $ab + cd$ (este es el período total, aunque sea en días alternos). El caudal semipermanente es en general distinto al módulo del río, como aparece en la Figura 14.4.

La curva de caudales ordenados se utiliza habitualmente para determinar el *caudal de equipamiento* de una posible central hidroeléctrica que aprovechara exclusivamente los caudales del río. Volveremos sobre este punto más adelante.

Para el estudio de la regulación de un río, la curva que resulta más interesante es la *curva de volúmenes acumulados* (Figura 14.5). Esta curva ofrece en cada momento el volumen que ha circulado por el río, desde un cierto origen. La curva de volúmenes acumulados es la curva integral de la cronológica. Por tanto, los máximos y mínimos de la curva cronológica se corresponden con los puntos de inflexión de la acumulada, de modo que la curva acumulada será siempre creciente, pero su curvatura será cóncava hacia arriba cuando la curva cronológica sea creciente, y a la inversa cuando sea decreciente.

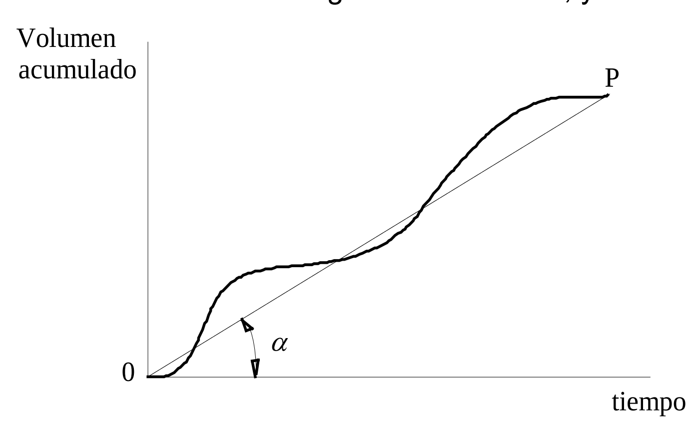


Figura 14.5: Curva de volúmenes acumulados de un río.

Si la curva de volúmenes acumulados se obtiene de la cronológica, la constante de integración representaría la ordenada en el origen. En la Figura 14.5 se supone que no existe volumen de agua inicial, por lo que la curva empieza desde cero. Si se une el punto inicial 0 con el final P se obtiene una recta cuya pendiente (tan α) es el caudal medio o módulo del río. La gran ventaja de la curva de volúmenes acumulados es que se utiliza para determinar la capacidad requerida para el embalse con el que se pretende regular el río.

14.4.3 Tipos de curvas cronológicas fluviales

Las curvas cronológicas toman distinto aspecto según el tipo de río, debido a la gran variación que existe entre los caudales en distintas épocas del año. Pueden agruparse a los ríos en tres tipos genéricos: pirenaicos, litorales e intermedios. Las características principales de estos tipos se ven a continuación.

El río *pirenaico o alpino* discurre entre montañas de gran altura, de modo que la cuenca vertiente está cubierta de nieve durante buena parte del año (esta es la razón por la que su caudal presenta un mínimo en invierno), alcanzando los máximos caudales en el verano (Figura 14.6).

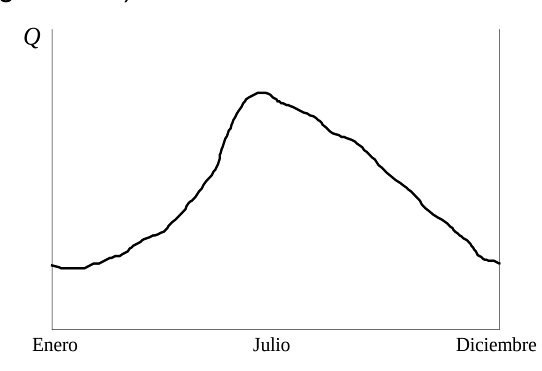


Figura 14.6: Curva cronológica de un río típicamente alpino o pirenaico.

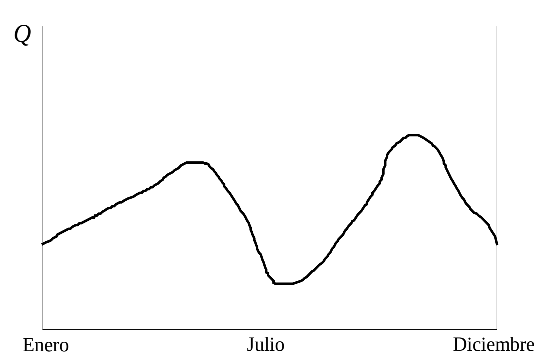


Figura 14.7: Curva cronológica de un río típicamente litoral.

El *río litoral* discurre en las regiones costeras o próximas a ellas; presenta un mínimo en agosto, mientras que los máximos caudales se registran en los meses de primavera y de otoño, como consecuencia de las lluvias más abundantes. En ocasiones, estos ríos registran grandes avenidas que suelen aparecer con las lluvias del otoño, cuando son especialmente copiosas (Figura 14.7).

El *río intermedio* presenta características intermedias entre los dos anteriores. La forma de su curva se aproxima al tipo pirenaico o al tipo litoral según la porción de cuenca vertiente que se encuentra en zona montañosa o en zona litoral.

14.4.4 Regulación de un río. Determinación del embalse necesario

REGULACIONES DIARIA Y SEMANAL

La potencia exigida a una central de turbinado a lo largo de un día es muy variable. La potencia requerida suele ser mínima en las horas de madrugada, y máxima por la tarde. En la Figura 14.8 se muestra cómo el máximo que se alcanza por la tarde es más acentuado que el se alcanza a primera hora de la mañana, puesto que es por la tarde cuando más familias están en casa, con alumbrado y electrodomésticos conectados, a la vez que se enciende el alumbrado público, etc. Si se toma un día típico, aparecen más irregularidades en la curva de consumo de energía que en la curva de caudal del río. Por esta razón, para conseguir una potencia media de producción equivalente a la potencia hidráulica disponible, basta con construir un embalse que acumule la energía hidráulica correspondiente a los

períodos de bajo consumo de electricidad (*ab, cd, ef*), para luego aportar esta energía en los períodos de máximo consumo (*bc, de*).

Esta regulación está indicada en el caso de las minicentrales, y es particularmente interesante en aquellas que están destinadas al abastecimiento del alumbrado público, puesto que existe una regulación natural entre la producción y el consumo; en invierno se dispone de mayor caudal y el alumbrado es necesario un mayor número de horas, mientras que en el verano tanto el caudal como el número de horas de encendido del alumbrado son menores.

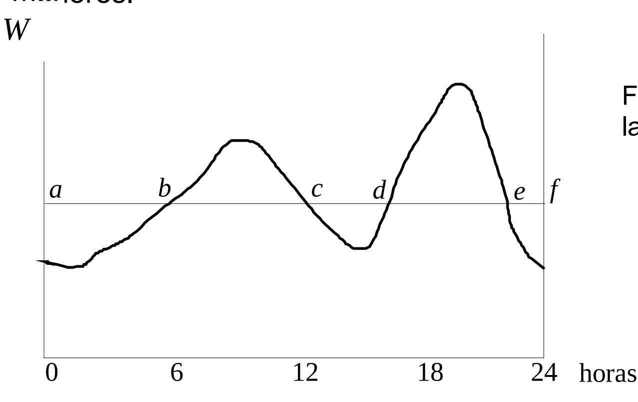


Figura 14.8: Potencia eléctrica requerida a lo largo de un día normal.

En cuanto a la regulación semanal, el sábado y el domingo presentan máximos de mañana y de tarde mucho menos pronunciados que los días laborables. Si la central se regula semanalmente, se tiene la posibilidad de distribuir la energía hidráulica sobrante (el caudal sobrante) en sábado y domingo entre el resto de días de la semana.

Las regulaciones diaria y semanal se emplean únicamente para pequeños embalses, mientras que en los de dimensiones mayores, se realiza una regulación anual e incluso a lo largo de varios años.

REGULACIÓN ANUAL. CAPACIDAD DEL EMBALSE NECESARIO

Para la regulación anual de un río, se utiliza la curva de volúmenes acumulados (Figura 14.5). Se supone en un principio que se comienza el año hidrológico sin agua acumulada, es decir, como si la central fuera de agua fluyente. En este tipo de regulación, las variaciones diarias de caudal se desprecian. Si se consigue que el caudal medio anual del río (módulo) sea igual al caudal medio requerido para la producción de energía o caudal de equipamiento, se habrá conseguido la regulación perfecta anual del río. Puesto que la pendiente de la curva de volúmenes acumulados en cada punto es el caudal cronológico, puede decirse lo siguiente:

– Si la tangente a la curva es menor que tan α, el caudal que lleva el río es menor al requerido por el consumo.
– Si la tangente a la curva es mayor que tan α, el caudal que lleva el río es mayor al requerido.

Los puntos A, B y C que aparecen en la Figura 14.9 tienen tangentes paralelas a la recta que define el módulo del río, siendo por tanto el caudal en estos puntos igual al módulo, es decir, igual al caudal requerido. En el tiempo C' ha pasado por el río un volumen de agua CC', mientras que si hubiera llevado siempre el caudal medio deseable, la cantidad de agua sería C'C''. Puesto que existe un defecto CC'', lo que se hace es iniciar el año con un volumen de agua embalsada igual precisamente a este defecto; esto se ve reflejado en la Figura 14.10. La distancia OO' es igual a CC''. La recta OD' sigue siendo la curva de volúmenes consumidos, mientras que la recta O'D es paralela a la anterior, de modo que la tangente de ambas es igual al módulo.

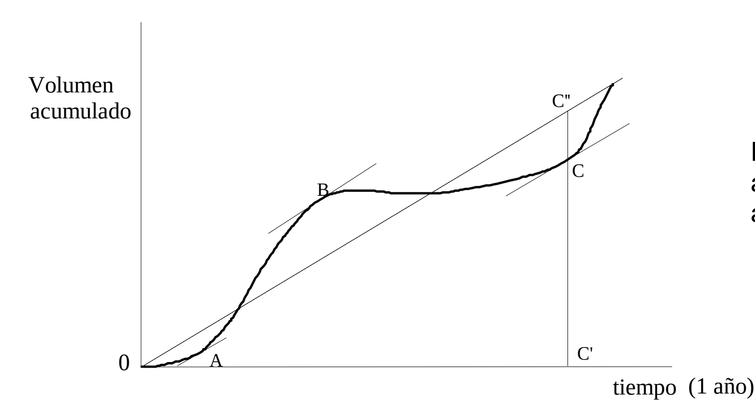


Figura 14.9: Curva de volúmenes acumulados de un río. Regulación anual.

Tanto para la regulación anual de los volúmenes de agua en el río, como para su posible aprovechamiento hidroeléctrico a través de un turbinado, puede ser necesaria la construcción de un embalse. Se describe a continuación el método explicado por ejemplo en el texto de Santo Sabrás (1994).

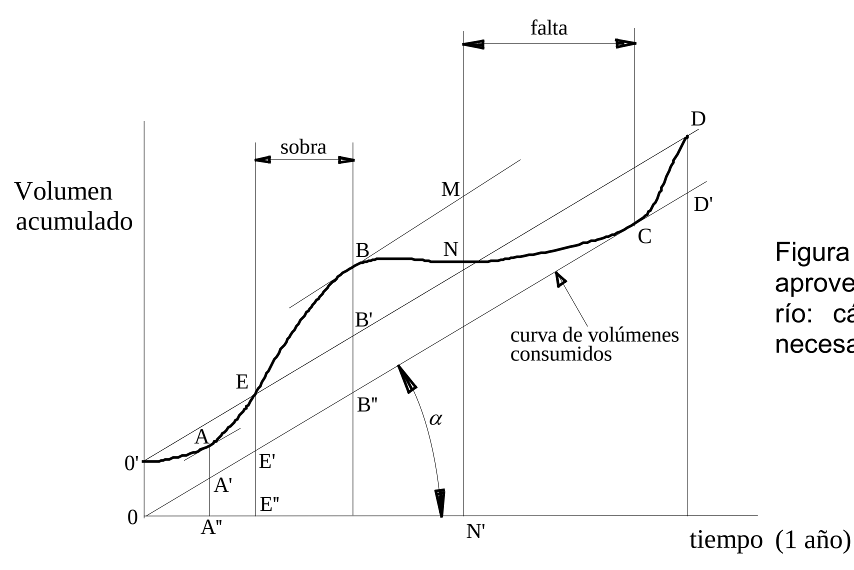


Figura 14.10: Regulación y aprovechamiento hidroeléctrico de un río: cálculo del volumen de agua necesario en el embalse.

Centramos la atención en la gráfica de la Figura 14.10; en el tramo OA', la cantidad de agua en el embalse va disminuyendo, puesto que el caudal que lleva el río es menor que el requerido (módulo), por ser la tangente a la curva menor que tan α; como debe seguir abasteciéndose el caudal requerido, es preciso desaguar el embalse, por lo que el caudal saliente del mismo es mayor que el caudal entrante aportado por el río. En el tramo A"E", la cantidad de agua embalsada aumenta, por lo razonado anteriormente. En el punto E el embalse se ha llenado, y como la pendiente de la curva de volúmenes acumulados desde E a B sigue siendo mayor que tan α, el caudal que llega al embalse es mayor que el saliente (que está fijado por el que se necesita), pero como el embalse está lleno, este exceso no puede almacenarse, de modo que es preciso desaguarlo y por tanto se pierde. A partir del punto B cambia la pendiente, de modo que el caudal que llega al embalse procedente del río es menor que el que debe salir por las necesidades de consumo, y el embalse debe suministrar el correspondiente déficit. En el momento N', el déficit que ha tenido que suministrar el embalse es igual a MN; cuando este volumen es igual a OO', toda la capacidad del embalse ha sido cedida para el consumo, y se ha vaciado. A partir de este momento, puede decirse que falta agua en el embalse; esta situación se mantiene hasta el punto C, en el que cambia la pendiente de la curva de volúmenes acumulados, y vuelve a tenerse un caudal en el río mayor que el requerido.

Como conclusión, puede decirse que debe construirse un embalse de mayor tamaño, con capacidad mínima igual a BB", es decir, la distancia que existe entre los puntos de

inflexión extremos de la curva de volúmenes acumulados. Si este embalse resulta demasiado grande para construirlo, sería necesario evaluar otras posibilidades, como construir algún embalse intermedio.

14.5 Caudal de diseño o de equipamiento. Caudal ecológico

El diseño de una central hidroeléctrica debe cumplir con el objetivo global de maximizar la producción de energía eléctrica. Aunque los parámetros de diseño y el tiempo de turbinado anual están relacionados, resulta lógico pensar que el proceso de optimización puede comenzar por la elección del *caudal de diseño, nominal o caudal de equipamiento*. Para ello, podemos partir de la idea de aprovechamiento de un río, que se ha presentado en la sección anterior. Supóngase que se tiene una curva de caudales ordenados anual como la que aparece en la Figura 14.11 (que puede considerarse como el promedio de una cierta *serie histórica*, puesto que un estudio completo debería contar con los datos hidrológicos del río durante al menos los últimos veinte años hidrológicos).

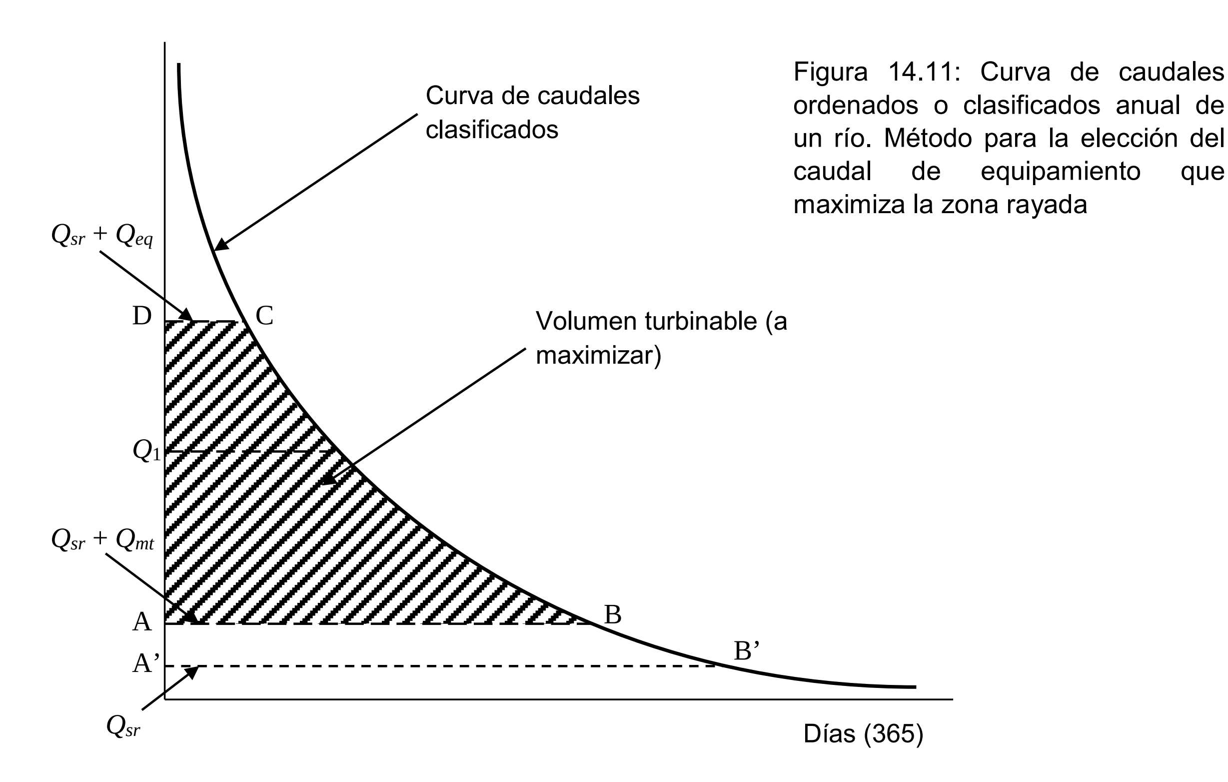


Figura 14.11: Curva de caudales ordenados o clasificados anual de un río. Método para la elección del caudal de equipamiento que maximiza la zona rayada

14.5.1 Curva de caudales ordenados. Caudal ecológico y otros caudales

Pueden tenerse en cuenta los siguientes caudales característicos (los tres primeros ya han sido presentados en la sección anterior)

- El *caudal máximo o caudal de avenida* Q_{max} es el mínimo de los caudales máximos registrados al menos 10 días durante un año.
- El *caudal mínimo o caudal de estío* Q_{min} es el máximo de los caudales mínimos registrados al menos 10 días durante un año.
- El *módulo* del río Q_1 es el caudal medio anual del mismo.
- El *caudal de servidumbre* Q_{sr} es el caudal mínimo que debe quedar en el cauce del río. Este caudal contiene al caudal ecológico Q_{ecol}. De hecho, en la mayoría de ocasiones coinciden ambos caudales.

- El *caudal ecológico* o *caudal reservado* Q_{ecol} o es el mínimo que debe circular por el río para la preservación de la flora y la fauna acuáticas, es decir, para la conservación del sistema biótico. En algunos casos, también se tiene en cuenta el impacto paisajístico. Este caudal debe ser determinado en cada caso por los órganos de cuenca pertinentes (Confederaciones Hidrográficas en España). Es importante reseñar que el caudal ecológico no se turbina; en sentido estricto, debe ser desviado a través de una derivación o by-pass (es decir, se debe cortocircuitar del sistema de turbinado). Se han dado algunas estimaciones y valoraciones generales acerca de los valores recomendados para este caudal. A falta de otra información, se puede estimar el caudal ecológico en torno al 10 % del caudal medio (o módulo) del río. En cualquier caso, nunca debería ser inferior al caudal medio de estío. En la figura, la parte rayada inferior (por debajo de la línea A'-B') representa el volumen de agua que no se turbina y que queda permanentemente en el cauce del río.
- El *caudal de equipamiento* Q_{eq} es el caudal de diseño o nominal. En principio, debería ser el que consiguiera la maximización de la producción. En un primer paso, este caudal debe maximizar el volumen de agua anual a turbinar. Su valor puede ser del orden del caudal medio o módulo del río, pero no tienen por qué ser coincidentes, como aparece en la figura.
- El *caudal mínimo técnico* Q_{mt} está relacionado con el caudal de arranque de cada uno de los tipos de turbina. Por un lado, cada turbina tiene un cierto caudal mínimo por debajo del que la máquina no arranca; por otro lado, se necesita un cierto umbral de caudal, mayor que el de arranque, para que la turbina funcione con buenos niveles de rendimiento, y sin discontinuidades. Por tanto, el caudal mínimo técnico puede estimarse a partir de una fracción del caudal de equipamiento, como aparece en la Tabla 14.1.

Tipo de turbina	Q_{mt}/Q_{eq}
Francis	0,35–0,50
Semi Kaplan	0,30
Kaplan	0,15
Pelton	0,10
Turgo	0,20
Hélice	0,75

Tabla 14.1: Relación entre el caudal mínimo técnico y el caudal de equipamiento para distintos tipos de turbina.

14.5.2 Elección del caudal de equipamiento

Para un cierto caudal de equipamiento, el volumen teórico a calcular sería el comprendido entre los puntos A', B', C y D de la curva de caudales clasificados de la Figura 14.11. Sin embargo, la existencia de un caudal mínimo técnico hace que el área A'B'BA sea inhábil, de modo que el volumen realmente turbinado sería el comprendido entre A, B, C y D. Con mayor caudal de equipamiento, mayor caudal mínimo técnico, de modo que el umbral que se ponga para Q_{eq} debe ser tal que el volumen a turbinar A-B-C-D sea el máximo posible (zona rayada de la Figura 14.11). El resto del volumen no es turbinado, sino que queda en el río por condicionantes estructurales o ecológicos, o por incapacidad de turbinado en las máquinas.

Para obtener la producción eléctrica, deben tenerse en cuenta los rendimientos de las turbinas, así como del sistema eléctrico. En el caso de las turbinas, los tipos principales (Pelton, Francis, Kaplan), pueden alcanzar rendimientos hasta del 90–92 %. La evolución

del rendimiento con respecto del caudal de funcionamiento depende de cada tipo de máquina, y debería ser proporcionado por el fabricante. En la Figura 14.12, puede verse una evolución típica del rendimiento con respecto a los valores de caudal de equipamiento Q_{eq}, y de rendimiento de equipamiento η_{eq}. En esta gráfica, se ha supuesto que el rendimiento máximo se alcanza precisamente para el caudal de diseño o de equipamiento; con esta referencia, en algunos casos es posible turbinar por encima de este caudal de diseño (+10 o +20 % de caudal en ocasiones), en cuyo caso vuelve a descender el rendimiento.

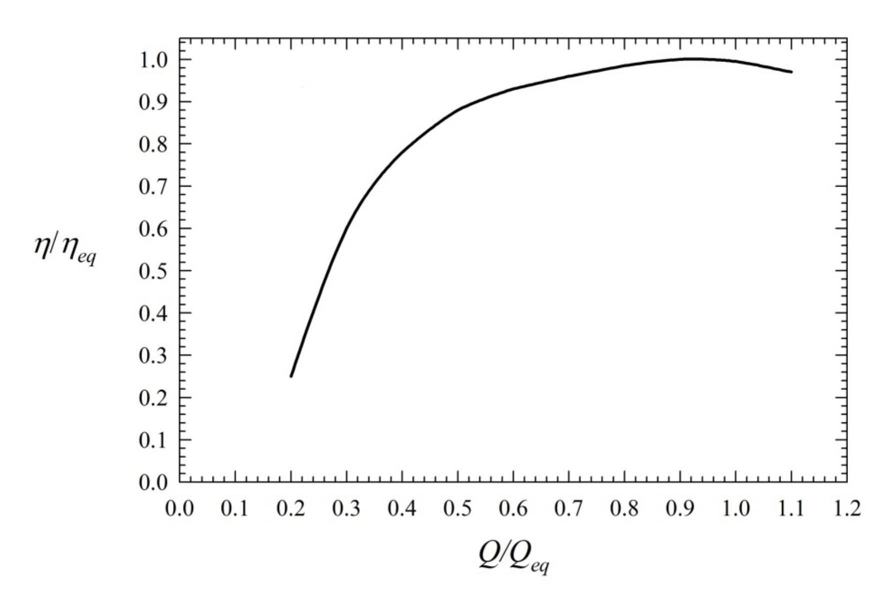


Tabla 14.12: Estimación de la variación del rendimiento en función del caudal, tomando como referencia los valores correspondientes de equipamiento o diseño. Caso de una turbina Francis.

14.6 Producción y consumo de energía hidroeléctrica

14.6.1 Las centrales hidroeléctricas en el sistema de producción de energía

La energía hidráulica se ha utilizado desde antiguo. En un principio, la energía hidráulica se transformaba directamente en energía mecánica, sin transformaciones intermedias, empleándose en mover molinos de harina, serrerías, fuelles para forjas, etc. Estas máquinas eran primitivas y de bajo rendimiento. Las fábricas estaban obligadas a instalarse cerca de los cauces de los ríos si querían aprovechar la energía del agua. Con la Revolución Industrial, el aprovechamiento energético cambia radicalmente; se perfeccionan las máquinas y la transformación de la energía mecánica en eléctrica lleva a convertir la energía hidráulica en una de las principales fuentes de energía. No obstante, cada central hidroeléctrica alimentaba únicamente a una industria o a una población cercana. Posteriormente, con el rápido avance de la industria eléctrica y con el establecimiento de las líneas de alta tensión que transportan la electricidad con un gran rendimiento, ha sido posible aprovechar saltos hidráulicos y además conectar todos los grandes centros de producción de electricidad con la red general de distribución.

En el sistema actual de producción eléctrica en España, las *centrales térmicas* constituyen la base de la generación. Si se analizan los datos proporcionados por *Red Eléctrica de España* en 2015, dentro de las centrales térmicas, las de combustible *nuclear* aportaron el 21,8 % de la producción, las de *carbón*, el 20,3%, y las de *gas de ciclo combinado*, el 10,1 %. Las centrales térmicas de *fuel-oil* han ido desapareciendo paulatinamente. Los grados de utilización más altos de los diferentes tipos corresponden a las centrales nucleares y a las de ciclo combinado, por sus características particulares. A

pesar de su importancia dentro del sistema de producción, se intenta en la medida de lo posible que las centrales térmicas de carbón sean las últimas en incorporarse al sistema de generación continua, debido sobre todo a los altos costos y a la emisión de CO_2. Con todo, si añadimos la *cogeneración* (10,1 %), y la energía obtenida en plantas de *residuos* (0,8 %), se obtiene que la producción eléctrica de origen no renovable fue del 63,1 % en 2015.

Así pues, la producción eléctrica basada en energías renovables fue del 36,9 % en España en 2015. Dentro de esta parte, la *energía eólica* constituyó el 51 % (19 % del total), la *solar fotovoltaica* el 8,4 % (3,1 % del total), *la solar térmica* el 5,5 % (2 % del total), y la *hidráulica* el 29,7% (11 % del total). A pesar del descenso del peso relativo de la producción hidroeléctrica dentro de la producción eléctrica total de origen renovable, es de esperar que su contribución pueda repuntar siempre que los recursos hidráulicos tiendan a estabilizarse (los últimos años hidrológicos no han sido demasiado favorables para el recurso hidráulico turbinable).

En este complejo sistema de producción que se ha descrito a grandes rasgos, uno de los puntos fuertes de las centrales hidroeléctricas es su rapidez y elasticidad en las operaciones de puesta en marcha y de parada. Por este motivo, la energía hidráulica sigue siendo la más utilizada para adaptar en cada momento la producción a la demanda, de modo que puede decirse que las centrales hidroeléctricas juegan un importante papel en el sistema eléctrico global, tanto por su contribución neta, como por su capacidad de adaptación y regulación.

14.6.2 Potencia, rendimientos y producción en una central hidroeléctrica

La potencia "bruta" que puede extraerse de un salto hidráulico puede ponerse como sigue:

$$W_b = \rho g Q H_b, \tag{14.1}$$

siendo H_b el salto bruto disponible y Q el caudal a turbinar. Lógicamente, en ninguna instalación real se puede aprovechar todo el salto bruto. Descontando al salto bruto las pérdidas de carga en las conducciones que llevan el agua desde el embalse hasta la central, ΔH_{inst}, se tiene que la turbina o turbinas pueden aprovechar una altura neta, H_n. Si el rendimiento total del grupo de turbinas es η_t, la potencia obtenida en el eje de la turbina es

$$W_T = \eta_t \rho g Q H_n. \tag{14.2}$$

A la relación H_n/H_b se le llama habitualmente *grado de aprovechamiento de la instalación*. Por otra parte, las pérdidas eléctricas que tienen lugar en el generador pueden tenerse en cuenta a través de un rendimiento global del generador, η_e. Para calcular la potencia eléctrica que se puede suministrar a los consumidores, es preciso tener en cuenta las pérdidas de tipo eléctrico en los transformadores elevadores de la central, en las líneas de transmisión de la energía eléctrica y en los transformadores reductores de las subestaciones transformadoras. En cualquier caso, en el rendimiento del generador pueden incluirse también otras pérdidas que se produzcan en la instalación eléctrica propia de la central, hasta el enlace con la red general de distribución. La potencia eléctrica obtenida puede ponerse

$$W_e = \eta_e \eta_t \rho g Q H_n. \tag{14.3}$$

Siguiendo con el razonamiento anterior, puede definirse un rendimiento total de la instalación como el cociente entre la potencia eléctrica entregada a la red y la potencia teórica que podría haberse obtenido del salto hidráulico,

$$\eta_{\text{central}} = \frac{W_e}{W_b} = \eta_e \eta_t \left(1 - \frac{\Delta H_{\text{inst}}}{H_b}\right). \tag{14.4}$$

En cuanto a la *producción*, es habitual expresarla como la potencia desarrollada durante un cierto intervalo de tiempo, que por convenio es un año. De este modo, se suele poner que la producción es

$$P = f_u\, W_e\, t_{año} = f_u \eta_e \eta_t \rho g Q H_n t_{año}\,, \tag{14.5}$$

siendo f_u un factor de utilización que tiene en cuenta las paradas como consecuencia de falta de agua, mantenimiento, etc., y $t_{año}$ el número de horas correspondiente a un año. El resultado es que la potencia suele expresarse en W × hora/año (en lugar de en Julios).

Como se ha indicado anteriormente, los parámetros de diseño de una central deben conseguir *el objetivo de maximizar la producción energética*. La expresión (14.5) puede interpretarse como una función objetivo, en la que los parámetros que la forman están relacionados entre sí.

14.7 El problema de la regulación de una central hidroeléctrica

Como se ha venido explicando, una turbina hidráulica funciona en una central hidroeléctrica normalmente a velocidad constante. En acoplamiento directo con un generador *síncrono*, esta velocidad de giro debe dar lugar a la *velocidad de sincronismo*, de modo que debe cumplirse que

$$n_p = \frac{2\pi f}{\Omega}\,, \tag{14.6}$$

siendo n_p el número de pares de polos del generador, f la frecuencia de producción de la electricidad alterna, y Ω la velocidad de giro del rotor. Si el generador es *asíncrono*, aunque no es necesaria una velocidad de sincronismo, lo cierto es que el sistema se diseña para conectar con la red eléctrica para una cierta velocidad de diseño, que normalmente permanece constante. Así pues, es fundamental que la turbina funcione en un régimen de giro estable, con pocas oscilaciones en torno a esta velocidad de diseño. Para que esto sea así, debe producirse un equilibrio entre el par comunicado por el eje de la máquina al sistema generador T_T, y el par que la red eléctrica introduce en el generador como una carga T_C. En los arranques, paradas, y en general cuando la velocidad de giro varía, la ecuación de equilibrio es

$$J\,\frac{d\Omega}{dt} = T_T - T_C\,, \tag{14.7}$$

siendo J el momento de inercia de todas las masas giratorias que forman el sistema turbina-generador eléctrico, con respecto del eje de rotación.

La carga puede variar por las necesidades de la red, y entonces para reestablecer el equilibrio, es preciso que la turbina se adapte a la carga requerida, variando su par, hasta volver a una condición estable de funcionamiento con velocidad de giro constante, y otra combinación de altura y caudal intercambiados (y por tanto de potencia obtenida); se debe intentar además mantener el rendimiento en unos niveles aceptables en los nuevos puntos de funcionamiento que se vayan consiguiendo. Para detectar las variaciones de la velocidad de giro como consecuencia de los cambios de carga, y actuar en consecuencia sobre el sistema distribuidor, se utiliza un sistema medidor-regulador que puede ser el clásico mecánico de bolas centrífugas, o bien electrónico, más moderno y sofisticado.

Una vez detectado el desequilibrio, el mismo sistema acciona el elemento principal de regulación, el distribuidor de álabes orientables, con objeto de cambiar el funcionamiento de la turbina y adaptarla a las nuevas necesidades. Como se ha explicado anteriormente, el distribuidor afecta tanto al caudal como a la altura intercambiada en una turbina de reacción;

en turbinas Francis y Kaplan, el caudal aumenta y la altura disminuye cuando se abre el distribuidor de álabes orientables, y viceversa. Por tanto, el distribuidor es capaz de generar curvas características múltiples, distintas para cada posición de sus álabes.

En la curva de T–Ω, para altura neta constante, que se muestra en la Figura 14.13, podemos suponer que la posición nominal del distribuidor es abierto al 80 %. En estas condiciones, para un cierto nivel de carga dado por T_C, la turbina funcionará con la velocidad nominal constante para la que fue diseñada siempre que se cumpla la condición de equilibrio $T_C = T_T$.

En el caso de producirse un incremento del par de carga T_C, la turbina se frena ($T_C > T_T$) si se mantiene la misma apertura del distribuidor (el punto de funcionamiento ahora estaría dado por el cuadradito), y es necesario abrir el distribuidor (hasta el 100 % en el ejemplo que se comenta) para conseguir un punto de funcionamiento distinto (dado ahora por el circulito más grueso), manteniendo la velocidad de giro nominal constante.

Si por el contrario el par de carga T_C disminuye, entonces la turbina se embala ($T_C < T_T$) en el caso de mantener la misma apertura del 80 % (el punto de funcionamiento correspondería al cuadradito), y en este caso es preciso cerrar el distribuidor para encontrar un punto de funcionamiento alternativo manteniendo constante la velocidad de giro (en la Figura 14.14, con una apertura del 50 %, punto de funcionamiento dado por el círculo más grueso).

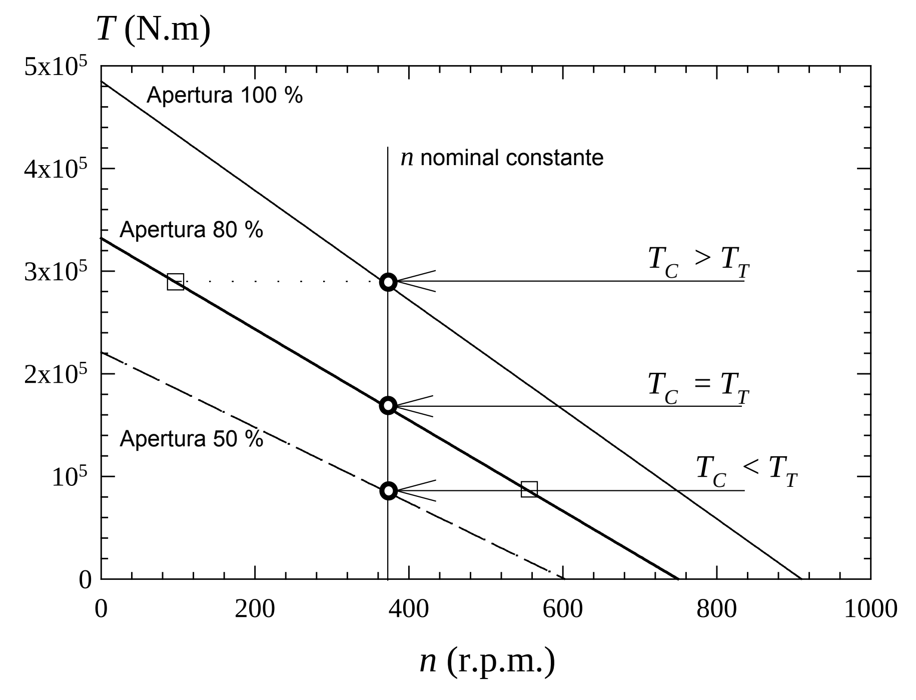


Figura 14.13: Curva par-velocidad de giro típica para una turbina Francis (velocidad de giro nominal 375 r.p.m., potencia nominal 6.500 kW), utilizada para el problema de la regulación de una central hidroeléctrica.

14.8 Sistema eléctrico. Generadores. Automatización

14.8.1 Multiplicadores de velocidad

Los multiplicadores de velocidad son utilizados cuando la velocidad de rotación del rodete de la turbina es inferior a la velocidad de giro del rotor del generador eléctrico. Hasta hace pocos años, la velocidad estándar para el rotor de los generadores era de 1000–1500 r.p.m.,

mientras que los rodetes más rápidos raramente sobrepasaban las 500 r.p.m. La utilización de multiplicadores originaba diversos inconvenientes, entre los que se encuentran la disminución de la eficiencia, y los problemas de mantenimiento (lubricación, refrigeración, vibraciones, alineamiento). Actualmente, se fabrican generadores lentos, que permiten el acoplamiento directo entre la turbina y el generador a través del mismo eje.

14.8.2 Generadores eléctricos

El generador eléctrico produce energía eléctrica a partir de la energía mecánica disponible en el eje de la turbina. En un principio, se utilizaban generadores de corriente continua, pero actualmente todos producen corriente alterna trifásica (se denominan también alternadores). El principio de generación se basa en la ley de inducción electromagnética de Faraday. El rotor o inductor móvil gira en el interior del estátor o inducido fijo, de modo que se genera una corriente eléctrica aprovechable en las bobinas dispuestas al efecto.

En general, los generadores tienen rendimientos elevados: para bajas potencias (10 kW), en torno al 90 %, pero para potencias más altas (a partir de unos 100 kW), sube al 97 %, de modo que para grandes potencias, los generadores pueden alcanzar rendimientos cercanos al 99 %.

GENERADORES SÍNCRONOS

El generador síncrono se denomina así porque el rotor debe girar a la velocidad de sincronismo, dada por la expresión escrita antes. Efectivamente, para que las bobinas arrolladas en los polos del rotor creen un campo magnético, se precisa una excitación de corriente continua. Antes de ser conectados a la red, un sistema de excitación con regulador de tensión genera una corriente con las mismas características que la de red, y que suministra además la energía reactiva necesaria una vez conectados. Se deduce entonces que este tipo de generador puede funcionar aislado de la red (funcionamiento en isla). Por este motivo, estos generadores eran muy utilizados hace años, cuando parte de la energía eléctrica producida era en pequeñas centrales, aisladas de la red general.

Los generadores síncronos necesitan entonces de un sistema de regulación de velocidad como el que se ha descrito anteriormente. En general, son más caros que los asíncronos, y de una operación más compleja. Podría pensarse que su utilización hoy en día no debería ser muy elevada, pero se siguen empleando abundantemente puesto que en determinadas condiciones, pueden tener rendimientos y prestaciones superiores a los asíncronos.

GENERADORES ASÍNCRONOS

Los generadores asíncronos pueden considerarse motores de inducción con rotor en jaula de ardilla, funcionando en modo inverso, y que giran a una velocidad directamente relacionada con la frecuencia de la red a la que están conectados. Extraen de la misma red la corriente de excitación necesaria, así como la energía reactiva necesaria para su magnetización. Pueden requerir baterías de condensadores para compensar la energía reactiva. Se deduce entonces que no pueden producir electricidad si están aislados de la red, ya que son incapaces de suministrar su propia corriente de excitación.

Los generadores asíncronos no precisan entonces de un sistema de regulación de velocidad en la turbina, aunque normalmente sí que se instalan, puesto que se requiere que la producción sea con una velocidad de giro nominal de la turbina constante. La conexión a la red es a través de un interruptor automático, una vez que se sobrepasa ligeramente la velocidad de sincronismo. En principio, los generadores asíncronos son más baratos y robustos que los síncronos.

GENERADORES ALTERNATIVOS

Existen otros tipos alternativos de generador, tales como el VSG ('Vector Signal Generator'). Este tipo, más reciente que los anteriores, permite generar electricidad con velocidad variable, pero manteniendo constantes la tensión y la frecuencia. La turbina puede funcionar entonces a diferentes velocidades de giro. Estos generadores se sincronizan con la red incluso antes de comenzar a girar. Han sido muy experimentados en el mundo de la Energía Eólica, pero hasta el momento tienen una expansión limitada en la Hidráulica, puesto que tienen un mayor precio, y también alguna restricción en cuanto a potencia de generación. Por otro lado, es preciso tener en cuenta que las turbinas se diseñan para alcanzar los mayores rendimientos a una cierta velocidad nominal.

TRANSFORMADORES

La tensión de generador viene determinada por la potencia del generador. Para potencias no muy elevadas (hasta unos 1500 kW), la generación se suele hacer a 380 V. Para potencias mayores, la generación se hace normalmente a 6.000/6.600 V. Teniendo en cuenta que la tensión de transporte de la energía eléctrica puede ser de 132.000 V o superior, se necesitan transformadores para elevar la tensión desde la generación a la red de transporte.

14.8.3 Automatización

La automatización de una central hidroeléctrica persigue reducir los costes de operación y mantenimiento, aumentar la seguridad de los equipos propios de la central, y optimizar el aprovechamiento energético global de las instalaciones. El grado de automatización de la central es variable y depende de una serie de factores, entre los que se encuentran la ubicación y tipo de la central, las posibilidades de regulación del equipamiento instalado, y el coste de personal especializado, con arreglo al presupuesto disponible.

La automatización puede acometerse por etapas. En primer lugar, puede abordarse una automatización parcial, en la que se incluyan las alarmas por sobre velocidad de la turbina y la maniobra de parada. En una segunda etapa, se puede llegar a la automatización total, en la que el arranque, la regulación y la parada de la instalación estén incluidos.

La automatización total de la central, ya sea de tipo convencional o de tipo digital, debe incluir una serie de prestaciones:

- Flexibilidad en las operaciones habituales de control.
- Las operaciones preliminares a la puesta en marcha del grupo, tales como el suministro de aceite a presión a los cojinetes y el arranque de la bomba de aceite deben estar totalmente automatizadas.
- En cuanto a la puesta en marcha del grupo, debe existir una sincronización perfecta entre las operaciones de apertura de la válvula general de admisión de agua a las turbinas, así como de la conexión eléctrica del grupo a la red general.
- Como se ha indicado, la regulación del grupo debe ser tal que la turbina gire a un número de vueltas constante, por lo que la operación sobre el distribuidor de la turbina debe ser uno de los puntos clave de la automatización.
- Las operaciones de parada normal y de parada de emergencia deben estar contempladas, siendo preferible disponer de diversas opciones.

En cualquier caso, la automatización de una central debe perseguir el aprovechamiento óptimo de la misma, de modo que en último término debe conseguirse una optimización del funcionamiento en conjunto de toda la instalación.

14.9 Procedimientos administrativos. Impacto ambiental

Los procedimientos administrativos necesarios para llevar a cabo una explotación hidráulica son trabajosos, y en cualquier caso requieren del estudio de la reglamentación que exista en cada territorio. Simplemente se indicará a continuación alguna directiva de carácter general.

14.9.1 Permiso de uso del agua

En la mayoría de países europeos, el primer paso para realizar una explotación hidráulica es obtener el *permiso de uso del agua*. En España, la ley de referencia es el correspondiente al RD 1/2001 de 20 de julio, la "Ley de Aguas". Algunos puntos destacables de esta ley son los siguientes:

- El uso del agua (sea para el fin que sea) queda absolutamente subordinado al interés general.
- Las concesiones serán para 75 años, pero están supeditadas a cualquier tipo de contingencia que sea de interés general, y a las modificaciones oportunas de los planes de cuenca.
- En principio, para explotaciones de potencia superior a 5.000 KVA, la concesión correrá a cargo del Gobierno de España (Ministerio), y para potencias inferiores, a las Confederaciones Hidrográficas.

14.9.2 Estudio de impacto ambiental

Para obtener la utilización del uso del agua, es necesario llevar a cabo un *Estudio de Impacto Ambiental* (EIA) del proyecto de explotación hidráulica. Se entiende a este como un análisis científico y técnico que realiza un inventario de la situación inicial y predice lo que ocurrirá cuando el proyecto esté en explotación. El estudio debe incluir, como mínimo, los siguientes puntos:

a) La evaluación de los efectos previsibles, directos e indirectos, sobre cualquier tipo de medio o entorno que puede ser afectado por el proyecto.
b) Las medidas previstas para paliar los efectos negativos.
c) Un resumen del estudio y unas conclusiones en términos fácilmente comprensibles.
d) Un programa de vigilancia ambiental.

En general para cualquier tipo de uso del agua, el EIA debe cumplir tres fines fundamentales:

1) Conseguir la protección del medio ambiente.
2) Dar una información clara y diáfana a las autoridades y al público en general.
3) Proporcionar una ayuda a la toma de decisiones, tanto de los órganos de la administración como del inversor.

El estudio de impacto ambiental se somete en España y en la mayoría de países desarrollados a exposición pública. Las alegaciones realizadas, y en general todo el proceso de información pública está regido por una oficina auditora; esta se encarga de efectuar el informe dirigido a la administración competente que finalmente toma la decisión sobre el proyecto presentado.

14.9.3 Guía para un estudio de impacto ambiental

Centrando la atención en los proyectos de explotación hidroeléctrica, los OBJETIVOS DEL ESTUDIO DE IMPACTO AMBIENTAL previo a la construcción de la central pueden resumirse como sigue:

- Identificar cualitativa y cuantitativamente todos los posibles impactos ambientales.
- Predecir los impactos ambientales temporalmente, es decir, en cada fase del proyecto.
- Prevenir en la medida de lo posible todos los impactos identificados.
- Comunicar los impactos ambientales a los agentes sociales y a los órganos gubernamentales.

Las *fases* por las que pasa la vida de cualquier central hidroeléctrica se pueden organizar como sigue:

- Fase preoperacional
- Fase de construcción
- Fase de explotación
- Fase de agotamiento

El estudio de impacto ambiental exige comparar la situación del entorno en cada una de las fases. Una vez seleccionada la mejor alternativa de proyecto desde el punto de vista ambiental, se deben diseñar las medidas correctoras y preventivas para reducir el impacto.

Las FASES DEL ESTUDIO DEL IMPACTO AMBIENTAL son las siguientes:

1 *Inventario ambiental*

Se trata de caracterizar el entorno en el que se sitúa el proyecto e inventariar los elementos básicos del medio ambiente: clima, calidad del aire, geología, geomorfología, hidrología, hidrogeología, edafología, vegetación, fauna, y ecosistemas. El inventario ambiental también debe incluir el estudio correspondiente al *medio humano y socioeconómico* (calidad de vida, reacción social, aprovechamiento de recursos, patrimonio, paisaje, ruido).

2 *Análisis del proyecto*

Se trata de identificar las causas de impacto en las fases de construcción y explotación. Los parámetros a estudiar son: los objetivos de producción de la central, la presencia de otras centrales en el mismo aprovechamiento, la potencia instalada, los caudales mínimos de equipamiento, la presa (diseño, altura y localización), caudales de derivación, características de las cámaras de carga y chimeneas de equilibrio, la tubería forzadas, los edificios a construir, la presencia de canales de desagüe de las turbinas, el plan de obras y actuaciones de repoblación forestal, el movimiento de tierras, la disposición y características del tendido eléctrico, las épocas de explotación previstas, etc.

3 *Identificación y valoración de impactos*

Se trata de analizar los posibles impactos que se van a producir y valorar su gravedad.

- En la fase de *construcción*, es preciso valorar la pérdida de suelos y erosión por obras civiles, la destrucción de la vegetación y del hábitat natural de los animales, los efectos sobre la fauna acuática, y las alteraciones paisajísticas.
- En la fase de *explotación,* se debe tener en cuenta la erosión hídrica que producen los caudales turbinados, la inmersión de suelos y vegetación, la descarga de limos, el cambio poblacional de la fauna acuática, el impacto sobre las aves por parte del tendido eléctrico, los cambios en las vías de acceso, la pérdida de zonas de interés paisajístico, etc.

Cada uno de estos efectos debe valorarse de modo apropiado. Por ejemplo, una clasificación puede ser: “compatible, moderado, severo o crítico”. Toda esta información, puesta de forma ordenada, da lugar a la llamada *matriz de impactos* (Figura 14.14).

4 *Establecimiento de medidas preventivas y correctoras*

- Por ejemplo, en la fase de *construcción* se puede iniciar la repoblación forestal, evitar vertidos accidentales, o soterrar las tuberías forzadas, entre otras actuaciones.

– En la fase de *explotación*, se construye la escala de peces, se crean zonas recreativas, se reponen vías de acceso alternativas, se mantiene un caudal ecológico y de servidumbre, o se insonoriza la casa de turbinación, por ejemplo.

5 *Programa de vigilancia ambiental e impactos residuales*

Se trata de establecer el sistema de control del seguimiento de la evolución de las alteraciones ambientales inducidas por el proyecto, incluyendo la eficacia de las medidas preventivas y correctoras.

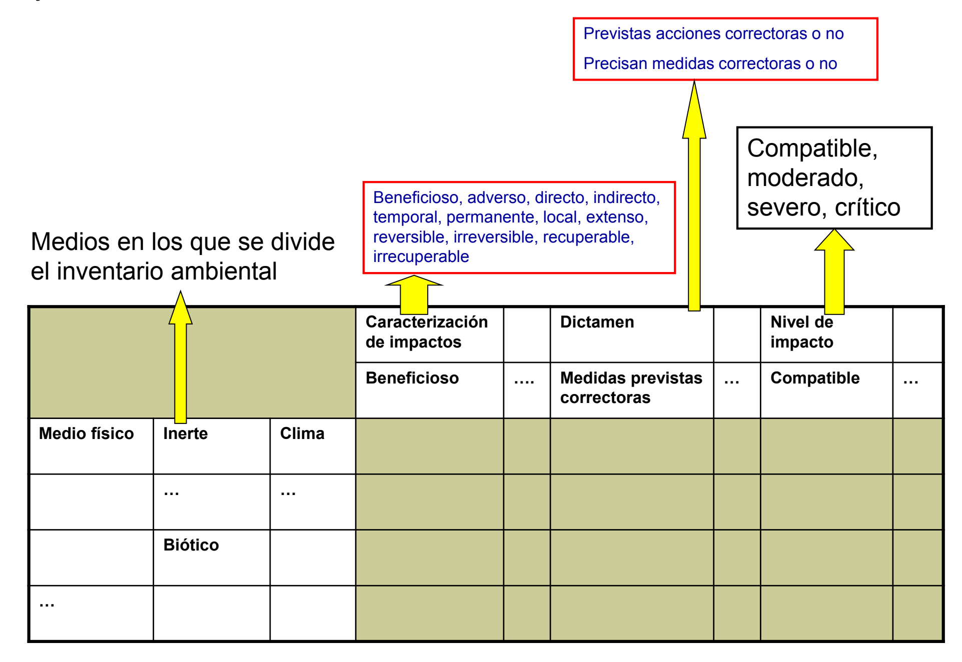


Figura 14.14: Esquema básico de la *matriz de impactos,* correspondiente a la fase de *identificación y valoración de impactos* de un estudio de impacto ambiental. Información tomada del Instituto para la Diversificación y el Ahorro de Energía (IDAE, www.idae.es).

Bibliografía consultada

Centrales Hidroeléctricas, II, *Turbinas Hidráulicas* (Hiberdrola, Endesa, Sevillana de Electricidad, Unión Fenosa), Paraninfo, 1994.

Charlier, R.H., y Finkl, C.W., *Ocean energy*, Springer-Verlag, Berlin, 2009.

Cuesta, L., y Villarino, E., *Aprovechamientos hidroeléctricos*, Tomos I y II, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid, 2000.

Red Eléctrica de España, *El Sistema Eléctrico Español 2015*, www.ree.es.

Fernández Díez, P., *Energía del mar*, www.es.pfernandezdiez.es (edición electrónica), 2016.

Hernández Krahe, J.M., *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, UNED, Madrid, 1976.

Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.

Rojas Rodríguez, S., y Martín Tejeda, V., *Centrales hidroeléctricas. Teoría y problemas*. Universidad de Extremadura, 1997.

Santo Pottess, E., *Centrales eléctricas*, Gustavo Gili, Barcelona, 1971.

Santo Sabrás, F., *Apuntes de Máquinas Hidráulicas*, 1º parte, E.T.S. de Ingenieros Industriales, Universidad de Navarra, 1994.

Zoppetti Judez, G., *Centrales hidroeléctricas: su estudio, montaje y ensayo*. Gustavo Gili, Barcelona, 1979.

Zu-Yan, M., Ed., *Mechanical Design and Manufacturing of Hydraulic Machinery*, Avebury, 1991.

Zipparro, V.J., y Hasen, H., Eds., *Davis' Handbook of Applied Hydraulics*, McGraw-Hill, 1993.

15. MÁQUINAS DE FLUIDOS DE COMPRESIBILIDAD DESPRECIABLE

15.1 Ventiladores. Ideas generales y clasificación

Puede definirse un ventilador como una máquina hidráulica generadora para gases. Por analogía, podría decirse que es una bomba rotodinámica de gas. Si el cambio en la densidad del gas es pequeño (lo que ocurre normalmente cuando el salto de presión a través de la máquina es pequeño), la teoría desarrollada para turbomáquinas hidráulicas será aplicable al estudio de los ventiladores. Si el cambio en la densidad del gas no es despreciable, la máquina en cuestión es un turbocompresor. Normalmente, el criterio que permite distinguir un ventilador de un turbocompresor es el de la relación de compresión (o salto de presión estática a través de la máquina). Cuando la calidad constructiva de estas máquinas no es muy alta, pueden considerarse ventiladores si la diferencia de presiones es inferior a 100 mbar; cuando la calidad es más alta, el límite es más estricto: en torno a 30 mbar.

En general, los ventiladores son utilizados en casos en los que es preciso mover un gran caudal de gas (normalmente, aire, o mezclas de aire con otros gases), con un pequeño salto de presión. Entre las aplicaciones más importantes de los ventiladores, puede citarse las siguientes: renovación de aire en salas de trabajo y reuniones; ventilación en minas; túneles y barcos; evacuación de humos; secado de productos industriales, o acondicionamiento de aire.

Los ventiladores pueden clasificarse según dos criterios principales: *según el salto de presión total comunicado*, Δp, y *según la dirección del flujo a través de la máquina*.

Según el primer criterio, pueden distinguirse:

- *Ventiladores de baja presión*, para $\Delta p < 10$ mbar.
- *Ventiladores de media presión*, para 10 mbar $< \Delta p < 30$ mbar.
- *Ventiladores de alta presión*, para 30 mbar $< \Delta p < 100$ mbar. Se encuentran en el límite de aceptación como máquinas hidráulicas. A menudo se les denomina "soplantes".

Según el segundo criterio, pueden distinguirse los tipos siguientes:

- *Ventiladores centrífugos*. Por ejemplo, en la Figura 15.1 puede observarse un ventilador centrífugo de tambor.
- *Ventiladores axiales*. Puede observarse un ejemplo en la Figura 15.2.
- *Ventiladores tangenciales*. Véase un esquema en la Figura 15.3.

Los ventiladores axiales proporcionan en general mayor caudal y menor salto de presión que los centrífugos, siendo por tanto recomendables, por ejemplo, para la ventilación forzada a través de conductos cortos y de gran diámetro. Los ventiladores

centrífugos, en cambio, son más apropiados para la ventilación forzada a través de conducciones largas y ramificadas.

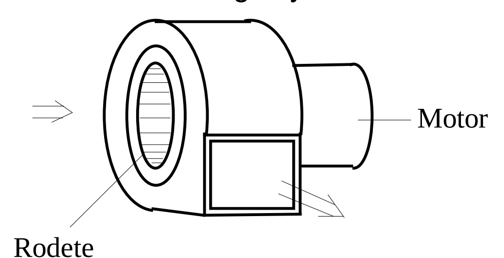


Figura 15.1: Ventilador centrífugo de tambor.

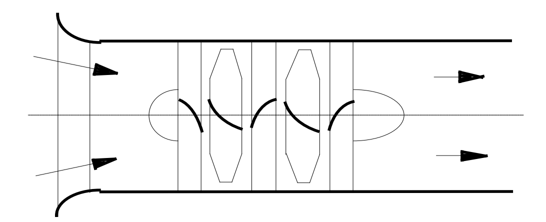


Figura 15.2: Ventilador axial de dos etapas.

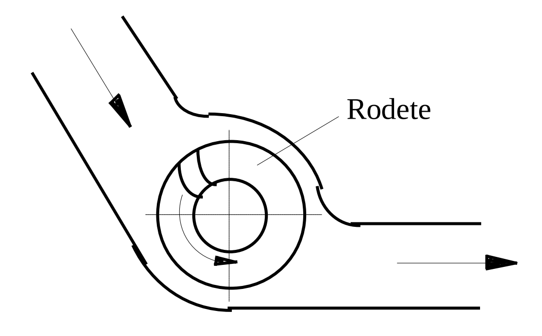


Figura 15.3: Ventilador de tipo tangencial.

15.2 Parámetros significativos de los ventiladores en función del salto de presión

La teoría desarrollada para las turbomáquinas hidráulicas es aplicable con toda generalidad a los ventiladores (a excepción de los fenómenos de cavitación, que lógicamente no aparecen en este tipo de máquinas). A continuación, se exponen ciertas salvedades a tener en cuenta en los ventiladores, centrando la atención posteriormente en las características específicas de los tipos centrífugo y axial.

En general, en los ventiladores se habla de "saltos de presión", $\Delta p = \rho g \Delta H$, puesto que no tiene el mismo sentido físico tratar de "alturas", ΔH, cuando el fluido de trabajo es un gas y no un líquido[50]. Así pues, si se considera que el flujo está totalmente guiado (número infinito de álabes) la Ecuación de Euler resulta

$$\Delta p_{t,\infty} = \rho(u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1}) = \rho\left(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}\right). \tag{15.1}$$

Este salto de presión teórico con número infinito de álabes, $\Delta p_{t,\infty}$, debe corregirse para tener en cuenta la desviación del flujo por el efecto de un número finito de álabes, obteniéndose Δp_t. En cualquier caso, la Ecuación de Euler es válida, de modo que Δp_t

50 En el caso de trabajar con “alturas”, estas se refieren a las medidas mediante manómetros, normalmente expresadas en unidades de columna de agua (en la mayoría de ocasiones, la unidad empleada es el mm). En este caso, la formulación es idéntica a la definida en el caso de bombas.

puede hallarse mediante la ecuación anterior, pero sustituyendo las componentes de velocidad reales del flujo, y no las correspondientes al flujo guiado. En adelante, se hablará únicamente de Δp_t. El salto de presión estática a través del rotor puede ponerse (véase la Sección 4.7)

$$\Delta p_{e,R} = \frac{\rho}{2}(u_2^2 - u_1^2 + w_1^2 - w_2^2), \tag{15.2}$$

y el salto de presión dinámica,

$$\Delta p_{d,R} = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2), \tag{15.3}$$

de modo que el grado de reacción en el rotor puede definirse por

$$\sigma_R = \frac{\Delta p_{e,R}}{\Delta p_{e,R} + \Delta p_{d,R}} = \frac{\Delta p_{e,R}}{\Delta p_t}. \tag{15.4}$$

Por otro lado, el salto de presión total o de remanso a través del ventilador, que se llamará simplemente Δp, es la diferencia de presión (estática más dinámica) entre la salida (*s*) y la entrada (*e*) de la máquina,

$$\Delta p = \Delta p_t - \Delta p_i = p_s - p_e + \rho \frac{v_s^2 - v_e^2}{2}, \tag{15.5}$$

siendo Δp_i las pérdidas internas de presión en los diferentes elementos de la máquina. Lógicamente, la mayor parte de estas pérdidas tienen lugar en el rodete. Puede definirse entonces el rendimiento hidráulico por

$$\eta_h = \frac{\Delta p}{\Delta p_t}. \tag{15.6}$$

Los rendimientos volumétrico y orgánico tienen en los ventiladores la misma definición que en turbomáquinas hidráulicas. Lo mismo ocurre con las potencias, aunque se ponen a continuación en función de los correspondientes saltos de presión. La potencia total comunicada al fluido puede ponerse

$$W = Q\Delta p. \tag{15.7}$$

La potencia interna es

$$W_i = (Q + Q_f)\Delta p_t, \tag{15.8}$$

siendo Q_f el caudal de fugas externas e internas. Por último, la potencia de accionamiento en el eje del ventilador, W_V, puede ponerse

$$W_V = \frac{Q\Delta p}{\eta_v \eta_h \eta_o} = \frac{Q\Delta p}{\eta_t}, \tag{15.9}$$

es decir, que el rendimiento total se define del mismo modo a como se ha hecho anteriormente,

$$\eta_t = \eta_v \eta_h \eta_o. \tag{15.10}$$

15.3 Rotores y curvas características de ventiladores

15.3.1 Ventiladores centrífugos

Los rodetes de los ventiladores centrífugos tienen diversas formas constructivas. En lo que se refiere a la forma de los álabes, como ocurre en bombas hidráulicas, se tienen los tipos siguientes:

- *Álabes curvados hacia adelante* ($\beta_2 > 90°$). También llamados multipala, o tipo Sirocco (Figura 15.4a).
- *Álabes radiales* ($\beta_2 = 90°$). Son los más simples y también los más clásicos. También se les llama de paletas (Figura 15.4b).
- *Álabes curvados hacia atrás* ($\beta_2 < 90°$). Son los de mayor rendimiento (Figura 15.4c).

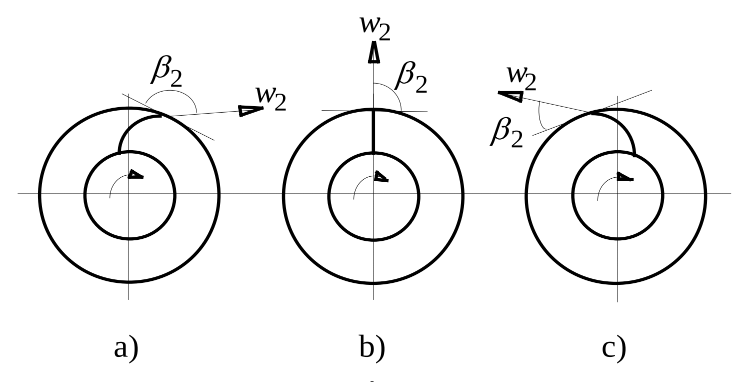


Figura 15.4: Tipos de ventiladores centrífugos: a) Álabes curvados hacia adelante. b) Álabes radiales. c) Álabes curvados hacia atrás.

β_2	μ_t	η_h	ψ_p
> 90º	1,1–1,6	0,60–0,75	0,60–1,20
= 90º	0,85–0,95	0,65–0,80	0,60–0,76
< 90º	0,50–0,80	0,70–0,90	0,35–0,72

Tabla 15.1: Valores característicos de los coeficientes de presión y de torsión, así como del rendimiento hidráulico, para ventiladores centrífugos, en función del ángulo del álabe en la salida del rodete.

Un método práctico de estimación de la presión desarrollada por el ventilador es el basado en el denominado *coeficiente de presión*. Definiendo el *coeficiente de torsión* μ_t como la relación entre la componente acimutal de la velocidad en la salida y la velocidad de arrastre también en la salida del rodete,

$$\mu_t = \frac{v_{u2}}{u_2}, \tag{15.11}$$

mediante la Ecuación de Euler, suponiendo que no existe prerrotación del flujo ($v_{u1} = 0$), se obtiene que

$$\Delta p = \eta_h \mu_t \rho u_2^2, \tag{15.12}$$

de modo que si se define el coeficiente de presión por

$$\psi_p = \frac{\Delta p}{\rho u_2^2} = \eta_h \mu_t, \tag{15.13}$$

este coeficiente puede utilizarse para el cálculo aproximado de la presión para los tres tipos de ventiladores, en función del tipo de álabe. Los valores usuales de ψ_p son los que aparecen en la Tabla 15.1.

CURVAS CARACTERÍSTICAS

En las Figuras 15.5 y 15.6 pueden observarse las curvas características de un ventilador con velocidad de giro constante, y de un ventilador con velocidad de giro variable, respectivamente. En la Figura 15.7 puede verse una curva característica en forma adimensional.

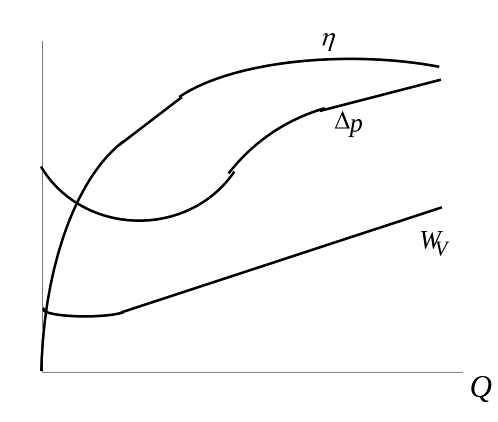


Figura 15.5: Curva característica de un ventilador centrífugo, con velocidad de giro constante.

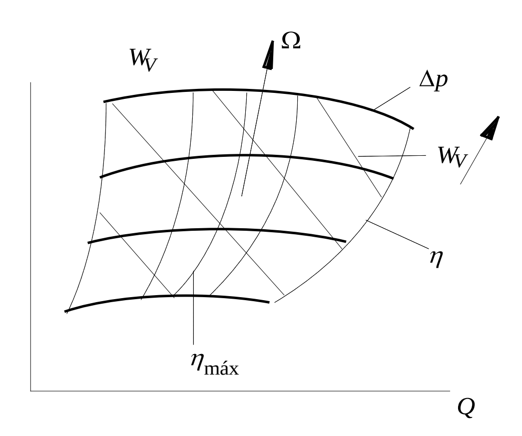


Figura 15.6: Curva característica de un ventilador centrífugo, con velocidad de giro variable.

Las formas que adoptan las curvas características de los ventiladores se determinan principalmente por la relación entre los diámetros exterior e interior del rodete, por el ángulo de salida del álabe y por la forma del perfil de dicho álabe. En función del tipo de ventilador que se tenga, la curva característica Δp–Q toma una forma que se asemeja en mayor o menor medida a la de una bomba; sin embargo, en ocasiones, adopta una forma llamada de *silla* (como la que aparece en la Figura 15.5). La característica en forma de silla es propia de los ventiladores con altos valores de β_2 y pequeña extensión radial de los álabes (pequeño valor de D_2/D_1). El funcionamiento de los ventiladores con característica en forma de silla, para valores altos de Δp, puede resultar inestable, por lo que no es aconsejable su uso.

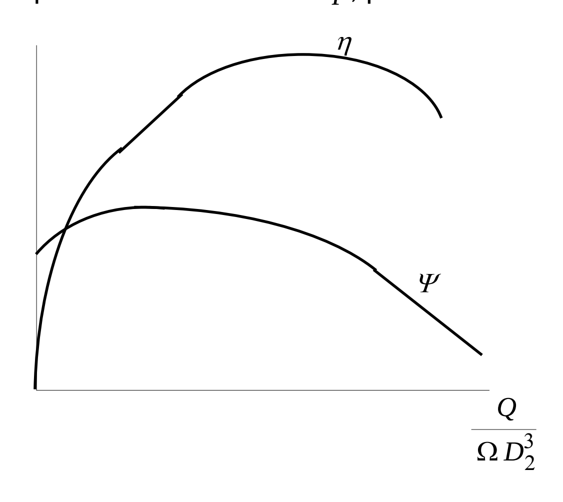


Figura 15.7: Curvas características típicas de un ventilador centrífugo, en forma adimensional.

15.3.2 Ventiladores axiales

El tipo más común de ventilador axial es el conocido como *helicoidal*, de pala ancha, o extractor. La teoría desarrollada para turbomáquinas axiales es plenamente válida para los ventiladores axiales, de modo que sólo se señalarán algunos aspectos especiales en los ventiladores. De la Ecuación de Euler, para una superficie de corriente cilíndrica concéntrica con el eje de la máquina axial, puede deducirse que

$$\Delta p_t = \rho u^2 \phi \left(\frac{1}{\tan \beta_1} - \frac{1}{\tan \beta_2} \right), \tag{15.14}$$

siendo $\phi = v_a/u$, y con el ángulo β definido como se recuerda en la Figura 15.8.

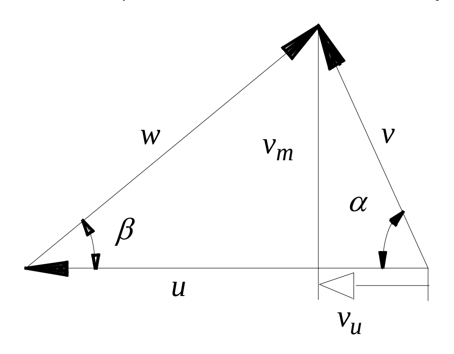


Figura 15.8: Triángulo de velocidades estándar utilizado a lo largo del texto.

En ventiladores axiales, dado que muchas veces el rodete se encuentra inmerso en el conducto de ventilación (o de extracción), se suele definir un parámetro que cuantifica las pérdidas totales en la red, llamado *efectividad de la red*. Este parámetro tiene en cuenta tanto las pérdidas hidráulicas que tienen lugar a través del ventilador, como las pérdidas hidráulicas que aparecen a lo largo del conducto en el que el ventilador está situado[51].

El rendimiento hidráulico en ventiladores axiales suele estar comprendido entre 0,75 y 0,92, y el total, entre 0,70 y 0,90. Lógicamente, los valores de la efectividad de la red dependen de las características constructivas de los conductos de aspiración o de extracción.

CURVAS CARACTERÍSTICAS

En el caso de los ventiladores centrífugos, ya se vio anteriormente que la curva característica Δp–Q puede tener en ocasiones forma de silla, para ventiladores con saltos de presión altos. En el caso de ventiladores axiales, es mucho más frecuente que la curva característica tenga forma de silla (caso *a* de la Figura 15.9); no obstante, en máquinas axiales de salto de presión pequeño, es posible encontrar una curva característica de forma decreciente (caso *b* de la Figura 15.9).

El mínimo local que aparece en el caso a) de la Figura 15.9 en la curva característica con forma de silla se debe a la presencia de capas límite sobre las paredes de los álabes (Capítulo 8). Esto repercute por un lado en una modificación importante del flujo inicialmente supuesto, para un cierto rango de caudales inferiores al nominal, y por el otro en la reducción de la fuerza sustentadora de los álabes, que se acentúa para elevados ángulos de ataque (el mismo efecto fue comentado para el caso de bombas axiales en el Capítulo 9). En los ventiladores axiales, la curva de rendimiento normalmente tiene un máximo pronunciado; el rendimiento cae por lo tanto bruscamente cuando la máquina funciona en puntos distintos al nominal.

[51] Obsérvese que si el ventilador propiamente dicho está compuesto por una sola etapa de álabes, un conducto de admisión y un difusor, de modo que podemos llevar la entrada del ventilador a la entrada de la red, y la salida del ventilador a la salida de la red, la efectividad de la red es simplemente el rendimiento hidráulico.

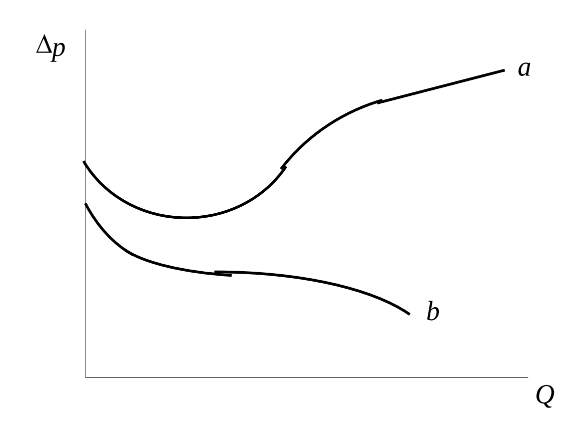


Figura 15.9: Dos tipos de curvas características típicas de un ventilador axial.

15.4 Aplicaciones de los ventiladores. Tiro natural o autotiro

Las condiciones de funcionamiento de un ventilador que suministra (o extrae) aire en una instalación dependen esencialmente de las características de ésta última. Las diferencias de densidad del fluido en puntos distintos de la instalación intervienen en el comportamiento del ventilador. Esto puede verse con un ejemplo típico de aplicación de los ventiladores. Supóngase que un ventilador toma aire del conducto de cola de una caldera, y lo envía a través de una chimenea a la atmósfera, como muestra el esquema de la Figura 15.10. El punto 1 es la entrada del ventilador, el punto 2 es la salida del mismo, y el punto 3 es la salida de la chimenea. El gas que se extrae de la caldera tiene una densidad ρ_g, y el aire del ambiente, ρ_a. Puesto que la chimenea suele ser de grandes dimensiones (350/400 m en muchas ocasiones), la presión ambiente a la altura de salida de la chimenea es considerablemente menor que la presión a ras del suelo, p_0, de modo que, por fluidoestática, se cumple que $p_{H\text{chim}} = p_0 - \rho g H_{\text{chim}}$.

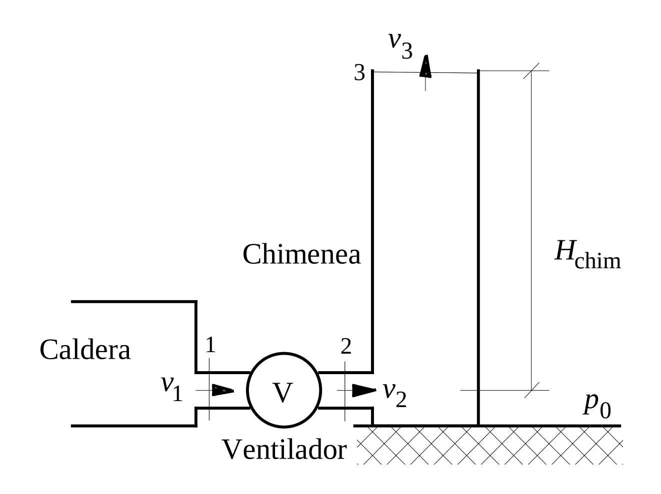


Figura 15.10: Esquema para el estudio del tiro natural o autotiro, como aplicación de los ventiladores.

Por otro lado, la presión en 2 está dada por

$$p_2 = p_3 + \rho_g g H_{\text{chim}} + \Delta p_{23}, \tag{15.15}$$

siendo Δp_{23} las pérdidas de presión entre los puntos 2 y 3. El salto de presión a través del ventilador puede calcularse por

$$\Delta p = (p_2 + \tfrac{1}{2}\rho_g v_2^2) - (p_1 + \tfrac{1}{2}\rho_g v_1^2) + \Delta p_{12}, \tag{15.16}$$

siendo Δp_{12} la pérdida de presión entre los puntos 1 y 2. Operando con las Ecuaciones (15.15) y (15.16), definiendo las presiones relativas en 1 y en 3 por

$$p_{1,\mathrm{rel}} = p_1 - p_0, \quad p_{3,\mathrm{rel}} = p_3 - (p_0 - \rho_a g H_{\mathrm{chim}}), \tag{15.17}$$

y suponiendo que $v_2 = v_3$, se llega a la siguiente expresión para el salto de presión a través del ventilador:

$$\Delta p = p_{3,\mathrm{rel}} - p_{1,\mathrm{rel}} + \tfrac{1}{2}\rho_g (v_3^2 - v_1^2) - (\rho_a - \rho_g) g H_{\mathrm{chim}} + \Sigma_j \Delta p_j, \tag{15.18}$$

donde el sumatorio recoge todas las pérdidas de presión entre los puntos 1 y 3. El término

$$(\rho_a - \rho_g) g H_{\mathrm{chim}} \tag{15.19}$$

se conoce como *tiro natural* o *autotiro.* Este es un término que, en función del signo que tenga, puede disminuir el salto de presión a suministrar por el compresor. Se tienen las siguientes posibilidades:

- Si $\rho_a = \rho_g$, el autotiro es nulo.
- Si $\rho_a > \rho_g$ (es el caso en que el gas de la chimenea está más caliente que el del ambiente) el autotiro es positivo, de modo que la altura que debe suministrar el ventilador es menor que la del caso de autotiro nulo.
- Si $\rho_a < \rho_g$ (caso en que el gas de la chimenea está más frío que el del ambiente) el autotiro es negativo, de modo que la altura del ventilador es mayor que la correspondiente a autotiro nulo.

15.5 Aeroturbinas. Conceptos generales

Los movimientos del aire en la atmósfera producidos por el desigual calentamiento solar de la superficie de la Tierra, constituyen una importante fuente de energía, que puede ser aprovechada mediante las aeroturbinas. Estas máquinas han sido utilizadas desde la antigüedad para bombear agua (las panémonas chinas), o moler grano (molinos de viento), por ejemplo. Durante el siglo XIX, las máquinas eólicas se siguieron perfeccionando (multipalas americanas para el bombeo de agua), pero puede decirse que el avance fundamental se debe a Paul La Cour (1846-1908), que construyó la primera turbina eólica generadora de electricidad en 1891. Las modernas aeroturbinas de tres palas y eje horizontal, dispuestas sobre parques eólicos en zonas apropiadas para el aprovechamiento de la energía eólica, constituyen actualmente una importante fuente generadora de energía eléctrica, limpia e inagotable.

Puede decirse que una aeroturbina es una turbomáquina en la que la ausencia de carcasa lleva a que el efecto del rotor se extienda a puntos alejados del fluido, y en la que no aparecen elementos como el distribuidor o el difusor. A pesar de la ausencia de estos componentes, una aeroturbina puede analizarse como una turbomáquina, aplicando los principios de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía al fluido que pasa a través del rotor. Los cambios de densidad del aire al atravesar el rotor son despreciables, de modo que una aeroturbina puede considerarse en realidad como una máquina hidráulica.

Si el aire atraviesa el rotor con dirección paralela al eje del rotor, la máquina se denomina de *eje horizontal* (véase la Figura 15.11a). Las aeroturbinas de eje horizontal de 1, 2 o 3 palas constituyen la mayoría de aerogeneradores que se construyen en la actualidad. Tienen ciertas analogías en su funcionamiento con las turbinas hidráulicas axiales Más adelante se tratará más en detalle el funcionamiento de este tipo de aeroturbina.

Si la dirección es normal al eje, se denominan de *eje vertical* (Figura 15.11b). Su funcionamiento difiere claramente de las turbinas hidráulicas radiales. Entre las eólicas de eje vertical, podemos distinguir entre las de tipo *Savonius* (Figura 15.11b), que cuentan con un rotor formado por un álabe torsionado en forma de S, y cuyo principio de funcionamiento

se basa en la fuerza de resistencia al viento, y las de tipo *Darrieus*[52] (Figura 15.12), en las que la sección recta de las palas es un perfil aerodinámico que se mueve por el efecto de la sustentación. En este tipo de turbina, los álabes se colocan en el rotor siguiendo una trayectoria circular, de modo que el ángulo de ataque es distinto para cada álabe en una misma sección transversal del rotor. Para que el rotor produzca un par, es necesario que exista siempre una componente de fuerza en la dirección del movimiento. En la Figura 15.12 puede observarse que existe una componente de la fuerza de sustentación en dirección tangencial para cualquier posición del álabe, por lo que se produce un par favorable.

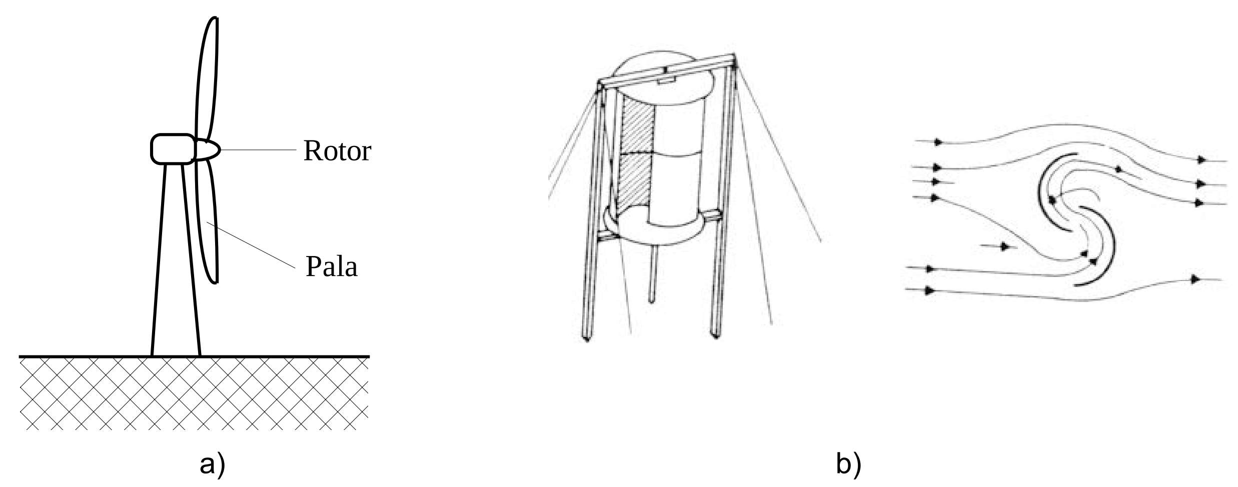


Figura 15.11: a) Esquema básico de una aeroturbina de eje horizontal. b) Modelo de funcionamiento esquemático de una aeroturbina tipo Savonius.

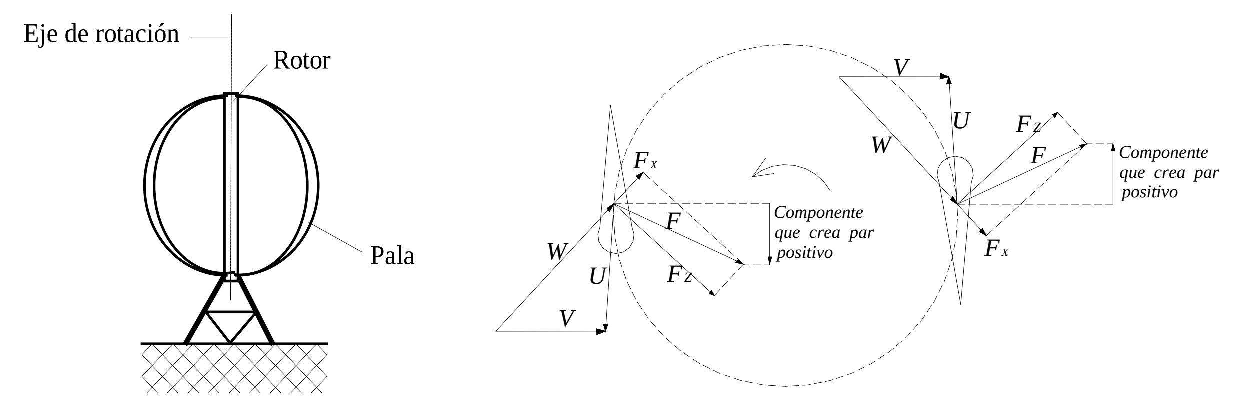


Figura 15.12: Esquema básico de funcionamiento de una aeroturbina de eje vertical, tipo Darrieus. La fuerza de resistencia es F_x y la de sustentación F_z.

Independientemente de la disposición constructiva, en general, una aeroturbina debe diseñarse para operar de modo continuo a velocidad de giro constante, para distintas condiciones meteorológicas y diversas direcciones y velocidades del viento. Esto se verá en la siguiente sección, para el caso de las aeroturbinas de eje horizontal.

15.6 Aeroturbinas de eje horizontal

En lo que sigue, centraremos la atención en las aeroturbinas de eje horizontal, puesto que es el tipo de eólica que actualmente consigue las mayores potencias y rendimientos. No

[52] Si los álabes son cilíndricos, se denomina tipo Madaras.

obstante, algunos de los conceptos que se desarrollan son generales, como por ejemplo el límite de potencia obtenible de Betz, que se demuestra a continuación.

15.6.1 Teoría de Betz o del disco actuador

La *teoría de Betz o teoría del disco actuador* lleva a determinar la máxima potencia extraíble de una vena fluida, suponiendo ciertas condiciones ideales:

El aire es ideal e incompresible

Las líneas de corriente que definen el volumen de control separan perfectamente el fluido perturbado del no perturbado.

La fuerza desarrollada en el rotor es constante.

El rotor no induce rotación en la estela de salida.

La presión estática en los puntos 1 y 2 (Figura 15.13), suficientemente alejados aguas arriba y aguas abajo, respectivamente, del rotor, como para suponer propiedades constantes, coincide con la presión estática del fluido sin perturbar.

Puede simularse el rotor de una aeroturbina como un disco de área A del que se extrae cierta cantidad de energía de la corriente de aire (véase la Figura 15.13). El disco actuador provoca una divergencia en las líneas de corriente que separan el fluido perturbado del no perturbado, y una aceleración del fluido desde la velocidad aguas arriba, V_1, hasta la velocidad aguas abajo, V_2. En la sección del actuador, la velocidad es V. Suponiendo que la densidad del aire es constante, por continuidad debe cumplirse que

$$A_1 V_1 = A_2 V_2, \tag{15.20}$$

La fuerza ejercida por el motor eólico sobre el aire en movimiento puede calcularse por el Teorema de Euler:

$$F_D = \rho Q (V_1 - V_2) = \rho A V (V_1 - V_2), \tag{15.21}$$

y la potencia resulta

$$W_T = F_D V = \rho A V^2 (V_1 - V_2). \tag{15.22}$$

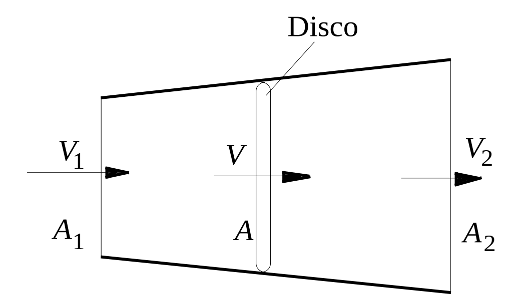


Figura 15.13: Esquema de trabajo para la aplicación de la teoría del disco actuador o teoría de Betz en aeroturbinas.

Con las condiciones ideales expuestas anteriormente, la ecuación de conservación de la energía mecánica resulta

$$W_T = \rho Q \left(\frac{V_1^2}{2} - \frac{V_2^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \rho A V (V_1^2 - V_2^2), \tag{15.23}$$

expresión que debe ser forzosamente igual a la anterior, de modo que se obtiene

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2}. \tag{15.24}$$

Sustituyendo el valor de V en (15.22), resulta

$$W_T = \frac{1}{4}\rho AV(V_1^2 - V_2^2)(V_1 + V_2). \qquad (15.25)$$

Suponiendo que la energía inicial disponible en la vena fluida es la correspondiente a la velocidad V_1 del fluido, y que ésta se mantiene constante, puede derivarse la expresión anterior respecto de V_2 con objeto de hallar la potencia máxima disponible,

$$\frac{\mathrm{d}W_T}{\mathrm{d}V_2} = 0 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{3}, \qquad (15.26)$$

de donde se obtiene

$$W_{T,máx} = \frac{8}{27}\rho AV_1^3, \qquad (15.27)$$

expresión conocida como *límite de Betz*. Esta fórmula pone de manifiesto que la potencia extraíble depende de la densidad del fluido, de la sección del rotor y de la velocidad de la corriente incidente (sobre todo de esta última, al estar elevada al cubo). Puede encontrarse además el valor del rendimiento máximo de la aeroturbina,

$$\frac{W_{T,máx}}{W_{inicial}} = \frac{(8/27)\rho AV_1^3}{(1/2)\rho AV_1^3} = \frac{16}{27}, \qquad (15.28)$$

es decir, que no es posible obtener un rendimiento superior al 59,3 %, tomando como referencia la energía cinética inicial de la vena fluida.

15.6.2 Curva de potencia de una aeroturbina de eje horizontal

La potencia obtenida de una aeroturbina de eje horizontal, en función de la velocidad de viento incidente V_1, toma la forma tipo que se muestra en la Figura 15.14.

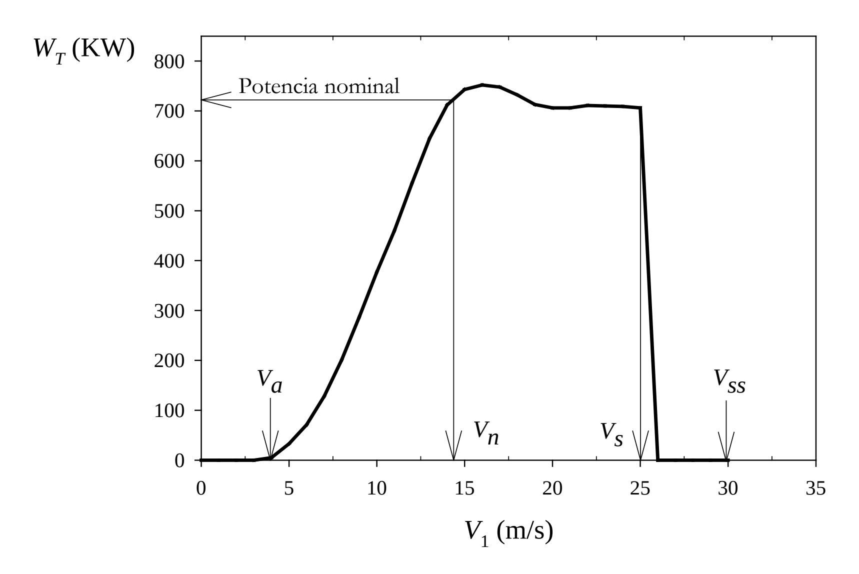


Figura 15.14: Curva de potencia típica de una aeroturbina de eje horizontal.

Pueden distinguirse cuatro velocidades clave:

- V_a es la *velocidad de arranque*, a partir de la que el par conseguido es el necesario para empezar a producir, por ejemplo, energía eléctrica en el generador.
- V_n es la *velocidad nominal*, a la que se alcanza el valor de la potencia de diseño.

- V_s es la *velocidad de parada*, a la que un dispositivo de seguridad bloquea la aeroturbina para impedir desperfectos, cuando el viento es muy elevado.
- V_{ss} es la *velocidad de supervivencia*, por encima de la que la aeroturbina puede recibir daños permanentes.

En la mayoría de aerogeneradores actuales, el sistema de regulación de la turbina hace que la potencia obtenida se mantenga constante entre los valores de V_n y V_s, al tiempo que la velocidad de giro también se mantiene constante. Para ello, es preciso que las palas cambien su orientación respecto de la velocidad del viento, variando su sustentación respecto de la corriente incidente. De este modo, podría asimilarse a una turbina hidráulica del tipo Kaplan.

15.6.3 Nociones aerodinámicas básicas de las aeroturbinas de eje horizontal

En una aeroturbina de eje horizontal, el rotor está formado por palas, que pueden ser de diversas formas y disposiciones. En realidad, una pala no es más que un ala giratoria, de modo que los principios básicos de aerodinámica de perfiles y de la teoría del ala de avión son perfectamente aplicables, tal como se expuso en el caso de las turbinas hidráulicas tipo Kaplan.

Se han desarrollado distintas teorías particulares, como por ejemplo la *teoría turbillonaria de Glauert*, que tiene en consideración la rotación inducida sobre el flujo al atravesar el rotor. Así, se supone que en la sección de entrada 1 no existe rotación inducida, en la sección de salida se tiene una rotación inducida de Ω_0, y en la sección del rotor, $\Omega_0/2$. La importancia relativa de esta rotación adicional puede tenerse en cuenta mediante el factor de rotación inducida h_Ω:

$$h_\Omega = 1 + \frac{\Omega_0}{\Omega}. \tag{15.29}$$

La variación de velocidades antes y después del rotor se tiene en cuenta por

$$a_V = \frac{V_2}{V_1}, \tag{15.30}$$

pudiéndose establecer además un parámetro λ_S, similar a la velocidad específica ya conocida, definido en general para una sección recta de la pala situada a una distancia r del eje de rotación,

$$\lambda_S = \frac{\Omega r}{V_1}, \tag{15.31}$$

siendo su valor característico $\lambda_{S,0} = \Omega R_p/V_1$, con R_p el radio de punta de pala.

El comportamiento del rotor puede expresarse en función del coeficiente de potencia,

$$C_W = \frac{W_T}{(1/2)\rho A V_1^3}, \tag{15.32}$$

que puede expresarse para cualquier sección intermedia entre la raíz y la punta del álabe, dada por un radio r, como sigue:

$$C_W = \lambda_S^2 (1 + a_V)(h_\Omega - 1), \tag{15.33}$$

y en función del coeficiente de sustentación,

$$C_L = \frac{F_L}{(1/2)\rho W^2 l}, \tag{15.34}$$

siendo l la cuerda del perfil y W la velocidad relativa (véase la Figura 15.15). La solución dada por Glauert,

$$\lambda_S^2 = \frac{1-3a_V+4a_V^3}{3a_V-1}, \tag{15.35}$$

proporciona la relación entre los valores de λ_S y de a_V para maximizar el coeficiente de potencia obtenido.

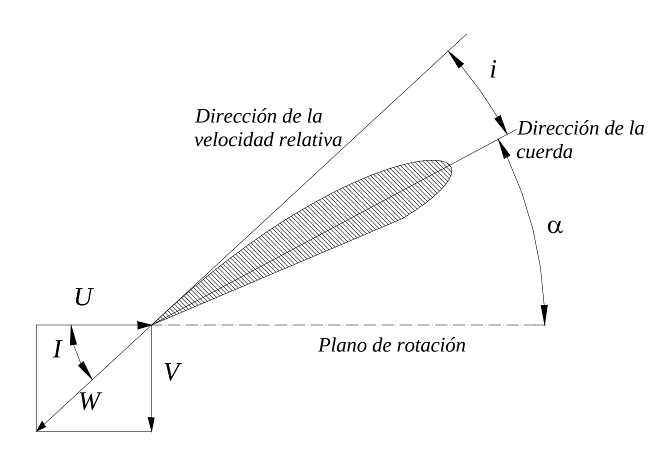


Figura 15.15: Velocidades sobre la pala de una aeroturbina de eje horizontal.

Le Gourières (1982) desarrolló un ábaco en el que de una manera sencilla puede calcularse el rotor de una turbina eólica, siguiendo la teoría turbillonaria de Glauert. Básicamente, el procedimiento consiste en lo siguiente: en función de la posición relativa de la sección de la pala, r/R_p, pueden obtenerse los valores del ángulo del perfil I y del factor de sustentación $C_L Nl/r$ (siendo N el número de palas), para que la eólica obtenga el mejor rendimiento para la velocidad específica $\lambda_{S,0}$ escogida. El *ángulo de inclinación* I es el que forman las velocidades $\vec{W}$ y $-\vec{U}$, es decir, el ángulo entre $\vec{W}$ y el plano de rotación de la hélice, como muestra la Figura 15.15. El *ángulo de calado* α es el que forman la dirección acimutal con la línea de referencia del perfil, mientras que el *ángulo de ataque* i es el formado entre la línea de referencia del perfil y $\vec{W}$. De esta manera, se cumple:

$$I = \alpha + i. \tag{15.36}$$

Una vez conocido el ángulo de inclinación I, puede determinarse el ángulo de ataque de la pala i, que debe ser tal que se consigan unos coeficientes de resistencia, C_D, y de sustentación, C_L, que a su vez proporcionen la potencia requerida, $W_T = T\,\Omega$, siendo condición de diseño que ésta sea máxima, como se ha indicado anteriormente.

Bibliografía consultada

Cherkasski, V.M., *Bombas, ventiladores y compresores*, Mir, Moscú, 1986.

Le Gouriérès, D., *Energía Eólica*, Masson, 1982.

Logan, E., Jr., *Turbomachinery. Basic theory and applications*, 2ª ed., Marcel Dekker, 1993.

Mataix, C., *Turbomáquinas hidráulicas*, 2ª ed., ICAI-ICADE, Madrid, 2009.

Pacheco Bertot, P., *Bombas, ventiladores y compresores*, Ediciones ISPJAM, Santiago de Cuba, 1987.

Sánchez Kaiser, A., y Viedma, A., *Energía Eólica*, Horacio Escarabajal-Universidad Politécnica de Cartagena, 2003.

16. MÁQUINAS DE DESPLAZAMENTO POSITIVO Y TRANSMISIONES HIDRÁULICAS

16.1 Máquinas de desplazamiento positivo. Tipos y clasificación

En las máquinas volumétricas o de desplazamiento positivo, el intercambio de energía se realiza sobre todo en forma de presión mediante el paso de porciones de fluido a través de una cámara de trabajo, donde entra y sale en un proceso alternativo o periódico. El órgano de trabajo es el elemento desplazador y no existe conexión simultánea a través del fluido entre la salida y la entrada de la máquina. La cavidad de aspiración debe estar herméticamente aislada de la descarga o impulsión. A veces se producen pequeñas filtraciones de líquido a través de las holguras, lo que se conoce como *deslizamiento*.

El paso del fluido por una máquina volumétrica es fundamentalmente irregular, por lo que en general el caudal obtenido es oscilante, y deberá considerarse como caudal de servicio el valor promediado en un intervalo de tiempo suficientemente grande. Para intentar, cuando las necesidades del servicio lo exigen, uniformizar la salida de caudal o presión de una bomba de desplazamiento positivo, se disponen elementos amortiguadores, o bien se eligen máquinas de efecto múltiple.

En función del *sentido de la transmisión de energía*, las máquinas de desplazamiento positivo se clasifican en

– *Bombas*, si comunican energía al fluido.
– *Motores hidráulicos,* si obtienen energía del fluido.

En función del *tipo de funcionamiento*, se clasifican en

– *Rotativas* (de engranajes, de levas, de tornillo, etc.).
– *Alternativas* (de pistones, que requieren válvulas de admisión y de expulsión).

En función de la *actuación sobre el elemento desplazador*, se clasifican en

– *De desplazamiento fijo*.
– *De desplazamiento variable*.

A su vez, las bombas de desplazamiento positivo pueden ser de paletas deslizantes, externa de engranajes, interna de engranajes, de émbolo, de lóbulos, de tornillo, de tubo flexible, etcétera (dadas las diferencias constructivas entre máquinas que tienen el mismo principio de funcionamiento, las clasificaciones se basan sobre todo en la morfología). Los motores hidráulicos de desplazamiento positivo pueden ser de pistones en línea, de pistones radiales, de engranajes, de lóbulos, de rotor orbital, etc. En la Figura 16.1 pueden observarse dos tipos de bombas volumétricas.

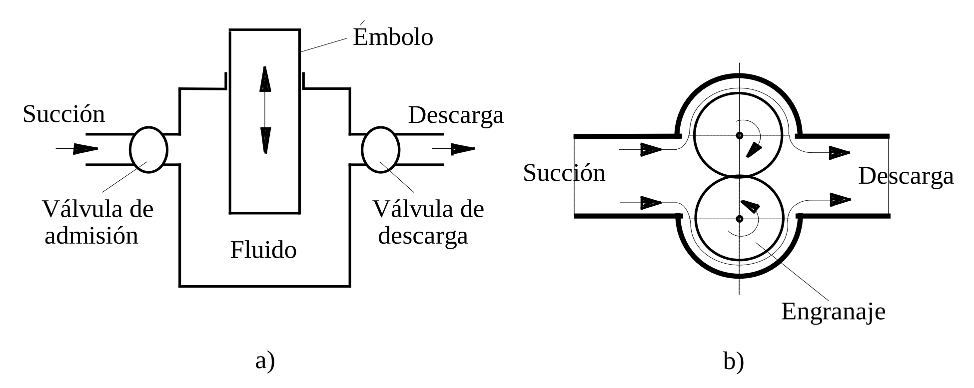


Figura 16.1: Esquemas de funcionamiento de máquinas volumétricas o de desplazamiento positivo. a) Bomba alternativa de émbolo (simple efecto). b) Bomba rotativa de engranajes.

16.2 Bombas hidráulicas alternativas y rotativas. Curvas características

16.2.1 Bombas hidráulicas alternativas

Las bombas alternativas suelen utilizarse en aplicaciones en que se excede la capacidad de las bombas centrífugas[53]; en algunas de estas aplicaciones podría utilizarse una bomba centrífuga o rotatoria, pero a expensas de un aumento en los requisitos de potencia o de mantenimiento. Las principales bombas hidráulicas alternativas son las de pistones o émbolos.

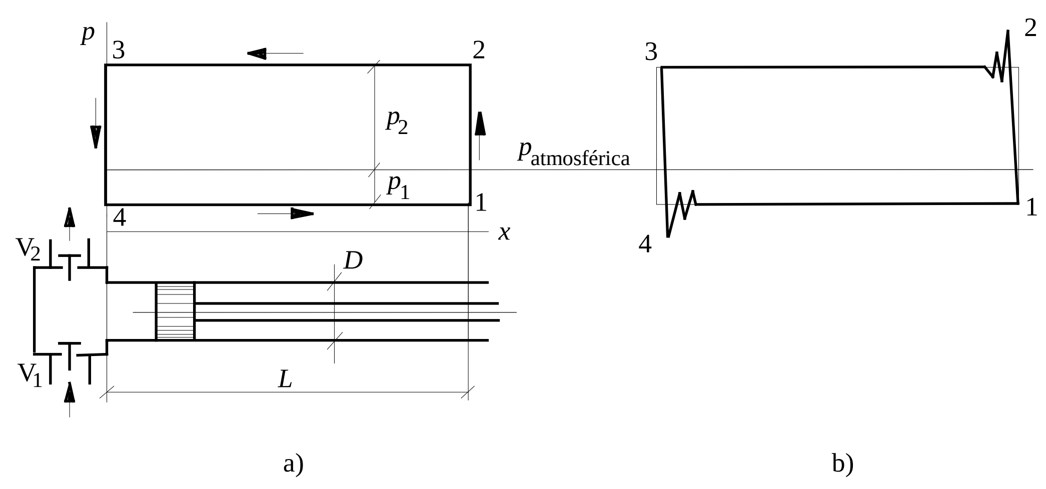


Figura 16.2: a) Diagrama de indicador teórico de una bomba de émbolo (simple efecto). b) Diagrama de indicador real de la misma bomba.

En la Figura 16.2 se muestra el esquema de una bomba con émbolo de acción unilateral y su diagrama teórico de presiones, llamado de *indicador.* Cuando el émbolo se mueve hacia la derecha, el fluido que entra por la válvula V_1 llena totalmente el pistón. En la caja de válvulas, la presión es inferior a la atmosférica, lo que explica la resistencia hidráulica al avance del pistón. Al llegar a la posición 1, el émbolo cambia el sentido del movimiento, e inicia la carrera hacia la izquierda, cerrándose la válvula 1 automáticamente. En el pistón y en la caja de válvulas, la presión es la presión de trabajo, superior a la atmosférica, lo que hace que la válvula de expulsión V_2 se abra y dé salida al fluido. En la

[53] En las bombas volumétricas se producen presiones máximas considerablemente mayores que en la mayoría de bombas centrífugas.

posición extrema izquierda, el émbolo cambia de nuevo su sentido de avance y comienza una nueva carrera hacia la derecha, cerrándose de este modo el diagrama de indicador. El área del diagrama de indicador representa el trabajo por unidad de superficie del pistón realizado por el émbolo en dos carreras. El diagrama de indicador real se diferencia del teórico por la existencia de fluctuaciones de la presión al comienzo de la aspiración y de la impulsión.

CURVAS CARACTERÍSTICAS

La expresión general para el caudal de una bomba de émbolo tiene la forma

$$Q = K\eta_v D^2 L f, \qquad (16.1)$$

donde K es un coeficiente constante que depende del tipo de bomba, η_v es el rendimiento volumétrico, D es el diámetro del pistón, L es la carrera y f es la frecuencia de funcionamiento de la máquina (el número de carreras del émbolo por unidad de tiempo). El caudal de la bomba puede regularse actuando sobre cualquiera de los parámetros anteriores. En la práctica, es imposible hacer variar el diámetro del pistón. La variación del rendimiento volumétrico mediante las válvulas de aspiración o de impulsión no es energéticamente aconsejable, puesto que empeora en general el rendimiento total de la máquina. La variación de la carrera del émbolo se logra fácilmente en las bombas del tipo biela-manivela. El procedimiento principal de regulación en aquellas bombas en las que es posible actuar sobre el motor de accionamiento y sobre la transmisión, consiste en variar el número de carreras por unidad del tiempo del émbolo. La estrangulación, en cambio, es inadmisible en este tipo de bombas, puesto que prácticamente no influyen en el caudal, y aumentan en cambio la potencia consumida.

Las curvas características de las bombas alternativas dan la presión obtenida en función del caudal (véase la Figura 16.3). Para una bomba de dimensiones geométricas dadas, el caudal no depende de la presión (teóricamente). Por esta razón, la característica es una línea recta y horizontal, para una frecuencia de oscilación dada del émbolo. Las características reales se desvían de las teóricas como consecuencia del hecho de que al aumentar la presión comunicada, aumentan las fugas, disminuyendo el rendimiento volumétrico. Las curvas características teóricas muestran que para un mismo caudal, es posible obtener distintas alturas de presión, consumiendo a su vez distintas potencias.

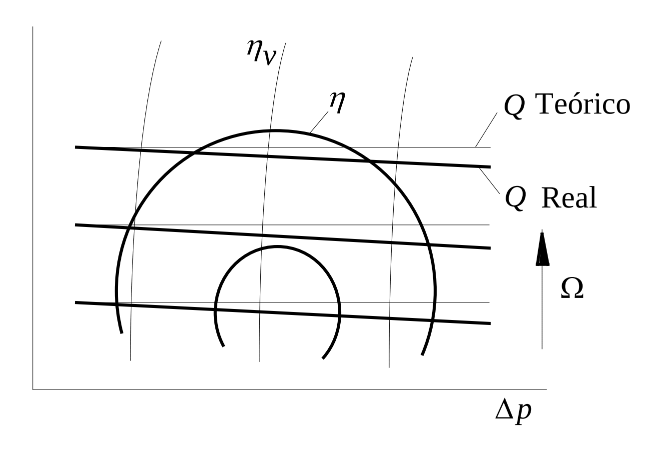


Figura 16.3: Curvas características típicas de una bomba hidráulica alternativa.

Entre las bombas alternativas, pueden citarse las *bombas de membrana*, en las que el elemento que está en contacto y empuja al fluido es una membrana o diafragma, que puede construirse de distintos materiales: caucho industrial, teflón, materiales poliméricos (politetrafluoroetileno, silicona rígida, etc.), una placa metálica de acero inoxidable, etc. En

una bomba de membrana, el extremo líquido o extremo mojado[54] es el conjunto de piezas o elementos que contiene o de alguna forma está en contacto con el líquido que se bombea. El accionamiento de las bombas de membrana puede ser mecánico o hidráulico (utilizando, por ejemplo, aceite o aire a presión para el accionamiento de la bomba).

16.2.2 Bombas hidráulicas rotativas

Las bombas volumétricas rotativas están ampliamente difundidas en la industria y en el transporte. Se emplean en los sistemas de engrase y regulación de los motores, compresores y bombas hidráulicas, en las transmisiones hidráulicas de potencia y sobre todo en los dispositivos de transmisiones hidráulicas. Brevemente, se exponen a continuación las características especiales de distintos tipos constructivos.

Las bombas de engranajes son *reversibles* (Figura 16.4), es decir, al hacer girar los engranajes en sentido contrario, la impulsión del líquido cambia de sentido. Además, son también *convertibles*, es decir, pueden funcionar además como motores hidráulicos.

Las bombas de paletas deslizantes (Figura 16.5) son constructivamente más complicadas que las anteriores. Tienen diversos tipos constructivos, entre los que cabe destacar aquellos que tienen suministro exterior del fluido, y los que tienen suministro interior.

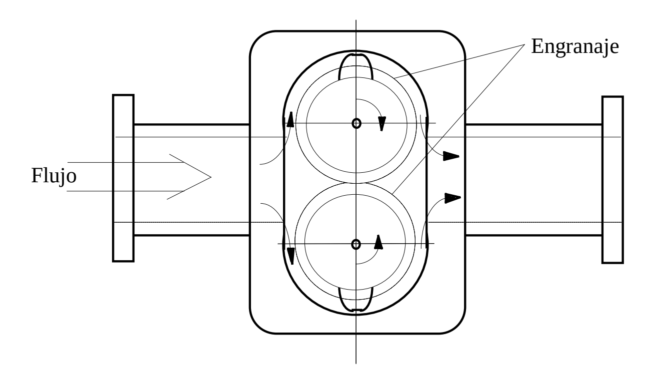


Figura 16.4: Bomba rotativa de engranajes. Este tipo de máquina también puede funcionar como motor hidráulico.

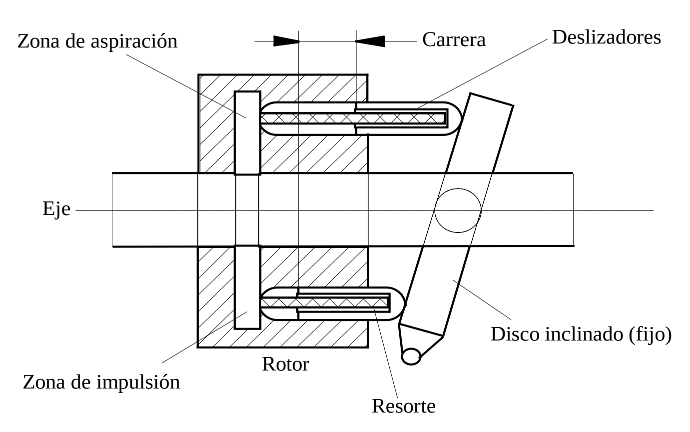


Figura 16.5: Bomba alternativa axial de paletas deslizantes, de desplazamiento variable.

Las bombas de émbolo axial son también máquinas convertibles y reversibles, al igual que las bombas de émbolo radiales. Las bombas helicoidales, o bombas de tornillo

[54] Se utiliza esta denominación porque precisamente este tipo de máquinas se usan para bombear pastas, pinturas, lodos, y otros líquidos (mezclados con sólidos en ocasiones) de carácter abrasivo y que son dificultosamente bombeados por otro tipo de máquinas.

helicoidal, tienen aplicación en los sistemas de regulación y lubricación de grandes máquinas y motores.

CURVAS CARACTERÍSTICAS

Las curvas características de una bomba rotativa son similares a las de las bombas alternativas (véase la Figura 16.6). Normalmente, se especifica una presión límite, por encima de la que el rendimiento de la bomba cae rápidamente. La desviación de la característica respecto de la línea horizontal se explica por la disminución del rendimiento volumétrico al aumentar la presión. Todas las bombas rotativas se pueden regular variando el régimen de giro y derivando el fluido de la impulsión a la aspiración. En las bombas de placas deslizantes, el caudal puede regularse variando la excentricidad del rotor respecto del estátor; lo mismo ocurre en las bombas de émbolo radiales. En las bombas de émbolo axiales[55], puede regularse haciendo variar el ángulo que forma la junta cardan que une el plato portaémbolos con el plato portapistones (Figura 16.5).

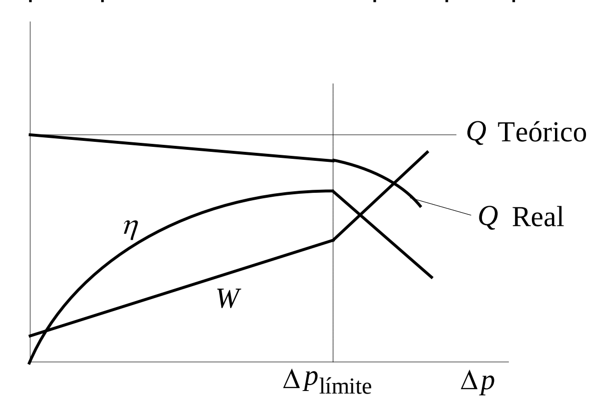


Figura 16.6: Curvas características típicas de una bomba hidráulica rotativa de engranajes.

16.3 Motores hidráulicos de desplazamiento positivo. Curvas características

Como se ha indicado en la sección anterior, existen diversos tipos de bombas de desplazamiento positivo que son convertibles, es decir, que pueden funcionar como motores. El concepto popular de motor hidráulico consiste en una bomba girando en sentido contrario. Existen sin embargo diferencias importantes entre las bombas y los motores de desplazamiento positivo. Por ejemplo, a diferencia de las bombas, los motores trabajan en ocasiones de modo discontinuo, y deben girar a veces en sentido contrario al de diseño, lo que hace que deban funcionar esporádicamente como bombas. Las bombas trabajan preferentemente en condiciones de altura y caudal constantes; los motores funcionan a menudo en un rango amplio de caudales y potencias, y en ocasiones deben soportar fuertes cambios de temperatura del fluido, sobre todo en los arranques después de largos períodos sin funcionamiento.

En general, un motor hidráulico convierte la energía del fluido (normalmente, en forma de presión) en un par en un eje. El caudal resulta proporcional al régimen de giro, y el par producido es una función directa del salto de presión a través del motor, o más correctamente, el nivel de presión de entrada del motor es una función del par resistente.

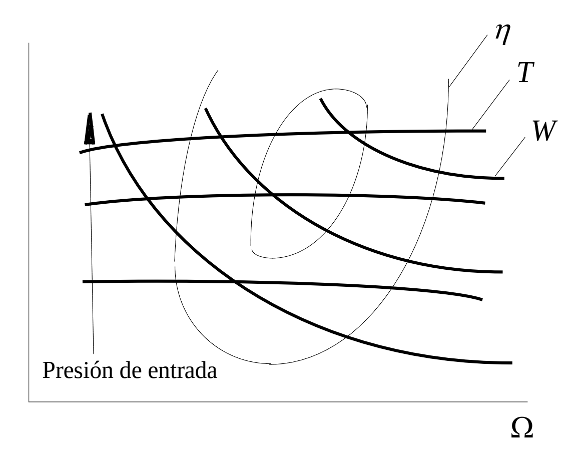
[55] En este tipo de bombas, el mecanismo de transmisión del movimiento es especial: las cámaras de trabajo cilíndricas están dispuestas en el rotor de forma paralela al eje de rotación, pero los émbolos realizan su movimiento alternativo como consecuencia de estar unidos a un disco cilíndrico fijo no perpendicular al eje, sino inclinado un cierto ángulo. Véase la Figura 16.5.

Los motores de alta velocidad operan frecuentemente de modo continuo. Suelen ser de desplazamiento fijo. Estos motores pueden ser de distintos tipos, entre los que puede citarse los de émbolo en línea, de émbolo en línea con ángulo, de engranajes (véase la Figura 16.4), etc. Los motores de baja velocidad y par alto suelen ser de engranajes epicicloidales, de rotor orbital, etc.

CURVAS CARACTERÍSTICAS

En la Figura 16.7 puede observarse el par y la potencia que proporciona un motor hidráulico de engranajes, en función de la presión de entrada del fluido y del régimen de giro.

Figura 16.7: Curvas características típicas de un motor hidráulico de engranajes.



16.4 Transmisiones hidráulicas y acoplamientos hidráulicos

16.4.1 Transmisiones hidráulicas

Una transmisión hidráulica es una máquina que sirve para transmitir potencia de un eje conductor a un eje conducido sin acoplamiento rígido alguno, por medio de un líquido que absorbe energía en el eje conductor y restituye energía en el eje conducido. Como se explicó en el Capítulo 1, el esquema de funcionamiento de estas máquinas puede ser: eje-bomba-fluido-turbina-eje (Figura 16.8). Tradicionalmente, las transmisiones hidráulicas se han clasificado en transmisiones hidrostáticas (compuestas por bombas y motores hidráulicos de desplazamiento positivo) e hidrodinámicas (basadas en dispositivos de transmisión de energía mediante bombas y turbinas). En adelante, se centrará la atención en éstas últimas.

La idea básica de las transmisiones hidrodinámicas fue desarrollada por el ingeniero alemán H. Föttinger, que recibió el encargo de diseñar una transmisión para el crucero 'Lübeck' en 1902. Los dos tipos básicos de transmisión hidrodinámica son los siguientes:

- *Acoplamientos hidrodinámicos*.
- *Convertidores de par hidrodinámicos*.

A continuación, se expondrán las características principales de los acoplamientos hidrodinámicos (o hidráulicos) y de los convertidores de par hidráulicos. La teoría de las transmisiones hidráulicas es la teoría general de las turbomáquinas hidráulicas. La Ecuación de Euler se emplea con generalidad para calcular el par transmitido en la parte de la transmisión que funciona como bomba, y en aquella que funciona como turbina. En las siguientes secciones, se reseñarán únicamente algunas relaciones de interés entre las potencias y los pares transmitidos.

Figura 16.8: Esquema básico de una transmisión hidrodinámica.

16.4.2 Acoplamientos hidráulicos

La transferencia de energía de un rotor a un fluido puede realizarse por medio de una bomba, mientras que la energía de un fluido puede aprovecharse en el eje de un rotor mediante una turbina. Conjugando las dos acciones en una sola máquina se puede obtener la transmisión de energía de un eje de potencia a un eje de carga a través de un fluido. Esto es, en esencia, lo que constituye un acoplamiento fluido: un conjunto bomba-turbina con un fluido de trabajo (normalmente aceite) entre ambos.

Como se observa en la Figura 16.9 el eje de potencia o eje primario mueve el impulsor de la bomba, que suele ser de álabes radiales. Este comunica una energía al fluido, que aumenta con la velocidad de giro, hasta ser capaz de arrastrar al rotor de la turbina dispuesto enfrente, y con él, al eje secundario o de carga a que está ligado. El fluido se mueve en una trayectoria toroidal, formada por la caja o carcasa que aloja a los dos rotores. La conexión entre el eje de potencia y el eje de carga queda realizada a través del fluido (de ahí el nombre de acoplamiento fluido o acoplamiento hidráulico). El acoplamiento fluido gozará de las mismas propiedades elásticas del fluido.

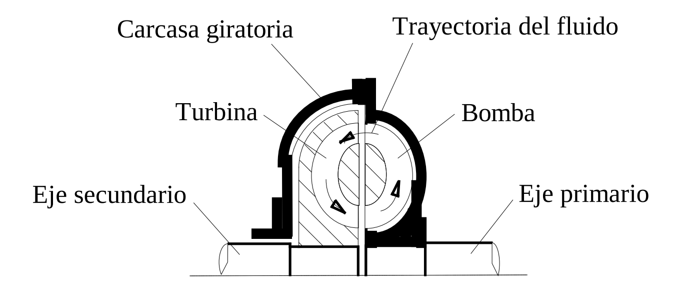


Figura 16.9: Esquema básico de un acoplamiento hidráulico.

Entre las *ventajas* de este tipo de acoplamiento, cabe citar las siguientes:

- Fácil alineamiento de los ejes de potencia y de carga.
- Desembrague rápido y control inmediato de la velocidad.
- Amortiguamiento de vibraciones y de sobrecargas.
- Alta relación entre la potencia transmitida y el peso total del acoplamiento.
- Revisiones y mantenimiento mínimos.

Entre los *inconvenientes*, pueden citarse:

- Rendimiento menor en el punto de diseño que las transmisiones mecánicas.
- Disminución apreciable del rendimiento en puntos distintos al de diseño.
- Dificultad constructiva para las empaquetaduras.
- Necesidad de refrigeración en muchos casos.

Estas ventajas e inconvenientes son extensibles a los convertidores de par hidráulicos, que se verán en la próxima sección. Entre las *aplicaciones* más importantes de los acoplamientos fluidos, pueden citarse las siguientes:

- Motores Diesel de alta velocidad empleados en la propulsión de barcos.
- Tracción ferroviaria.
- Industria del automóvil.

La gama de potencias de estos acoplamientos es muy amplia. El calor producido por fricción en el fluido del acoplamiento debe ser disipado por algún sistema de refrigeración o ventilación. En ciertos casos de transmisión de grandes potencias, es necesario un sistema de enfriamiento por medio de un intercambiador de calor con bomba auxiliar.

CURVAS CARACTERÍSTICAS

Se verá a continuación que el par en el eje primario es igual al par en el eje secundario para cualquier condición de funcionamiento. Mediante la Ecuación de Euler, puede calcularse el par comunicado por el eje primario (conductor) en la bomba,

$$T_p = \rho Q (r_2 v_{u2} - r_1 v_{u1})_{\text{Bomba}}, \tag{16.2}$$

y el par comunicado por el fluido al eje conducido o secundario a través de la turbina,

$$T_s = \rho Q (r_1 v_{u1} - r_2 v_{u2})_{\text{Turbina}}. \tag{16.3}$$

Como en un acoplamiento fluido no existen elementos que produzcan un par de reacción que pueda reducir (o aumentar) el momento en el eje primario, si se prescinde de los momentos por rozamiento, se tiene que

$$T_p = T_s = T, \tag{16.4}$$

lo que puede demostrarse fácilmente, ya que puesto que la turbina está situada frente a la bomba, se tiene que

$$r_{1,\text{bomba}} = r_{2,\text{turbina}}, \quad r_{2,\text{bomba}} = r_{1,\text{turbina}}, \tag{16.5}$$

$$v_{u1,\text{bomba}} = v_{u2,\text{turbina}}, \quad v_{u2,\text{bomba}} = v_{u1,\text{turbina}}, \tag{16.6}$$

con lo que la Ecuación de Euler aplicada a la bomba y la turbina proporciona el mismo par T. La existencia de un *deslizamiento* lleva a que la velocidad de giro en el eje secundario es menor que la del eje primario, de modo que el deslizamiento, d, puede definirse por

$$d = 1 - \frac{\Omega_s}{\Omega_p}. \tag{16.7}$$

Si el rendimiento del acoplamiento es

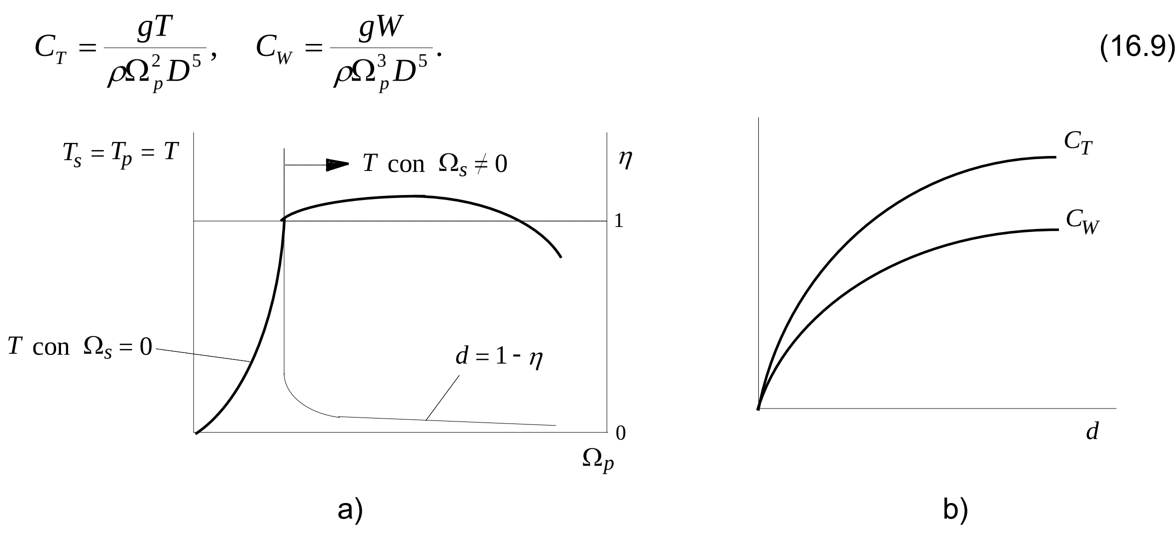
$$\eta = \frac{W_s}{W_p} = \frac{T_s \Omega_s}{T_p \Omega_p} = \frac{\Omega_s}{\Omega_p} = 1 - d, \tag{16.8}$$

se comprueba que el rendimiento aumenta a medida que el deslizamiento disminuye.

Cuando el eje secundario está bloqueado, como puede ocurrir en un arranque, y se va aumentando la velocidad en el eje primario, el par transmitido aumenta (véase la Figura 16.10a); en esta situación, el deslizamiento es máximo (igual a la unidad), y por tanto el rendimiento es mínimo (igual a cero). A partir de un cierto valor de la velocidad de giro en el primario, y por tanto del par transmitido, comienza a moverse el eje secundario. A partir de este punto, el deslizamiento cae rápidamente, y por tanto el rendimiento aumenta también rápidamente. El valor del rendimiento es tanto mayor cuanto mayor es la relación entre Ω_s y Ω_p.

Las curvas características de los acoplamientos fluidos se dan en ocasiones en función de los coeficientes adimensionales de par (C_T en la Figura 16.10b) y de potencia (C_W en la Figura 16.10b). Por ejemplo, para la bomba, se tiene que

$$C_T = \frac{gT}{\rho\Omega_p^2 D^5}, \quad C_W = \frac{gW}{\rho\Omega_p^3 D^5}. \tag{16.9}$$



a) b)

Figura 16.10: a) Curva de deslizamiento típica de un acoplamiento hidráulico. b) Curvas características adimensionales de un acoplamiento hidráulico, manteniendo constante la velocidad del eje primario.

Para una velocidad del eje primario constante, la potencia y el par aumentan rápidamente con el deslizamiento, particularmente para bajos valores de éste.

16.5 Convertidor de par. Curvas características

El convertidor de par es un acoplamiento fluido en el que se intercalan una serie de álabes fijos a la carcasa, a la salida de la turbina y antes de la entrada de la bomba, que producen una cambio en la dirección y magnitud de la velocidad del fluido (Figura 16.10). Esto se traduce en una transformación en el valor del par ($T_s \neq T_p$) y de la velocidad de giro en el eje secundario. Normalmente, el convertidor da lugar a un incremento en el par transmitido y a una reducción de la velocidad de giro. La diferencia entre los pares T_s y T_p es soportado por la carcasa y los álabes fijos,

$$T_{diferencial} = T_s - T_p. \tag{16.10}$$

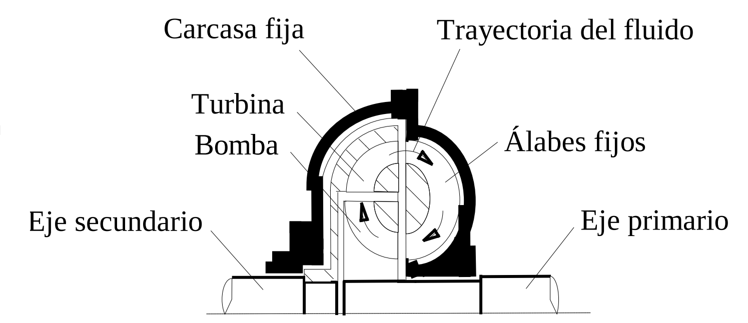
Los convertidores de par encuentran aplicación en todos aquellos casos en los que es preciso disponer fuertes pares en el eje de carga y amortiguar al mismo tiempo acciones vibratorias o sacudidas intensas, como por ejemplo, en hélices de barcos, tracción ferroviaria, trabajo pesado de "bull-dozers", etc.

Son varias las disposiciones que suelen adoptarse para la colocación del impulsor de la bomba, del rotor de la turbina y de los álabes fijos. Lo más usual es que los álabes fijos ocupen la mitad del espacio toroidal (como aparece en la Figura 16.11). En ocasiones se disponen varios pasos para multiplicar la relación de conversión del par. El rendimiento,

$$\eta = \frac{W_s}{W_p} = \frac{T_s\Omega_s}{T_p\Omega_p}, \tag{16.11}$$

es en general alto a velocidades bajas, alcanzando valores del 80 al 85 %.

Figura 16.11: Esquema básido de un convertidor de par hidráulico.



CURVAS CARACTERÍSTICAS

En la Figura 16.12 pueden observarse las curvas características típicas de un convertidor de par, para Ω_p constante. El par en el eje secundario disminuye a medida que aumenta su velocidad Ω_s; esto resulta ventajoso, puesto que facilita el arranque y la aceleración a fuertes cargas. La velocidad y el par en el eje primario permanecen constantes, para cualquier valor del par y de la velocidad en el eje secundario, incluso para $\Omega_s = 0$, o bloqueo del eje secundario por un exceso de carga.

En ciertas ocasiones (en los automóviles, por ejemplo), resulta conveniente combinar el acoplamiento fluido con el convertidor de par, con objeto de mejorar el valor del rendimiento de una transmisión fluida, para distintas condiciones de operación, como ocurre, por ejemplo, en los automóviles. Puede observarse en la Figura 16.13 que la curva de rendimiento en función de la relación de velocidades del secundario y del primario tiene una forma considerablemente diferente en un acoplamiento y en un convertidor de par. Si una máquina, con los correspondientes dispositivos especiales, puede hacerse funcionar alternativamente como acoplamiento y como convertidor de par, puede conseguirse mantener un rendimiento relativamente alto, incluso para valores muy pequeños o muy altos de la relación de velocidades de giro. Puede disponerse, por ejemplo, un convertidor de par con álabes fijos o guía ligado a un sistema de embrague y volante, con un sólo sentido de giro, y que permita el movimiento sólo en el sentido del eje motor. Los álabes guía se mantienen estacionarios para valores bajos de la relación Ω_s/Ω_p, operando el conjunto como un convertidor de par. A valores altos de esta relación, los álabes guía podrán girar, sin producir efecto de reacción, con lo que el sistema funcionará como un acoplamiento fluido. De esta forma, la transmisión funcionará en condiciones de rendimiento aceptable para diferentes valores de la relación de velocidades Ω_s/Ω_p.

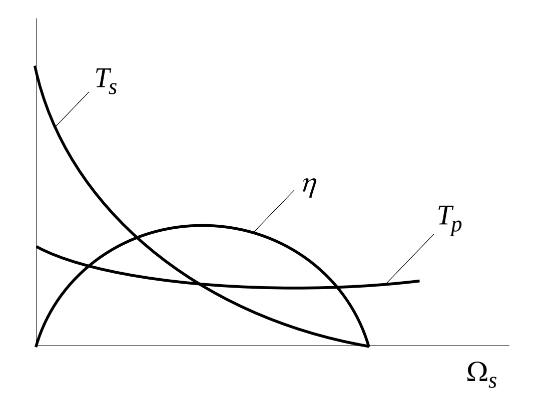


Figura 16.12: Curvas características de un convertidor de par, para velocidad del eje primario constante.

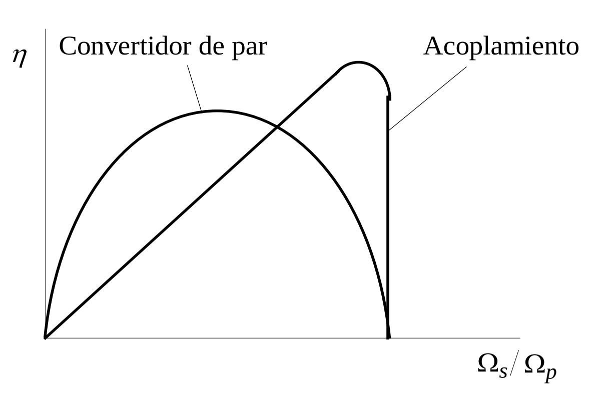


Figura 16.13: Combinación de un acoplamiento fluido y de un convertidor de par.

16.6 Bombas de desplazamiento positivo en sistemas oleohidráulicos

Puede decirse que la oleohidráulica es la hidráulica del aceite. La utilización del aceite en lugar del agua o de otros líquidos en los circuitos hidráulicos se debe principalmente a la propiedad del aceite de lubricar las superficies sobre las que fluye. La base sobre la que se asienta la oleohidráulica es el llamado "principio de Pascal", que no es mas que la aplicación de las ecuaciones de la Mecánica de Fluidos a problemas en los que aparecen fluidos confinados. Los sistemas oleohidráulicos se utilizan en múltiples aplicaciones industriales, tanto en sistemas de mando como de control. Para aplicaciones en las que las fuerzas a desarrollar son pequeñas, se emplean en general los circuitos neumáticos, mientras que los hidráulicos se utilizan predominantemente en sistemas de potencia.

Pueden citarse las siguientes características de los circuitos oleohidráulicos, y que de alguna manera los diferencian:

- Reversibilidad.
- Posibilidad de protección del circuito mediante válvulas de seguridad, amortiguadores, etc.
- Posibilidad de paro y arranque en condiciones de carga.
- Variación de la velocidad mediante la regulación del caudal, tanto en bombas como en motores de caudal variable.
- Protección de las distintas partes de la instalación.
- Versatilidad. Por ejemplo, un sólo accionador primario permite mover simultáneamente varios actuadores.

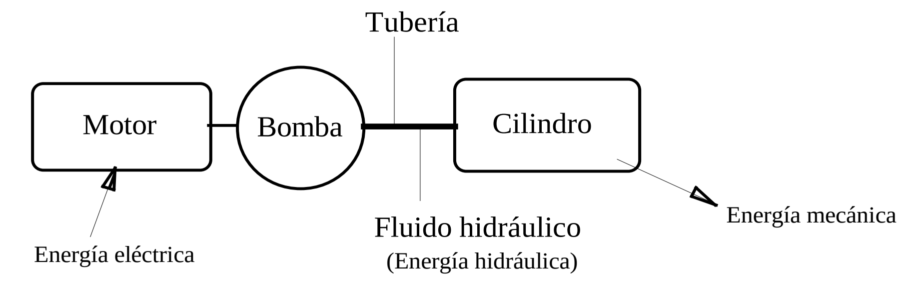


Figura 16.14: Esquema básico de un sistema oleohidráulico.

En la Figura 16.14 se muestra el esquema básico de una instalación oleohidráulica. Los componentes elementales de un sistema son las *bombas*, en las que se obtiene energía hidráulica a partir de la energía mecánica introducida por ejemplo por un motor eléctrico, los *elementos de regulación y control*, que son los encargados de regular y controlar los parámetros del sistema (presión, velocidad, etc.), los *accionadores*, que son elementos que vuelven a transformar la energía hidráulica en energía mecánica (por ejemplo, un pistón), y los *acondicionadores o accesorios*, tales como los filtros, cambiadores de calor, depósitos, acumuladores de presión, manómetros, etc.). En esta sección se centrará la atención en las bombas.

Las bombas más utilizadas en estos sistemas son las de desplazamiento positivo o volumétricas. Como se ha visto anteriormente (Sección 16.2), en estas bombas el caudal de salida es proporcional al número de ciclos u oscilaciones por unidad de tiempo del elemento accionador y a la capacidad volumétrica del ciclo. Las bombas de engranajes son ampliamente utilizadas (Figura 16.4), aunque también se emplean de otros tipos, como de émbolo o de lóbulos, por ejemplo (Figuras 16.15 y 16.16). El fabricante facilita normalmente una presión de trabajo para un caudal dado y para una velocidad dada; en ocasiones,

suministra también una presión máxima de trabajo, o incluyen una gráfica presión/vida de la bomba (Figura 16.17).

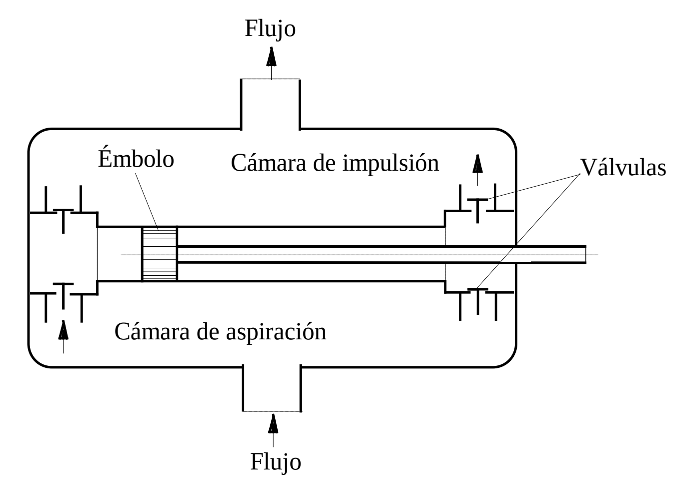


Figura 16.15: Bomba volumétrica alternativa de émbolo, de doble efecto.

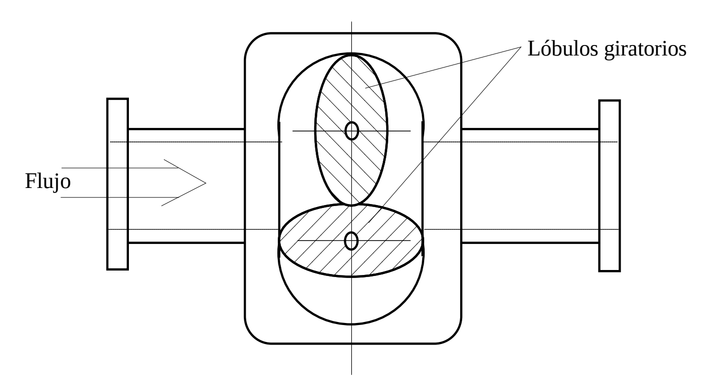


Figura 16.16: Bomba volumétrica rotativa de lóbulos.

La principal característica de una bomba de desplazamiento positivo (que a menudo se denomina *bomba hidrostática*), es que suministra la misma cantidad de líquido en cada ciclo o revolución del elemento de bombeo, independientemente de la presión que encuentre el líquido en la salida. Si por alguna razón interesa variar el caudal, pueden utilizarse bombas de caudal variable, en las que el caudal cambia por variar la cilindrada de la bomba. También puede necesitarse en alguna ocasión disponer bombas múltiples, para dar servicio a más de un circuito; las bombas múltiples consisten en varias unidades de bombeo, de igual o distinta cilindrada, colocadas sobre un mismo cuerpo, y accionadas simultáneamente por un mismo eje motriz.

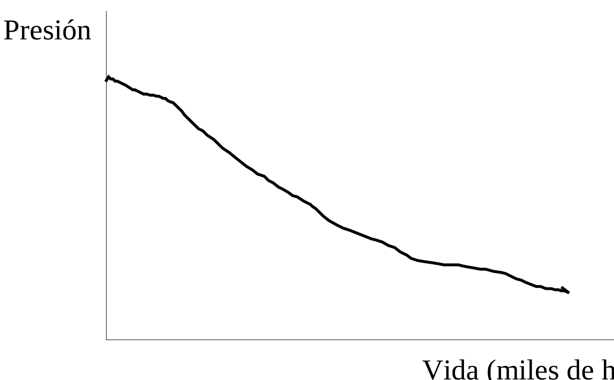


Figura 16.17: Gráfico típico presión-vida en una bomba de desplazamiento positivo.

Bibliografía consultada

Cherkasski, V.M., *Bombas, ventiladores y compresores*, Mir, Moscú, 1986.
Comolet, R., *Mécanique expérimentale des fluides*, Tomo 3, Masson, Paris, 1963.
Karassik, I.J. et al., *Manual de bombas*, McGraw-Hill, 1983.
Lambeck, R.P., *Hydraulic pumps and motors*, Marcel Dekker, 1983.
MacNaughton, K., *Bombas: Selección, uso y mantenimiento*, McGraw-Hill, 1987.
Mataix, C., *Turbomáquinas hidráulicas*, 2ª ed., ICAI-ICADE, Madrid, 2009.
Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.
Sayers A.T., *Hydraulic and compressible flow turbomachines*, McGraw-Hill, 1990.
Wislicenus, G.F., *Fluid mechanics of turbomachinery*, Dover, 1965.

PROBLEMAS RESUELTOS. BLOQUE IV

Problema IV-1	RESUELTO

El sistema de bombeo que aparece en la figura adjunta está compuesto por dos bombas idénticas de velocidad específica 0,56 *y rendimiento máximo individual del* 75 %, *dispuestas en serie. Los diámetros exterior e interior del rodete de las bombas son* 30 *y* 15 cm, *respectivamente; los álabes están curvados hacia atrás* (β_2 = 30º), *y puede considerarse que la altura del álabe se mantiene constante; el agua entra al rodete sin prerrotación. El* NPSH *suministrado por el fabricante es de* 3,5 m *para cada una de las bombas. Las tuberías de aspiración y de impulsión tienen un diámetro de* 4 *pulgadas, un espesor de* 8 mm *y una rugosidad de* 0,02 mm, *siendo la longitud total de tubería de* 250 m. *En la aspiración de la bomba se ha dispuesto un filtro y una válvula de pie, que tienen un coeficiente de pérdida secundaria total* K = 2,5. *En la impulsión, se dispone de una válvula de esfera abierta, roscada a la tubería. En la instalación de bombeo, como puede observarse en la figura, existen tres codos normales a* 90º, *también roscados. Las dos bombas giran a* n = 2.800 r.p.m. *En los puntos* a, *b y c del grupo de bombeo se han leído presiones manométricas de* –0,3, 3,9 y 6,7 kg/cm^2, *respectivamente. En estas condiciones, se ha dispuesto un aprovechamiento hidráulico del embalse superior* B, *mediante turbinación de un caudal de agua de* 40 *litros*/s, *obteniendo una potencia de* 11,3 kW *con un rendimiento de la turbina del* 90 %. *En la tubería forzada que conduce el agua a la turbina* T, *las pérdidas son de* 5 m c.a.

a) *Calcular el caudal total bombeado por el grupo de bombeo.*

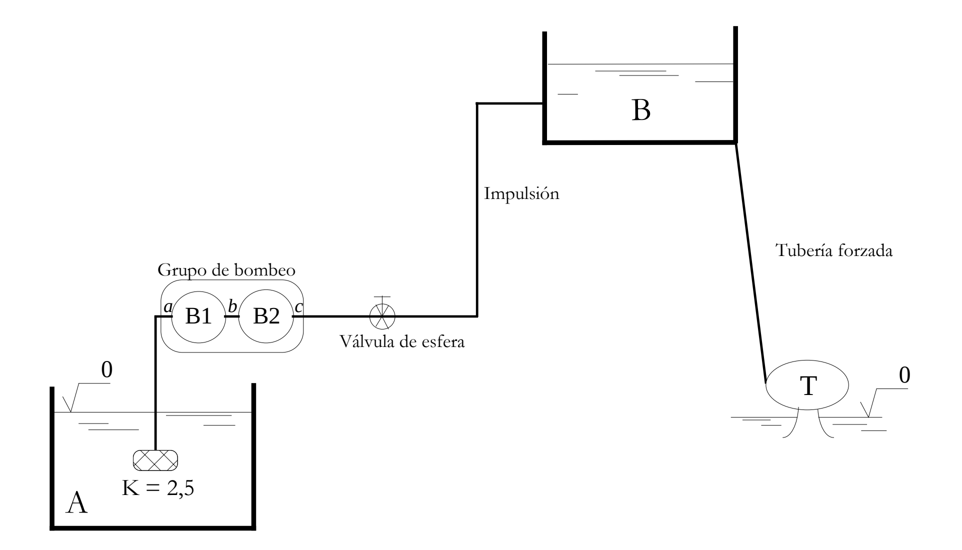
b) *Determinar el rendimiento con que funciona cada una de las bombas, y el total del grupo de bombeo (supóngase que cada bomba consume la misma potencia).*

c) *Obtener el valor de la velocidad absoluta en la entrada del rodete de la bomba* B1.

d) *Hallar la altura máxima a la que se puede situar el grupo de bombeo para evitar problemas de cavitación, y determinar el coeficiente* ε *que fija la caída de presión en el interior del álabe de la bomba* B1.

e) *Calcular el incremento de presión que deben soportar las tuberías de bombeo en caso de cierre súbito de la válvula de esfera.*

DATOS: Presión de vapor: 2.500 N/m^2. *Presión ambiente:* 10^5 N/m^2. *Velocidad del sonido en el agua* a = 1.400 m/s. *Módulo de elasticidad del material de la tubería:* 2×10^{11} N/m^2.



SOLUCIÓN

a) La potencia obtenida en la turbina puede ponerse como sigue:

$$W_T = \eta_t \rho g Q H_n,$$

pudiéndose expresar la altura neta como $H_n = H_b - \Delta H_{inst}$. Sustituyendo los valores del enunciado del problema en la expresión anterior, se obtiene que la altura bruta H_b = 37 m y esta altura es igual precisamente a la diferencia de cotas entre la superficie libre en la aspiración de la bomba y la superficie libre en el depósito B, es decir, H_g = 37 m y por tanto, se puede plantear ahora para el conjunto de bombas en serie la condición de conservación de la energía mecánica,

$$H_m = H_g + \Delta H_{inst} = H_g + \left(\lambda \frac{L}{D} + \Sigma_i K_i \right) \frac{v^2}{2g},$$

siendo L = 250 m y D = 4 × 25,4 mm; en el sumatorio de pérdidas secundarias, además de 2,5 (filtro y válvula de pie) y 1 (pérdida de energía cinética en la entrada del depósito), es preciso tener en cuenta la pérdida debido a los cuatro codos y a la válvula de bola (se puede buscar en la bibliografía específica, para los datos del enunciado, que la constante para un codo es 0,64, y para una válvula de esfera, 5,7). La altura manométrica puede obtenerse de su definición:

$$H_m = \frac{p_c - p_a}{\rho g} = \frac{(6{,}7 + 0{,}3\,\text{kg/cm}^2)(10^4\ \text{cm}^4/\text{m}^4)(9{,}81\,\text{m/s}^2)}{(10^3\ \text{kg/m}^3)(9{,}81\,\text{m/s}^2)} = 70\,\text{m}.$$

(se han despreciado las diferencias de energías cinética y potencial entre la entrada y la salida del conjunto en serie). Trabajando con las dos expresiones anteriores, se puede llegar a la siguiente expresión para la velocidad del agua en la tubería de impulsión:

$$v = \left(\frac{33}{125{,}4\lambda + 0{,}5668} \right)^{1/2},$$

de modo que entrando en el diagrama de Moody con una rugosidad relativa

$$\varepsilon = \frac{0{,}02 \times 10^{-3}}{4 \times 25{,}4 \times 10^{-3}} = 0{,}000197,$$

para determinar un coeficiente de fricción aproximado, y tras la correspondiente iteración, se obtiene

$$\lambda = 0{,}014; v = 3{,}77 \text{ m/s}; Q = 0{,}03056 \ \text{m}^3/\text{s}.$$

b) En primer lugar, vamos a comprobar en qué condiciones de funcionamiento se encuentra la bomba 1, calculando la altura manométrica,

$$H_{m1} = \frac{p_b - p_a}{\rho g} = \frac{(3{,}9 + 0{,}3 \,\text{kg/cm}^2)(10^4 \ \text{cm}^4/\text{m}^4)(9{,}81 \,\text{m/s}^2)}{(10^3 \ \text{kg/m}^3)(9{,}81 \,\text{m/s}^2)} = 42 \text{ m},$$

y la velocidad específica

$$\Omega_{S1} = \Omega \frac{Q^{1/2}}{(gH_{m1})^{3/4}} = \left(2.800 \frac{\pi}{30} \text{ rad/s}\right) \frac{(0{,}03056 \,\text{m}^3/\text{s})^{1/2}}{(9{,}81 \,\text{m/s}^2)^{3/4}(42 \text{ m})^{3/4}} = 0{,}56,$$

es decir, resulta igual al valor especificado en el enunciado del problema; por tanto, la bomba 1 funciona en condiciones nominales o de rendimiento máximo (en este caso, η_1 = 0,75). La bomba 2 funciona con una altura manométrica

$$H_{m2} = \frac{p_c - p_b}{\rho g} = \frac{(6{,}7 - 3{,}9 \,\text{kg/cm}^2)(10^4 \ \text{cm}^4/\text{m}^4)(9{,}81 \,\text{m/s}^2)}{(10^3 \ \text{kg/m}^3)(9{,}81 \,\text{m/s}^2)} = 28 \text{ m},$$

de modo que puede comprobarse que la velocidad específica resulta en este caso (téngase en cuenta que por estar ambas bombas en serie, el caudal trasegado es el mismo, mientras que la altura total del conjunto es la suma de las alturas proporcionadas individualmente por cada bomba),

$$\Omega_{s2} = \Omega \frac{Q^{1/2}}{(gH_{m2})^{3/4}} = 0{,}175,$$

distinta a 0,56, lo que significa que la bomba 2 no funciona en condiciones nominales. Se hallará a continuación la potencia consumida por la bomba 1,

$$W_{B1} = \frac{1}{\eta_1} \rho g Q H_{m1},$$

Obteniéndose W_{B1} = 16,79 KW. Imponiendo entonces que la potencia consumida por la bomba 2 es igual a la consumida por la bomba 1, puede hallarse el rendimiento como sigue:

$$\eta_2 = \frac{\rho g Q H_{m2}}{W_{B2}},$$

obteniéndose $\eta_2 = 0{,}5$. El rendimiento total del conjunto puede plantearse así

$$\eta_{\text{serie}} = \frac{\rho g Q (H_{m1} + H_{m2})}{W_{B1} + W_{B2}},$$

y sustituyendo valores numéricos, se obtiene $\eta_{\text{serie}} = 0{,}625$.

c) La velocidad absoluta en la entrada del rodete se determina utilizando la Ecuación de Euler, junto con las relaciones trigonométricas necesarias de los triángulos de velocidades. Se tendrá en cuenta que $v_{u1} = 0$ y que la altura del álabe es constante $b_1 = b_2$. Se supondrá

además que los rendimientos volumétrico y orgánico son iguales a la unidad, luego $\eta_t = \eta_h$. De la Ecuación de Euler se obtiene

$$v_{u2} = 12{,}49 \text{ m/s},$$

y trabajando con el triángulo de velocidades en la salida del rodete,

$$v_{m2} = 18{,}18 \text{ m/s},$$

y por la ecuación de continuidad,

$$v_{m1} = v_{m2}\frac{D_2}{D_1} = (18{,}18 \text{ m/s})\,\frac{0{,}3 \text{ m}}{0{,}15 \text{ m}} = 36{,}36 \text{ m/s},$$

que es el valor de la velocidad absoluta v_1 (téngase en cuenta que $v_{u1} = 0$).

d) De la definición del NPSH necesario por parte de la instalación, puede hallarse la altura máxima de aspiración $z_{asp,máx}$ para evitar problemas de cavitación,

$$(\text{NPSH})_{\text{N}} = \left(\frac{p_a - p_v}{\rho g} - z_{asp,\text{máx}} - \Delta H_{\text{asp}}\right),$$

imponiendo la condición de cavitación incipiente, $(\text{NPSH})_N = (\text{NPSH})_D = 3{,}5$. La altura de pérdidas en la aspiración se hallará como sigue:

$$\Delta H_{\text{asp}} = \left(0{,}014\frac{z_{asp,\text{máx}}}{(4\times 25{,}4\times 10^{-3} \text{ m})} + 2{,}5 + 0{,}64\right)\frac{(3{,}77 \text{ m/s})^2}{2\,(9{,}81 \text{ m/s}^2)},$$

es decir, se supone que la longitud de la tubería de aspiración es igual a la diferencia de cotas entre la superficie libre del agua y la sección de entrada de la bomba. Se efectúa esta suposición a falta de otros datos en el enunciado del problema (la longitud de la tubería de aspiración es siempre mayor que z_{asp}). Puede observarse que en la expresión anterior, se ha utilizado el mismo valor del coeficiente de fricción que se ha calculado anteriormente, así como la velocidad del agua. Puede comprobarse que se obtiene

$$z_{asp,\text{máx}} = 3{,}61 \text{ m}.$$

En cuanto al coeficiente ε, de la definición del NPSH necesario por parte de la bomba,

$$(\text{NPSH})_N = \left(\frac{v_e^2}{2g} + \varepsilon\frac{w_1^2}{2g}\right),$$

sin más que calcular previamente $w_1 = 42{,}99 \text{ m/s}$, se obtiene

$$\varepsilon = 0{,}03.$$

e) Suponiendo el caso más desfavorable, es decir, un cierre súbito en el que la sobrepresión que se produce viene dada por la expresión de Allievi,

$$\Delta p = \rho c U_0,$$

siendo c la velocidad de las ondas de presión en el seno del fluido (celeridad), y que se calculará con la expresión de Joukowski,

$$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{\rho}{E}\dfrac{D}{e}},$$

con los siguientes valores numéricos:

$$U_0 = 3{,}77 \text{ m/s}, \quad a = 1.400 \text{ m/s}, \quad \rho = 1.000 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$E = 2\times 10^{11} \text{ N/m}^2, \quad D = 4\times 25{,}4\times 10^{-3} \text{ m}, \quad e = 0{,}008 \text{ m}.$$

Efectuando los cálculos, se obtiene

$$c = 1.320 \text{ m/s},$$

de modo que

$$\Delta p = 49{,}77 \text{ bares}.$$

Problema IV-2	RESUELTO

Se dispone de una rueda Pelton con las siguientes características:

Diámetro al punto central de las cucharas: 3 m.

Velocidad específica de máxima eficiencia: $\Omega_S = 0{,}08$.

Ángulo $(180º-\beta_2)$ *que forma la tangente de salida de la cuchara con el chorro incidente:* 170º.

Coeficiente de pérdidas por fricción en la cuchara $\zeta = 7$ %.

Esta rueda se quiere utilizar en una turbina de acción de características nominales H_n = 600 m y Q = 12 m^3/s, *utilizando inyectores de rendimiento hidráulico* $\eta_{h,i} = 0{,}94$. *Se puede estimar los rendimientos volumétrico y orgánico en los siguientes valores:* $\eta_v = 0{,}98$ y $\eta_0 = 0{,}97$. *Se pide determinar el resto de los parámetros de la turbina:*

a) *Régimen de giro de la turbina y el número (entero) de pares de polos del alternador de* 50 Hz *que se conecte directamente al eje de la misma.*

b) *Rendimiento hidráulico de la cuchara,* $\eta_{h,c}$, *y la velocidad absoluta del agua cuando abandona a la misma.*

c) *Número de inyectores que se deben usar y diámetro de cada chorro.*

d) *Potencia nominal obtenida de la turbina y rendimiento total de la misma.*

SOLUCIÓN

a) Teóricamente, el rendimiento máximo en una turbina hidráulica de tipo Pelton se alcanza para una relación entre la velocidad de arrastre, u, y la velocidad absoluta del chorro, v_1, igual a 0,5. Sin embargo, en la práctica, esta relación suele estar próxima a 0,45. La velocidad absoluta del chorro puede calcularse por

$$v_1 = (\eta_{h,i}\, 2gH_n)^{1/2},$$

donde $\eta_{h,i}$ es el rendimiento hidráulico del inyector. La velocidad v_1 resulta entonces

$$v_1 = (0{,}94)(2\times 9{,}81 \text{ m/s}^2)(600 \text{ m}) = 105{,}2 \text{ m/s},$$

con lo que la velocidad de arrastre resulta

$$u = 0{,}45\, v_1 = 47{,}34 \text{ m/s}.$$

Por otro lado, el número de pares de polos del alternador, n_p, se determina por

$$n_p = \frac{f}{\Omega} = \frac{f}{2u/D} = \frac{2\pi(50\,\text{Hz})}{2(47{,}34\,\text{m/s})/(3\,\text{m})} = 9{,}95\,\text{pares}.$$

El número de pares de polos tiene que ser forzosamente entero, por lo que se aproxima a 10. Debe variar entonces la velocidad de arrastre que se ha estimado anteriormente, y por tanto, la velocidad de giro. Repitiendo los cálculos, resulta finalmente

$$p = 10\,\text{pares}, \quad \Omega = 31{,}42\,\text{rad/s}\,(= 300\,\text{r.p.m.}).$$

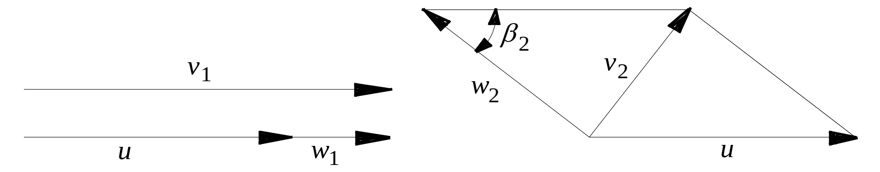
b) El rendimiento hidráulico de la cuchara, $\eta_{h,c}$, se calcula mediante la expresión siguiente:

$$\eta_{h,c} = 2\frac{u}{v_1}\left(1-\frac{u}{v_1}\right)\left[1+(1-\zeta)^{1/2}\cos\beta_2\right],$$

siendo ζ el coeficiente de pérdidas por fricción en la cuchara, $\zeta = 1-(w_2-w_1)^2 = 0{,}07$, y β_2 = 180º – 170º = 10º. Sustituyendo valores numéricos (compruébese que $u/v_1 = 0{,}448$), se obtiene

$$\eta_{h,c} = 0{,}964.$$

Para calcular la velocidad absoluta del agua en la salida de la cuchara, v_2, se hará uso de las relaciones derivadas de los triángulos de velocidades en la entrada y en la salida de la cuchara (véase la figura adjunta)



La velocidad relativa en la entrada, w_1, se calcula por

$$w_1 = v_1 - u = 105{,}2\,\text{m} - 47{,}12\,\text{m} = 58{,}07\,\text{m/s},$$

y la velocidad relativa en la salida, w_2, se determina a partir de w_1 como sigue:

$$w_2 = (1-\zeta)^{1/2}\,w_1,$$

obteniéndose un valor de 56 m/s. Puede ahora calcularse la velocidad absoluta en la salida de la cuchara mediante el teorema del coseno (véase la figura adjunta),

$$v_2^2 = w_2^2 + u^2 - 2w_2 u\cos\beta_2.$$

Sustituyendo valores numéricos en la expresión anterior, se obtiene

$$v_2 = 12{,}61\,\text{m/s}.$$

c) En una turbina tipo Pelton, se adopta el criterio de que la velocidad específica está referida a un único chorro, independientemente del hecho de que la turbina tenga uno o más chorros. Teniendo en cuenta esto, puesto que la velocidad específica es conocida (Ω_S = 0,08), puede obtenerse el caudal de un chorro,

$$\Omega_s = \Omega\frac{Q_{1\,\text{chorro}}^{1/2}}{(gH_n)^{3/4}},$$

de donde se obtiene $Q_{1\,\text{chorro}}$ = 2,928 m^3/s. Como el caudal total trasegado por la turbina es de 12 m^3/s, el número se chorros, n, se calcula por

$$n = \frac{Q}{Q_{1\,\text{chorro}}} = \frac{12\,\text{m}^3/\text{s}}{2{,}928\,\text{m}^3/\text{s}} \approx 4\,\text{chorros}.$$

El diámetro de cada chorro, d, se determina fácilmente como sigue:

$$d = \left(\frac{4Q}{\pi v_1}\right)^{1/2} = \left(\frac{4(2{,}928\,\text{m}^3/\text{s})}{\pi(105{,}2\,\text{m/s})}\right)^{1/2} = 0{,}1882\,\text{m}.$$

d) El rendimiento hidráulico se calcula por

$$\eta_h = \eta_{h,c}\eta_{h,i} = (0{,}964)(0{,}94) = 0{,}906,$$

de modo que puede calcularse el rendimiento total como sigue:

$$\eta_t = \eta_h\eta_v\eta_o = (0{,}906)(0{,}98)(0{,}97) = 0{,}861.$$

La potencia nominal obtenida se calcula entonces por

$$W_t = \eta_t\rho Q g H_n = 0{,}861\,(1000\,\text{kg/m}^3)(12\,\text{m}^3/\text{s})(9{,}81\,\text{m/s}^2)(600\,\text{m}),$$

obteniéndose

$$W_T = 60{,}81\,\text{MW}.$$

Problema IV-3 RESUELTO

Una turbina Pelton de un solo chorro está instalada para aprovechar un salto hidráulico bruto de 740 m, *respecto del nivel del agua a la altura del inyector. El diámetro de la tubería forzada es de* 1,2 m*, la longitud de* 3.050 m, *y la rugosidad relativa de* 0,001. *El diámetro del chorro de agua en el inyector es de* 200 mm, *siendo las pérdidas hidráulicas en el mismo iguales a* $0{,}05(V_{\text{inyector}})^2/2g$. *El diámetro de la rueda Pelton es de* 2,6 m, *y el ángulo de salida de la velocidad relativa en la cuchara es igual a* 25º. *La turbina está conectada a un alternador síncrono de* 8 *pares de polos y rendimiento total del* 97 %. *El rendimiento orgánico de la turbina es del* 98 %. *Suponiendo que se mantiene la velocidad relativa a lo largo de la cuchara en la rueda Pelton, se pide calcular:*

a) El caudal de funcionamiento y la velocidad del chorro.

b) Los rendimientos hidráulicos del inyector y de la cuchara, y el módulo de la velocidad absoluta de salida.

c) La velocidad específica y el grado de reacción.

d) La fuerza que ejerce el chorro sobre la cuchara.

e) La producción anual en GWh *y el rendimiento total de la central.*

SOLUCIÓN

a) Es preciso plantear la conservación de la energía mecánica para tener en cuenta las pérdidas que se producen en el inyector, y que vienen cuantificadas en el enunciado del problema. Se denotará por v a la velocidad en la tubería forzada, mientras que v_1 es la velocidad del chorro en la salida del inyector. La altura bruta puede ponerse como

$$H_b = H_n + \lambda\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g},$$

siendo $H_b = 740\,\mathrm{m}$, $L = 3.050\,\mathrm{m}$, y $D = 1{,}2\,\mathrm{m}$. Por otro lado, puede ponerse:

$$H_1 = H_n - \Delta H_{\mathrm{inyector}} = \frac{v_1^2}{2g},$$

siendo $\Delta H_{\mathrm{inyector}} = 0{,}05\,(v_1^2/2g)$. Combinando las ecuaciones anteriores, y empleando la ecuación de continuidad para expresar una velocidad en función de la otra,

$$v_1 = \frac{D^2}{D_1^2} v = \frac{1{,}2\,\mathrm{m}}{0{,}2\,\mathrm{m}} v = 36\,v,$$

puede llegarse a una expresión para la velocidad en la tubería forzada en función de λ,

$$v = \left(\frac{14.518}{1.360 + 2.541\lambda} \right)^{1/2},$$

de modo que es preciso hacer al menos una iteración en el diagrama de Moody (la rugosidad relativa es 0,001), como se ha indicado en problemas anteriores. Operando, se obtiene

$$\lambda = 0{,}0196;\, v = 3{,}208\,\mathrm{m/s};\, v_1 = 115{,}5\,\mathrm{m/s};\, Q = 3{,}628\,\mathrm{m}^3/s.$$

b) Para hallar el rendimiento hidráulico del inyector, es preciso en primer lugar calcular la altura neta, que se obtiene del apartado anterior H_n = 713,9 m, de modo que puede hacerse

$$\eta_{h,i} = \frac{v_1^2}{2gH_n} = 0{,}952.$$

Para encontrar el valor del rendimiento hidráulico de la cuchara,

$$\eta_{h,c} = 2\frac{u}{v_1}\left(1 - \frac{u}{v_1}\right)\left[1 + (1-\zeta)^{1/2}\cos\beta_2\right]$$

se necesita la relación u/v_1, que se halla sin más que calcular la velocidad de arrastre u (para ocho pares de polos, se obtiene una velocidad de rotación de la rueda de 375 r.p.m., y haciendo $u = \Omega D_m/2$, siendo D_m el diámetro medio de la rueda Pelton, se tiene u = 51,05 m/s). Puesto que en el enunciado del problema se advierte que la velocidad relativa a la rueda se mantiene, entonces $\zeta = 0$, de modo que ya estamos en condiciones de hallar el rendimiento hidráulico de la cuchara, $\eta_{h,c} = 0{,}94$.

En cuanto a la velocidad absoluta de salida, se puede calcular utilizando el teorema del coseno en el triángulo de velocidades en la salida (véase el problema anterior); teniendo en cuenta además que $w_2 = w_1 = v_1 - u$ = 64,45 m/s,

$$v_2 = 28{,}34\,\mathrm{m/s}.$$

c) La velocidad específica se obtiene de su definición; puede comprobarse que se obtiene 0,0977. El grado de reacción es nulo, por tratarse de una turbina de acción.

d) La fuerza del chorro sobre la cuchara puede obtenerse a partir de la potencia obtenida en la rueda Pelton,

$$W_T = \eta_t \rho g Q H_n,$$

de modo que tomando el rendimiento volumétrico igual a la unidad, y calculando el rendimiento hidráulico por $\eta_h = \eta_{h,i}\ \eta_{h,c}$, se obtiene una potencia de 22.280 kW; el par total que se ejerce sobre la rueda se halla por

$$T = \frac{W_T}{\Omega} = \frac{22.280\ \mathrm{KW}}{375\,(\pi/30)\ \mathrm{rad/s}} = 567.400\ \mathrm{N.m},$$

y entonces la fuerza media sobre las cucharas se calcula simplemente

$$F = \frac{T}{D_m/2} = \frac{567.400\ \mathrm{Nm}}{(2{,}6\ \mathrm{m})/2} = 436.500\ \mathrm{N}.$$

e) La producción anual de la central se halla multiplicando la potencia que se obtiene de la rueda Pelton por el número de horas anuales de turbinación, y por el rendimiento eléctrico del alternador, obteniéndose P = 189,3 GWh/año. El rendimiento total de la central se calcula tal como se ha definido en el Capítulo 12,

$$\eta_c = \eta_t \eta_e \frac{H_n}{H_b} = 0{,}821.$$

Problema IV-4	RESUELTO

Un ventilador de flujo axial con velocidad específica Ω_S = 4,6 *funciona con aire, desarrollando un rendimiento hidráulico del* 92 %. *El diámetro medio del rodete es de* 1,86 m, *siendo la velocidad axial (supuesta uniforme en todo el rodete) igual a* 40 m/s, *y la velocidad de giro* 450 r.p.m. *La altura manométrica desarrollada es de* 35 m *de columna de aire. El ventilador debe vencer una altura de* 30 m *de columna de aire, requerida por la instalación a la que está conectado; la longitud total de los conductos de la instalación es de* 12,5 m, *el diámetro es* 1,5 m, *y el coeficiente de pérdidas por fricción* λ = 0,01, que *se supondrá constante. El número de álabes es* 12 *y la cuerda de los mismos a la altura correspondiente al diámetro medio es* l = 33 cm. *Se conoce además que tanto el rendimiento volumétrico como el orgánico son iguales a* 0,98. *Puede considerarse que el aire se comporta como un fluido incompresible; por tanto, se tratará al ventilador como a una bomba hidráulica axial. Se supondrá además que el fluido entra al rodete sin prerrotación.*

Todo lo que se pide a continuación se refiere a la sección dada por el diámetro medio del rodete.

a) Calcular en primer lugar el caudal trasegado por la máquina. ¿Cuál es la rugosidad de los conductos de la instalación?

b) Hallar la potencia específica y la potencia consumida por el ventilador.

c) Determinar el valor de la componente acimutal de la velocidad absoluta en la salida del rodete.

d) Encontrar el valor del coeficiente de sustentación del álabe (supóngase que el coeficiente de pérdidas en el álabe es nulo).

e) Dar los ángulos del álabe en la entrada y en la salida del rodete, y el ángulo que forma la corriente en el infinito con la dirección acimutal α_∞.

f) Determinar los diámetros exterior (de punta) e interior (de raíz) del rodete.

DATOS: *densidad del aire:* 1,25 kg/m^3; *viscosidad cinemática del aire:* $2{,}06 \times 10^{-5}$ m^2/s.

SOLUCIÓN

a) El tratamiento que debe seguirse con los ventiladores es del todo similar al de las bombas; debe cuidarse sin embargo el modo de expresar la presión en unidades de

longitud. En problemas anteriores, en muchas ocasiones únicamente se ha puesto m (metros), cuando en realidad se debería haber puesto m c.a. (metros de columna de agua); esto se explica porque el fluido “por defecto” es el agua. En este problema, el fluido es aire, y entonces los “metros” son de columna de aire; sin embargo, como la relación entre metros de columna de aire y metros de columna de agua es del orden de 1.000 (es decir, de la relación de densidades), a menudo se utilizan metros de columna de agua para expresar las presiones en los ventiladores, eliminado así el engorro de manejar números demasiado grandes. En este problema, se trabajará en términos de metros de columna de aire, utilizando una densidad del aire de 1,25 kg/m^3. La mayoría de los conceptos que se preguntan en este problema ya han sido tratados en otros problemas, por lo que se expondrá la solución de forma más resumida.

En este primer apartado, planteado la ecuación habitual para imponer la conservación de la energía mecánica,

$$H_m = H_g + \Delta H_{inst},$$

se obtiene Q = 60,63 m^3/s, comprobándose en el diagrama de Moody que los conductos de la instalación son lisos.

b) La velocidad específica y la potencia específica se calculan a partir de su definición, obteniéndose 4,6 y 4,874, respectivamente. La potencia consumida por el ventilador se halla como sigue:

$$W_B = \frac{\rho g Q H_m}{\eta_h \eta_v \eta_o} = 29{,}45\,\mathrm{KW}.$$

c) Para determinar v_{u2}, se hará uso de la Ecuación de Euler, teniendo en cuenta que no existe prerrotación (v_{u1} = 0). Puede comprobarse que se obtiene

$$v_{u2} = 8{,}516\,\mathrm{m/s}.$$

d) Operando como se ha hecho en problemas anteriores, se halla

$$C_L = 0{,}4468, \quad (\mathrm{y} \quad C_D = 0).$$

e) Se emplearán las siguientes relaciones para hallar los ángulos requeridos:

$$\tan\beta_1 = \frac{v_a}{w_{u1}}; \quad \tan\beta_2 = \frac{v_a}{w_{u2}}; \quad \tan\alpha_\infty = \frac{v_a}{w_\infty},$$

habiéndose obtenido en apartados anteriores que $w_{u1} = 43{,}83\,\mathrm{m/s}$, $w_{u2} = 35{,}31\,\mathrm{m/s}$, $v_a = 40\,\mathrm{m/s}$, $w_\infty = 56{,}27\,\mathrm{m/s}$, de modo que sustituyendo todos estos valores en la expresión anterior, se obtiene

$$\beta_1 = 42{,}38^\circ; \quad \beta_2 = 48{,}56^\circ; \quad \alpha_\infty = 45{,}30^\circ.$$

f) Se planteará la ecuación de continuidad

$$Q_i = \frac{Q}{\eta_v} = v_a \pi \frac{D_p^2 - D_r^2}{4},$$

que puede ponerse como sigue:

$$\frac{Q}{\pi \eta_v v_a} = D_m (D_m - D_r),$$

siendo $D_m = (D_p + D_r)/2$, de modo que leyendo del enunciado que el diámetro medio es igual a 1,86, se obtiene

$$D_r = 1{,}595\ \text{m}; \quad D_p = 2{,}125\ \text{m}.$$

PROBLEMAS PROPUESTOS. BLOQUE IV

Problema IV-5 PROPUESTO

Se quiere utilizar un embalse para alimentar una central hidroeléctrica situada a una cota inferior de 300 m. *La conexión con la central se realiza mediante tres conductos de* 3.500 m *de longitud cada uno, de diámetro en principio indefinido y con rugosidad relativa* ε = 0,004. *La pérdida de carga debida a la fricción no debe ser superior a los* 40 m *y se puede despreciar cualquier otra pérdida localizada.*

La potencia total de la planta se desea que sea como mínimo de 26 MW, *pero con el fin de que pueda funcionar con caudales muy diversos, quiere configurarse montando en paralelo turbinas Pelton de un solo chorro y de potencia específica igual a* 0,23. *El régimen de giro será de* 600 r.p.m. *y la relación entre la velocidad de la cuchara y la del chorro debe ser de* 0,46. *El rendimiento hidráulico del inyector es* 0,96 *y el general de la rueda,* 0,87. *Se pide:*

a) *Número de ruedas Pelton de las características mencionadas que se deben instalar en paralelo.*
b) *Diámetro que deben tener las ruedas Pelton.*
c) *Caudal nominal de cada rueda y el general de la instalación.*
d) *Diámetro de las tuberías que unen el embalse con la central.*
e) *Si se quisiera ensayar un modelo a escala reducida* 1/2 *de una de las ruedas Pelton utilizadas, conectada a un alternador de* 375 r.p.m., *determinar las siguientes condiciones de ensayo: altura neta y caudal necesarios en la instalación, y potencia que se obtendría suponiendo rendimientos iguales.*

SOLUCIÓN

a) $n = 6$.
b) $D = 1{,}025$ m.
c) $Q_{1\ \text{rueda}} = 1{,}953$ m^3/s; $Q = 11{,}72$ m^3/s.
d) $D_{\text{tuberías}} = 1{,}253$ m.
e) $H_n' = 25{,}39\ \text{m}; Q' = 0{,}1526\ \text{m}^3/\text{s}; W_T' = 33{,}59\ \text{kW}.$

Problema IV-6 PROPUESTO

La conducción forzada de alimentación a una turbina Pelton de un solo chorro se compone de tres tramos en serie con las siguientes características:

Tramo	Longitud (m)	Diámetro (m)	Rugosidad (mm)
1	1.250	1,2	1,0
2	1.100	1,1	1,0
3	1.960	1,0	1,0

La altura bruta del salto es de 465 m *y el caudal de* 4 m^3/s. *La velocidad de rotación de la turbina es de* 550 r.p.m., *el coeficiente de potencia específica es* W_S = 0,22, *el ángulo de la velocidad relativa en la salida de la cuchara es* β_2 = 10º, *y el coeficiente de pérdidas por fricción en la misma es* ζ = 0,07. *El rendimiento hidráulico de la cuchara es* 0,97, *y los rendimientos volumétrico y orgánico pueden tomarse iguales a la unidad.*

a) Calcular la altura neta, la potencia desarrollada y el rendimiento total de la turbina.

b) Determinar los diámetros de la rueda Pelton y del chorro.

c) Calcular la velocidad absoluta de salida en la rueda.

d) Si se sustituyera la turbina por otra de potencia específica igual a 0,26*, con el mismo rendimiento, teniendo en cuenta que la altura bruta debe conservarse en cualquier caso, determinar el caudal con el que debería trabajar la nueva turbina para que funcionara en condiciones de rendimiento máximo. ¿Qué potencia produciría en estas condiciones la nueva turbina?*

SOLUCIÓN

a) $H_n = 383{,}5\ \text{m}; W_T = 12{,}67\ \text{MW}; \eta_t = 0{,}842.$

b) $D = 1{,}31\ \text{m}; D_1 = 0{,}251\ \text{m}.$

c) $v_2 = 8{,}037\ \text{m/s}.$

d) $Q' \approx 4{,}8\ \text{m}^3/\text{s}; W_T' = 13{,}78\ \text{MW}.$

Problema IV-7 PROPUESTO

En la figura adjunta se representa el esquema de una central de acumulación por bombeo, en la que se impulsa un caudal de agua Q = 520 *litros*/s *desde una cota de* 120 m *a un depósito cuya superficie libre se encuentra a la cota* 200 m, *a través de una tubería de acero de diámetro* D_0 *y longitud* L_0 = 90 m. *Desde el depósito hasta la central de turbinación (en la que se ha dispuesto una turbina Pelton de un solo chorro) existen tres conducciones; la primera de ellas es una galería de hormigón* (*longitud* L_1 = 2.000 m, *diámetro* D_1 = 1,5 m), *que une el depósito con una chimenea de equilibrio; la segunda conducción es una tubería de acero* (L_2 = 200 m, D_2 = 0,5 m), *y la última conducción es otra tubería de acero de dimensiones diferentes* (L_3 = 40 m, D_3 = 0,3 m), *que termina en la boquilla del inyector de la turbina Pelton* (D_B = 0,1 m). *Se supondrá que la rugosidad absoluta del hormigón es* k = 0,3 cm, *y que la del acero es* k = 0,005 cm. El *coeficiente de pérdida local en la boquilla es* K_B = 0,02, *referido a la velocidad del chorro en la boquilla. En la parte de bombeo, se tendrán en cuenta las pérdidas localizadas debidas a un filtro y válvula de pie* (K_P = 2,5), *y a una válvula de regulación* (K_V = 1,5), *además de la pérdida de energía cinética en el depósito. En la parte de turbinación, se despreciarán todas las pérdidas localizadas, salvo la de la boquilla, y la energía cinética del chorro de salida, que se utiliza precisamente para mover la rueda.*

a) Sabiendo que se dispone de un motor eléctrico de 1.500 r.p.m., *seleccionar el tipo de bomba a instalar, si la velocidad máxima recomendada en la tubería de bombeo es de* 3,5 m/s.

b) Realizar un prediseño del rodete de la bomba anterior, imponiendo que la relación entre los diámetros exterior e interior, y entre la anchura del rodete y el diámetro exterior, es

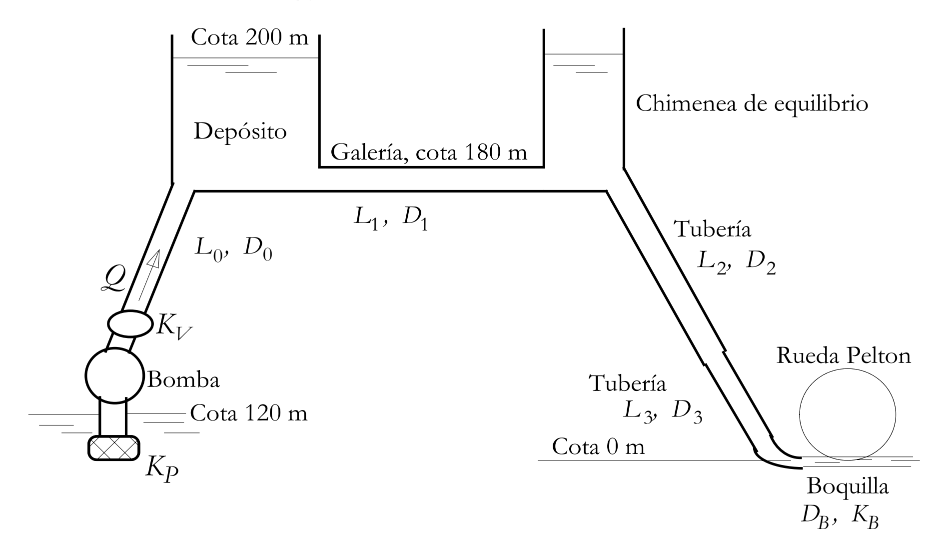
de D_2/D_1 = 2,1, *y* $b_2/D_2 = b_1/D_2$ = 0,2, *respectivamente. Calcular también la energía anual consumida por la bomba en* MWh *(supóngase un rendimiento total del* 75 %*).*

c) *Calcular el caudal que le llega a la turbina Pelton.*

d) *Determinar la cota del nivel del agua en la chimenea de equilibrio.*

e) *Si el rendimiento total de la turbina Pelton es* η_t = 0,89, *determinar el rendimiento hidráulico de la cuchara, y la potencia entregada al alternador.*

f) *Calcular la producción anual de la central en* MWh, *si se tienen previstos* 15 *días de paradas para labores de mantenimiento e imprevistos. El rendimiento del alternador y conjunto eléctrico es del* 96 %.



SOLUCIÓN

a) Bomba centrífuga de velocidad específica 0,731.

b) $D_2 = 51\,\text{cm}; D_1 = 24{,}3\,\text{cm}; b_2 = b_1 = 10{,}2\,\text{cm}; P = 5.053\,\text{MWh}.$

c) 0,4807 m^3/s.

d) 199,98 m.

e) $\eta_{h,c} = 0{,}9078; W_T = 817{,}1\,\text{kW}.$

f) P = 6.589 MWh.

Problema IV-8 PROPUESTO

Se ha aprovechado un salto hidráulico bruto de 450 m mediante una turbina Pelton de velocidad específica 0,087. El rendimiento global de la central hidroeléctrica es del 78 %, y el del alternador (de 10 pares de polos) del 98 %. Los rendimientos volumétrico, orgánico e hidráulico de la turbina se tomarán iguales a 0,94, 0,98 y 0,92, respectivamente; las pérdidas hidráulicas se reparten por igual entre los inyectores y las cucharas. Se conoce que la velocidad absoluta del agua en la salida de la cuchara es de 10 m/s, y que el ángulo con que sale la velocidad relativa es β_2 = 10º. La conducción forzada desde la presa a la central está compuesta por cuatro tuberías en paralelo de diámetro igual a 1 m, rugosidad 0,1 mm y longitud 1.250 m; cada una de estas tuberías tiene una embocadura desde la torre de toma (constante de pérdida secundaria K = 1,2), dos codos (K = 0,8 cada uno) y un colector de entrada a la central (K = 1,8). Se pide calcular:

a) Caudal total turbinado.

b) Número de chorros con que funciona la turbina.

c) Potencia total obtenida y producción anual de la central.

d) Factor de pérdidas en la cuchara y diámetro medio de la rueda Pelton.

e) Diámetro de uno de los inyectores.

SOLUCIÓN

a) 16,34 m^3/s.

b) 8 chorros.

c) $W_T = 57{,}41\,\text{MW};\ P = 5{,}029 \times 10^5\ \text{MWh}.$

d) $u / v_1 = 0{,}45;\ \zeta = 0{,}094;\ D = 2{,}55\,\text{m}.$

e) $D_1 = 0{,}171\,\text{m}.$

Problema IV-9 PROPUESTO

Un sistema de ventilación como el representado esquemáticamente en la figura se utiliza para extraer los gases que se producen en un proceso de extracción de mineral. Las pérdidas de presión en los tres tramos que componen la instalación (para una densidad del gas de 1,2 *kg/m^3) están dadas por*

Tramo	*Pérdida presión ΔH_{inst} (mm c. agua)*	*Caudal Q (m^3/s)*
1	49	100
2	73	100
3	10	200

La curva característica del ventilador (también para una densidad del gas de 1,2 *kg/m^3) está dada, para una velocidad de giro de* 525 *r.p.m., por los siguientes puntos de funcionamiento:*

Caudal Q (m^3/s)	0	100	150	200	250	300	350
Altura H_m (mm c. agua)	175	180	175	160	135	100	60

Suponiendo que la densidad del gas se mantiene constante, se pide determinar:

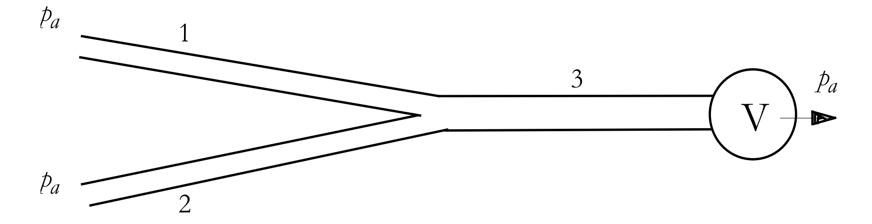
a) Caudal y altura manométrica con que funciona el ventilador.

b) La velocidad específica. Comprobar que se trata de una turbomáquina axial.

Se quiere efectuar un prediseño de los álabes del rodete. Para ello, se imponen los siguientes requerimientos: Velocidad acimutal en la entrada nula; velocidad periférica máxima: 100 m/s. $D_{punta}/D_{raíz} = 2{,}8$, *rendimiento hidráulico requerido:* 0,85. *Se pide calcular:*

c) Valores del factor de velocidad v_a/u en la raíz, sección media y punta del álabe.

d) Valores de los factores de resistencia y sustentación, $(l/t)\ C_D$ y $(l/t)\ C_L$, en la raíz, sección media y punta del álabe.



SOLUCIÓN

a) $Q = 266$ m^3/s; $H_m = 122$ mm c.a.

b) 5,05.

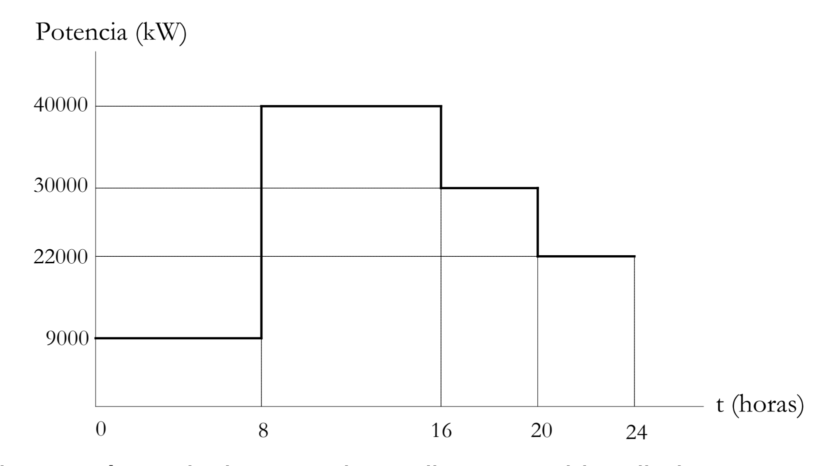
c) 0,8213, 0,4322 y 0,2933, respectivamente.

d) Raíz: 1,274 y 0,1250, respectivamente. Media: 0,4512 y 0,03567, respectivamente. Punta: 0,2034 y 0,01075, respectivamente.

Problema IV-10 PROPUESTO

La curva de carga diaria de una determinada población puede aproximarse por la figura adjunta. Se pretende cubrir la demanda de energía mediante el aprovechamiento de tres saltos hidráulicos cuyas características principales aparecen en la tabla siguiente:

Salto bruto (m)	Pérdidas en la conducción (m)	Q (m^3/s)	η (grupo turbinación)
150	7	20	0,88
75	4	15	0,92
75	4	10	0,90



a) *Calcular la energía total y la potencia media consumidas diariamente.*

b) *Determinar si son suficientes los tres saltos hidráulicos para cubrir la demanda.*

c) *Indicar los grupos de turbinación que deben funcionar en horas punta y en horas valle.*

d) *Si los generadores tienen en todos los casos* 10 *pares de polos ¿Qué tipo de turbina se debe instalar en cada salto?*

e) *Se quiere efectuar una estimación del diseño de la turbina del último salto hidráulico. Suponiendo que* $D_1/D_2 = 2{,}2$, $b_1/D_1 = 0{,}15$, y $b_2 = 1{,}5 b_1$, *y que no existe componente acimutal de la velocidad en la salida del rodete,*

f) *Calcular mediante el diagrama de Cordier los diámetros exterior e interior del rodete de la turbina.*

g) *Hallar los ángulos de entrada y de salida de los álabes del rodete, suponiendo que el rendimiento hidráulico es igual a* 0,92.

h) *Determinar el rendimiento orgánico.*

i) *¿Qué variación experimentan los ángulos de entrada y de salida del álabe si se toma un diámetro exterior del rodete de* 2 m*?*

SOLUCIÓN

a) 600.000 KWh; 25.000 KWh.

b) Puede cubrirse la demanda.

c) En horas punta deben funcionar los tres grupos; en horas valle, basta con el segundo.

d) Turbinas Francis normales en todos los grupos.

e) $D_1 = 2{,}46\ \text{m}; D_2 = 1{,}118\ \text{m}$.

f) $\beta_1 = 9{,}029^o; \beta_2 = 16{,}33^o$.

g) $\eta_o = 0{,}978$.

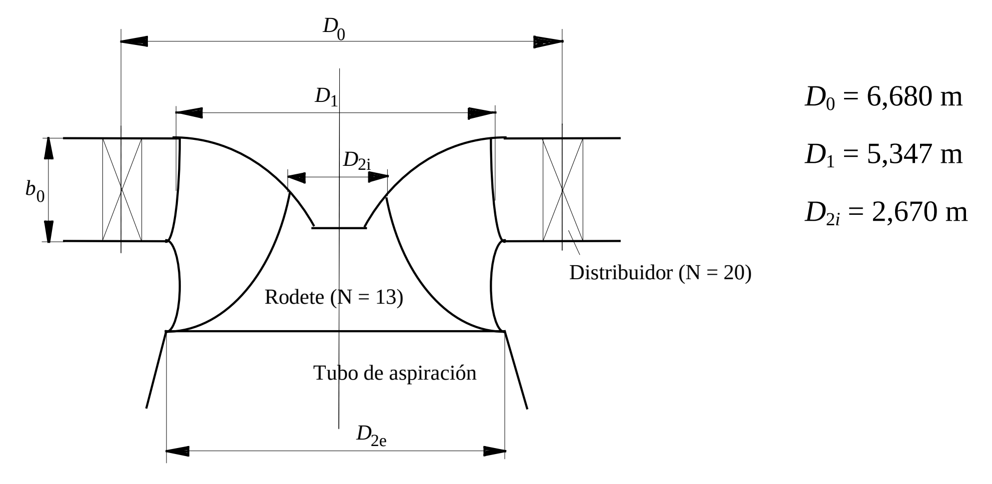
h) 185 % en la entrada; 75 % en la salida.

Problema IV-11 PROPUESTO

La central hidroeléctrica de La Grande (Québec, Canadá) tiene una producción eléctrica anual de $12{,}3 \times 10^{12}$ W.h*, correspondientes a* 240 *días al año en funcionamiento continuo y condiciones nominales. La central, que está formada por* 12 *turbinas Francis en paralelo, tiene un rendimiento total del* 80 %*. Las características de cada una de las turbinas para las condiciones de funcionamiento mínima/media/máxima, son las siguientes:*

	Mínima	*Media*	*Máxima*
gH_n (J/kg)	706	778	781
Q (m^3/s)	265	272	280
W_T (MW)	169	195	196
n (s^{-1})	1,875	1,875	1,875

Las dimensiones principales de una de las turbinas de la central se muestran en la figura adjunta. Se supondrá que los rendimientos volumétrico y orgánico son iguales ambos a 0,97*, pudiéndose tomar constantes para cualquier condición de funcionamiento. Se sabe que en la condición de funcionamiento nominal no existe momento cinético en la salida de los álabes del rodete.*



$D_0 = 6{,}680$ m

$D_1 = 5{,}347$ m

$D_{2i} = 2{,}670$ m

Para la condición de funcionamiento nominal, se pide:

a) Comprobar que la condición de funcionamiento media se corresponde con la condición nominal o de rendimiento máximo. Encontrar los valores de la velocidad específica, potencia específica, rendimiento eléctrico total de la central y altura bruta con que funciona cada turbina.

b) Calcular el ángulo de entrada del flujo en el rodete (supóngase que $b_0 = b_1$*).*

c) *Hallar el ángulo con que sale el flujo de los álabes del distribuidor, suponiendo que no existen pérdidas energéticas en el flujo entre el distribuidor y el rodete.*

d) *Suponiendo que la sección de paso entre los álabes del rodete se ha diseñado para que la velocidad meridiana a lo largo de la sección de salida sea el* 90 % *de la velocidad meridiana en la entrada, calcular los valores del ángulo del álabe en los puntos extremos, correspondientes a* D_{2i} y D_{2e}.

Se desea conocer ahora el comportamiento de la turbina para las condiciones extremas de funcionamiento.

e) *Calcular el rango de valores del ángulo con que sale el flujo de los álabes del distribuidor entre las condiciones de funcionamiento mínima/máxima (puede realizarse la misma suposición que en* 3*).*

f) *Hallar el valor del momento cinético medio (expresado como* $u_2 \cdot v_{u2}$*) que se genera*[56] *en la salida de los álabes del rodete en las condiciones de funcionamiento mínima/máxima.*

SOLUCIÓN

a) $\Omega_S = 1{,}319$, $W_S = 1{,}266$, $\eta_e = 0{,}913$, $H_b = 83{,}36$ m.

b) 24,91º.

c) 25,58º.

d) $16{,}73º \leq \beta_2 \leq 32{,}76º$.

e) 24,84º, 25,58º y 26,44º.

f) 90,82 m^2/s^2; 0; 12,11 m^2/s^2.

Problema IV-12	PROPUESTO

En la instalación de la figura, la bomba está impulsando el agua desde los depósitos inferiores (obsérvese que el nivel de la superficie libre del agua es diferente en estos depósitos) al depósito superior con un caudal de 7,85 *litros*/s *y girando a* 1.500 r.p.m. *Las longitudes de los tramos de tubería, las cotas de puntos significativos y los elementos singulares con pérdida de carga localizada se indican en la figura adjunta (la pérdida en la unión en* T *se refiere a la energía cinética de cualquiera de las ramas en paralelo de la aspiración). El diámetro de todas las tuberías es de* 5 cm, *y su rugosidad de* 0,2 mm. *Puede suponerse que en esta situación, la bomba funciona en condiciones nominales, con un rendimiento del* 70 %. El NPSH *suministrado por el fabricante es igual a* 2 m.

a) *Calcular el valor que debe tomar la constante de pérdida secundaria en la válvula* K_V *para que el caudal en cada rama de la aspiración sea el mismo.*

b) *Determinar el valor de las presiones relativas de entrada y de salida de la bomba en las condiciones anteriores.*

c) *Indicar el tipo de bomba que hay instalada, así como la potencia consumida y el* NPSH *con el que está funcionando. ¿Existe peligro de cavitación?*

d) *Calcular el valor del* NPSH *en el caso de que la sección de salida de la bomba se colocara* 0,5 m *por debajo del codo situado en la impulsión, suponiendo que se mantiene de alguna manera constante el caudal de funcionamiento nominal. ¿Existiría en estas condiciones peligro de cavitación?*

Se conoce que la anchura del rodete es constante e igual al 20 % *del diámetro interior del rodete, y que los álabes fueron trazados mediante un solo arco de círculo, con radio*

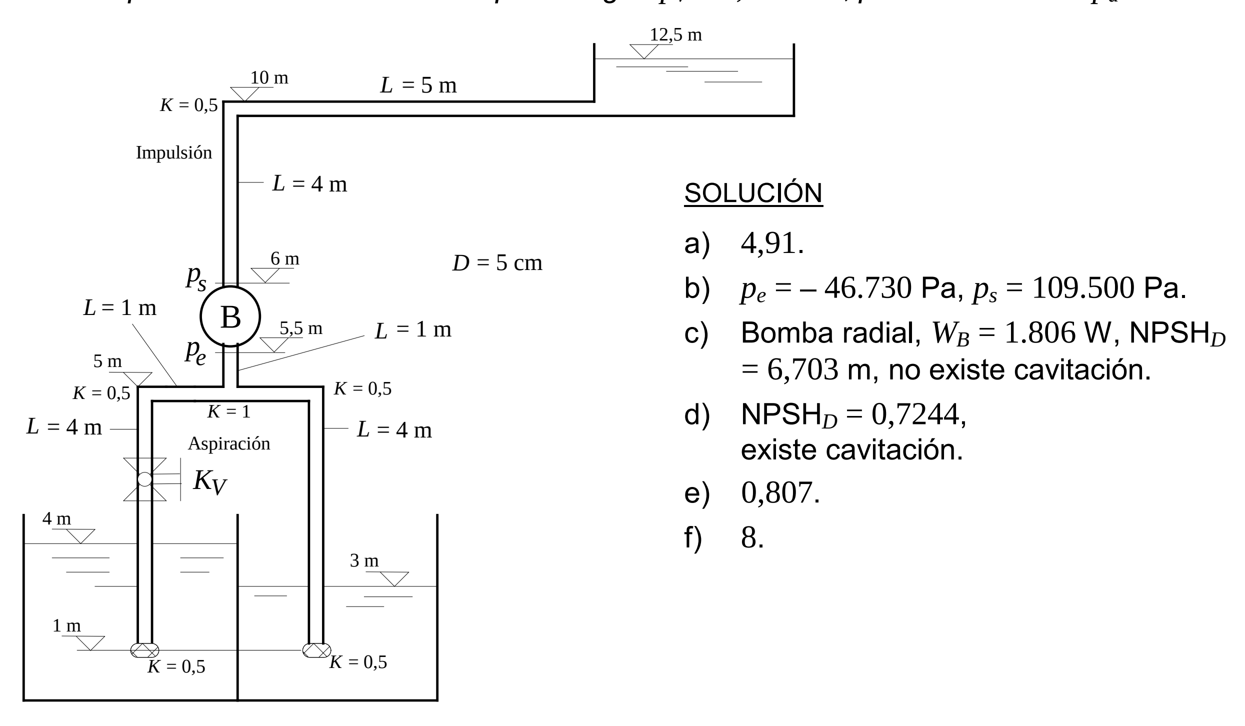
[56] Como se ha indicado anteriormente, esta cantidad debe ser nula para la condición de funcionamiento media (nominal).

igual a 9 cm. *El coeficiente de pérdida de presión interior de la bomba (que fija la presión mínima interior) es* ε = 0,5. *Suponiendo que no existe momento cinético en la entrada del rodete, y que el diámetro exterior del mismo se ha calculado mediante el diagrama de Cordier, se pide hallar:*

e) *El coeficiente de disminución de trabajo, sabiendo que en el diseño de la bomba se ha utilizado la corrección de Eck.*

f) *Estimar el número de álabes del rodete.*

DATOS: *presión de saturación del vapor de agua* p_v = 0,017 bar; *presión ambiente* p_a = 1 bar.



SOLUCIÓN

a) 4,91.

b) p_e = – 46.730 Pa, p_s = 109.500 Pa.

c) Bomba radial, W_B = 1.806 W, NPSH$_D$ = 6,703 m, no existe cavitación.

d) NPSH$_D$ = 0,7244, existe cavitación.

e) 0,807.

f) 8.

Problema IV-13	PROPUESTO

En un salto hidráulico a pie de presa, una turbina Pelton de 90 cm *de diámetro medio de la rueda y velocidad específica igual a* 0,078 *está conectada a un alternador de* 50 Hz *y* 4 *pares de polos.*

En un punto de funcionamiento dado, la turbina funciona con una altura neta de 300 m, *un caudal de* 0,50 m^3/s *y el diámetro de cada uno de los chorros (cuyo número es en principio desconocido), de* 46 mm. *Se conoce también que en esta situación la velocidad absoluta de salida del chorro en la cuchara es* v_2 = 10 m/s, *y que la velocidad relativa en el mismo punto es* w_2 = 0,92 w_1. *Para cualquier condición de funcionamiento, los rendimientos hidráulico del inyector, volumétrico y orgánico se pueden suponer constantes, e iguales a* 0,96, 0,98 y 0,98, *respectivamente.*

En estas condiciones, se pide:

a) *Determinar la velocidad de giro de la rueda y el ángulo de salida de la cuchara*.

b) *Calcular el rendimiento hidráulico de la cuchara y el total de la turbina.*

c) *Hallar la potencia total obtenida y el número de chorros que inciden sobre la rueda.*

Compruébese que la turbina no está funcionando en condiciones nominales o de rendimiento máximo. Si se quiere que la turbina trabaje en el punto nominal de

funcionamiento, es preciso variar la posición de la aguja del inyector. Se conoce que el rendimiento que se alcanza en este punto nominal es η_{max} = 0,89.

d) *Altura de pérdidas en la conducción forzada para obtener un rendimiento total de la central hidroléctrica del* 77 %, *suponiendo un rendimiento eléctrico total del* 92 %, *para altura neta constante.*

e) *Manteniendo constantes la velocidad de giro y la altura neta, calcular el diámetro que deberían tener los chorros para que la turbina funcione en condiciones de rendimiento máximo. Calcular la potencia obtenida en estas condiciones.*

f) *Determinar, para la condición de rendimiento máximo, los valores de las componentes de velocidad en la cuchara que deben haber variado para conseguir esta condición (se supondrá que el ángulo* β_2 *se mantiene constante, y que su valor es el calculado en el apartado a).*

g) *Hallar la expresión de la curva de potencia total obtenida en función del grado de apertura del distribuidor, dado por el diámetro de un chorro incidente* d, *manteniendo las hipótesis planteadas en los apartados d) y e).*

SOLUCIÓN

a) n = 750 r.p.m., β_2 = 15,84º.

b) $\eta_{h,c}$ = 0,9392, η_h = 0,8659.

c) 1.274 kW, 4 chorros.

d) 19,01 m c.a.

e) d = 0,05165, W_T = 1.650 kW.

f) $w'_2 = 38{,}81$ m/s, $v'_2 = 10{,}78$ m/s.

g) $W_T = 6{,}018 \times 10^8\, d^2$, de manera aproximada.

BIBLIOGRAFÍA

AGARD Lecture Series No. 167, *Blading Design for Axial Turbomachines, AGARD*, 1989.

Agüera Soriano, J., *Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas*, 5º ed., Ciencia, Madrid, 2002.

Brennen, C.E., *Hydrodynamics of pumps*, Concepts ETI & Oxford University Press, 1994.

Centrales Hidroeléctricas, II, *Turbinas Hidráulicas* (Hiberdrola, Endesa, Sevillana de Electricidad, Unión Fenosa), Paraninfo, 1994.

Charlier, R.H., y Finkl, C.W., *Ocean energy*, Springer-Verlag, Berlin, 2009.

Cherkasski, V.M., *Bombas, ventiladores y compresores*, Mir, Moscú, 1986.

Comolet, R., *Mécanique expérimentale des fluides*, Tomo 3, Masson, Paris, 1963.

Cuesta, L., y Villarino, E., *Aprovechamientos hidroeléctricos*, Tomos I y II, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid, 2000.

Crane, *Flujo de Fluidos*, McGraw-Hill, 1992.

Crespo, A., *Mecánica de fluidos*, Thomson, 2006.

Denton, J., Ed., *Developments in Turbomachinery Design,* Professional Engineering Publishing Ltd., UK, 1999.

Fernández Díez, P., *Energía del mar*, www.es.pfernandezdiez.es (edición electrónica), 2016.

Henry, P., *Turbomachines hydrauliques*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1992.

Hernández, J., y Crespo, A*., Problemas de Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas*, UNED, Madrid, 1996.

Hernández Krahe, J.M., *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, UNED, Madrid, 1976.

Japikse, D., y Baines, N.C., *Introduction to Turbomachinery*, Concepts ETI & Oxford, 1994.

Karassik, I.J. et al., *Manual de bombas*, McGraw-Hill, 1983.

Lakshminarayana, G.F., “Fluid Dynamics of Inducers”, *Encyclopaedia of Fluid Mechanics*, N.P. Cheremisinoff, Ed., Vol. 2, Cap. 40, pp. 1152-1186, Gulf Publishing Company, 1986.

Lambeck, R.P., *Hydraulic pumps and motors*, Marcel Dekker, 1983.

Lecuona, A., y Nogueira, J.I., *Turbomáquinas*, Ariel Ciencia y Tecnología, Barcelona, 2000.

Le Gouriérès, D., *Energía Eólica*, Masson, 1982.

Lewis, R.I., *Turbomachinery Performance Analysis*, Arnold, 1996.

Lobanoff, V.S., y Ross, R.R., *Centrifugal Pumps. Design & Applications*, 2ª Ed., Gulf Publishing Co., 1992.

Logan, E., Jr., *Turbomachinery. Basic theory and applications*, 2ª ed., Marcel Dekker, 1993.

MacNaughton, K., *Bombas: Selección, uso y mantenimiento*, McGraw-Hill, 1987.

Mataix, C., *Turbomáquinas hidráulicas*, 2ª ed., ICAI-ICADE, Madrid, 2009.

Merino Azcárraga, J.M., *Manual de eficiencia energética en instalaciones de bombeo*, CADEM (Grupo EVE), Bilbao, 2001.

Mockmore, C.A., y Merryfield, F., *The Banki Water Turbine*, Bulletin Series No. 25, Oregon State System of Higher Education, Corvallis (USA), 1949.

Nekrasov, B., *Hidráulica*, Mir, Moscú, 1968.

Pacheco Bertot, P., *Bombas, ventiladores y compresores*, Ediciones ISPJAM, Santiago de Cuba, 1987.

Pfleiderer, C., *Bombas centrífugas y turbocompresores*, Labor, Barcelona, 1960.

Polo Encinas, M., *Turbomáquinas hidráulicas*, Limusa, México, 1989.

Potter, M.C., y Wiggert, D.C., *Mechanics of fluids*, Prentice-Hall, 1991.

Radha Krishna, H.C., Ed., *Hydraulic Design of Hydraulic Machinery*, Avebury, 1997.

Red Eléctrica de España, *El Sistema Eléctrico Español 2015*, www.ree.es.

Rojas Rodríguez, S., y Martín Tejeda, V., *Centrales hidroeléctricas. Teoría y problemas*. Universidad de Extremadura, 1997.

Sánchez Kaiser, A., y Viedma, A., *Energía Eólica*, Horacio Escarabajal-Universidad Politécnica de Cartagena, 2003.

Sanks, R.L., Ed., y Tchobanoglous, G., Bosserman II, B.E., y Jones, G.M., *Pumping Station Design*, 2ª ed., Butterworth-Heinemann, 1998.

Santo Pottess, E., *Centrales eléctricas*, Gustavo Gili, Barcelona, 1971.

Santo Sabrás, F., *Apuntes de Máquinas Hidráulicas*, 1º parte, E.T.S. de Ingenieros Industriales, Universidad de Navarra, 1994.

Sayers A.T., *Hydraulic and compressible flow turbomachines*, McGraw-Hill, 1990.

Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, 7ª ed., McGraw-Hill, 1979.

Sédille, M., *Turbo-machines hydrauliques et thermiques*, Tomo 2, Masson, París, 1966.

Stepanoff, A.J., *Centrifugal and axial flow pumps*, Wiley, 1957.

Thake, J., *The micro-hydro Pelton turbine manual*, Practical Action Publishing, Warwickshire (UK), 2000.

Turton, R.K., *Principles of turbomachinery*, E. & F.N. Spon, London, 1984.

Turton, R.K. (a), *Rotodynamic pump design*, Cambridge University Press, 1994.

White, F.M., *Mecánica de fluidos*, McGraw Hill, 1983.

Wislicenus, G.F., *Fluid mechanics of turbomachinery*, Dover, 1965.

Yeaple, F., *Fluid Power Design Handbook*, 3ª ed., Dekker, 1995.

Zipparro, V.J., y Hasen, H., Eds., *Davis' Handbook of Applied Hydraulics*, McGraw-Hill, 1993.

Zoppetti Judez, G., *Centrales hidroeléctricas: su estudio, montaje y ensayo*. Gustavo Gili, Barcelona, 1979.

Zu-Yan, M., Ed., *Mechanical Design and Manufacturing of Hydraulic Machinery*, Avebury, 1991.

ANEXOS

ANEXO A1. Turbinas de reacción pura

El rodete de una turbina de reacción pura funciona como un aspersor para riego. En el peculiar rodete dibujado en la Figura A1.1, el agua entra por un conducto alineado con el eje de rotación, y puede repartirse por uno o más brazos. El sistema gira con una velocidad de giro Ω. Se supondrá que el caudal entrante es Q, y que el sistema tiene un único brazo de radio R por el que sale el agua sale con una velocidad relativa igual a Q/A_t, siendo A_t el área transversal del conducto.

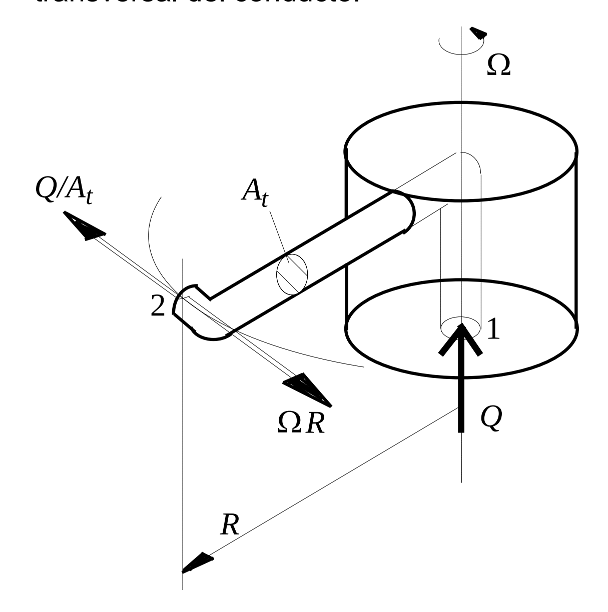


Figura A1.1: Esquema del rodete de una turbina de reacción pura, dotado de un único brazo de radio *R* y sección transversal A_t.

La velocidad de arrastre es ΩR, de modo que la velocidad absoluta de salida es

$$v_2 = \Omega R - \frac{Q}{A_t}, \qquad \text{(A1.1)}$$

en dirección acimutal. Si se supone aplicable la Ecuación de Euler, haciendo $v_{u1} = 0$ (por situarse la entrada al rodete en el mismo eje), y $v_{u2} = v_2$, según la ecuación anterior, con $u_2 = \Omega R$, se tiene que

$$H_t = -\frac{v_{u2} u_2}{g} = \frac{\Omega R}{g}\left(\frac{Q}{A_t} - \Omega R\right), \qquad \text{(A1.2)}$$

pudiéndose calcular el par desarrollado en el eje como sigue:

$$T = \frac{W}{\Omega} = \frac{\rho g Q H_t}{\Omega} = \rho Q R\left(\frac{Q}{A_t} - \Omega R\right). \qquad \text{(A1.3)}$$

El par máximo que puede obtenerse es curiosamente para $\Omega = 0$, es decir, en condiciones de frenado, obteniéndose

$$T_{máx} = \frac{\rho Q^2 R}{A_t}, \qquad \text{(A1.4)}$$

mientras que la velocidad de giro para la que se obtiene la potencia máxima puede calcularse por

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\Omega}=0, \qquad \Rightarrow \qquad \Omega\big|_{W,máx}=\frac{Q}{2RA_t}, \qquad \Rightarrow \qquad W_{máx}=\frac{\rho Q^3}{4A_t^2}. \tag{A1.5}$$

En este tipo particular de turbina, la altura teórica comunicada se produce por el efecto de la presión del agua sobre las paredes del brazo giratorio, resultando entonces un grado de reacción igual a la unidad.

ANEXO A2. Ecuaciones de la capa límite en una turbomáquina radial

Siguiendo con el planteamiento de la Sección 8.3.2, las ecuaciones del movimiento en un sistema de coordenadas intrínseco adaptado a la superficie de un cuerpo pueden deducirse a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes expresadas en un sistema de coordenadas cilíndrico ortogonal en el que los factores de escala son los siguientes:

$$s \Rightarrow \quad h_1 = R_c + n; \qquad n \Rightarrow \quad h_2 = R_c . \tag{A2.1}$$

Así, la ecuación de continuidad,

$$\frac{\partial}{\partial x_1}(h_2 v_1) + \frac{\partial}{\partial x_2}(h_1 v_2) = 0, \tag{A2.2}$$

resulta

$$\frac{R_c}{R_c + n}\frac{\partial w_s}{\partial s} + \frac{\partial w_n}{\partial n} + \frac{w_n}{R_c + n} = 0 , \tag{A2.3}$$

donde w_n y w_s son respectivamente las componentes normal y tangencial de la velocidad relativa dentro de la capa límite. Si l_c es una longitud típica en la dirección longitudinal, y δ es el espesor de la capa límite, la estimación de órdenes de magnitud en la expresión anterior ofrece el siguiente resultado:

$$\frac{R_c}{R_c + n}\frac{w_s}{l_c} \qquad \frac{w_n}{\delta} \qquad \frac{w_n}{R_c + \delta} . \tag{A2.4}$$

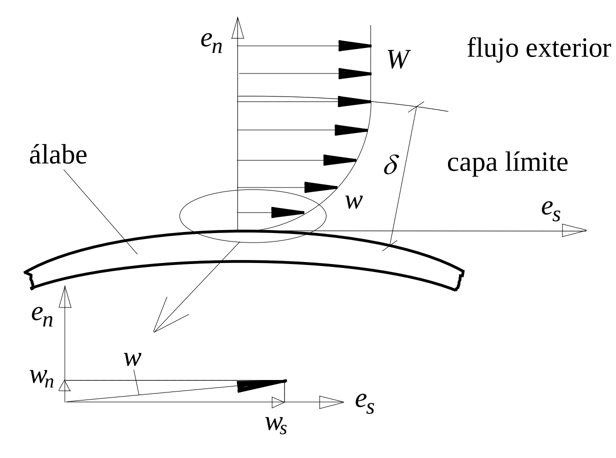


Figura A2.1: Capa límite de velocidad relativa junto al álabe. Componentes normal y tangencial dentro de la capa límite.

Suponiendo que $\delta/R_c << 1$ y $\delta/l_c << 1$, se puede despreciar el último término de la Ecuación A2.4, de modo que

$$\frac{\partial w_s}{\partial s} + \frac{\partial w_n}{\partial n} = 0 , \tag{A2.5}$$

expresión que es igual a la (8.6). Las operaciones para llegar a la ecuación de cantidad de movimiento son laboriosas. Podemos partir de la ecuación en dirección tangencial a la que llegó Tollmien[57]

[57] (Puede encontrarse en el texto de Schlichting, 1979, p. 68.)

$$\frac{R_c}{R_c+n} w_s \frac{\partial w_s}{\partial s} + w_n \frac{\partial w_s}{\partial n} + \frac{w_s w_n}{R_c+n} = -\frac{R_c}{R_c+n} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s}$$
$$+\nu\left(\frac{R_c^2}{(R_c+n)^2} \frac{\partial^2 w_s}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 w_s}{\partial n^2} + \frac{1}{R_c+n} \frac{\partial w_s}{\partial n} - \frac{w_s}{(R_c+n)^2} \right) \quad \text{(A2.6)}$$
$$+\nu\left(\frac{2R_c}{(R_c+n)^2} \frac{\partial w_n}{\partial s} - \frac{R_c}{(R_c+n)^3} \frac{\mathrm{d}R_c}{\mathrm{d}s} w_n \right) + \nu\left(\frac{R_c n}{(R_c+n)^3} \frac{\mathrm{d}R_c}{\mathrm{d}s} \frac{\partial w_s}{\partial s} \right).$$

En la capa límite, suponiendo como antes que $\delta/R_c << 1$ y $\delta/l_c << 1$, y que además el radio de curvatura se mantiene esencialmente constante con s $\left(\mathrm{d}R_c/\mathrm{d}s << 1\right)$, se obtiene lo siguiente (téngase en cuenta además que tomado órdenes de magnitud en la ecuación de continuidad, se tiene que $w_n \approx w_s\left(\delta/l_c\right) << w_s$):

$$w_s \frac{\partial w_s}{\partial s} + w_n \frac{\partial w_s}{\partial n} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \nu \frac{\partial^2 w_s}{\partial n^2} . \quad \text{(A2.7)}$$

Se observa que la forma de la ecuación obtenida es la misma que la correspondiente a un flujo sobre una placa plana. Lógicamente, como consecuencia de la rotación del sistema de referencia, debe incluirse el potencial debido a la fuerza centrífuga, $\partial(U^2/2)/\partial s$,

$$w_s \frac{\partial w_s}{\partial s} + w_n \frac{\partial w_s}{\partial n} = -\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\rho} - \frac{U^2}{2} \right) + \nu \frac{\partial^2 w_s}{\partial n^2} , \quad \text{(A2.8)}$$

expresión que es igual a la (8.7).

ANEXO A3. Tablas y diagramas

Temperatura (ºC)	Densidad (kg/m^3)	Viscosidad cinemática (m^2/s) (× 10^6)	Módulo de elasticidad (Kg/cm^2)	Presión de vapor (KPa)
0	1000	1,788	20,60	0,611
10	1000	1,307	21,41	1,227
20	998	1,005	22,30	2,337
30	996	0,802	22,94	4,242
40	996	0,662	23,25	7,375
50	988	0,555	23,35	12,34
60	984	0,477	23,25	19,90

Tabla A3.1: Propiedades físicas del agua a la presión ambiente.

Temperatura (ºC)	Densidad (Kg/m^3)	Viscosidad cinemática (m^2/s) (× 10^5)
0	1,293	1,33
10	1,247	1,41
20	1,200	1,50
30	1,165	1,60
40	1,127	1,69
50	1,091	1,79
60	1,060	1,88

Tabla A3.2: Propiedades físicas del aire a la presión ambiente.

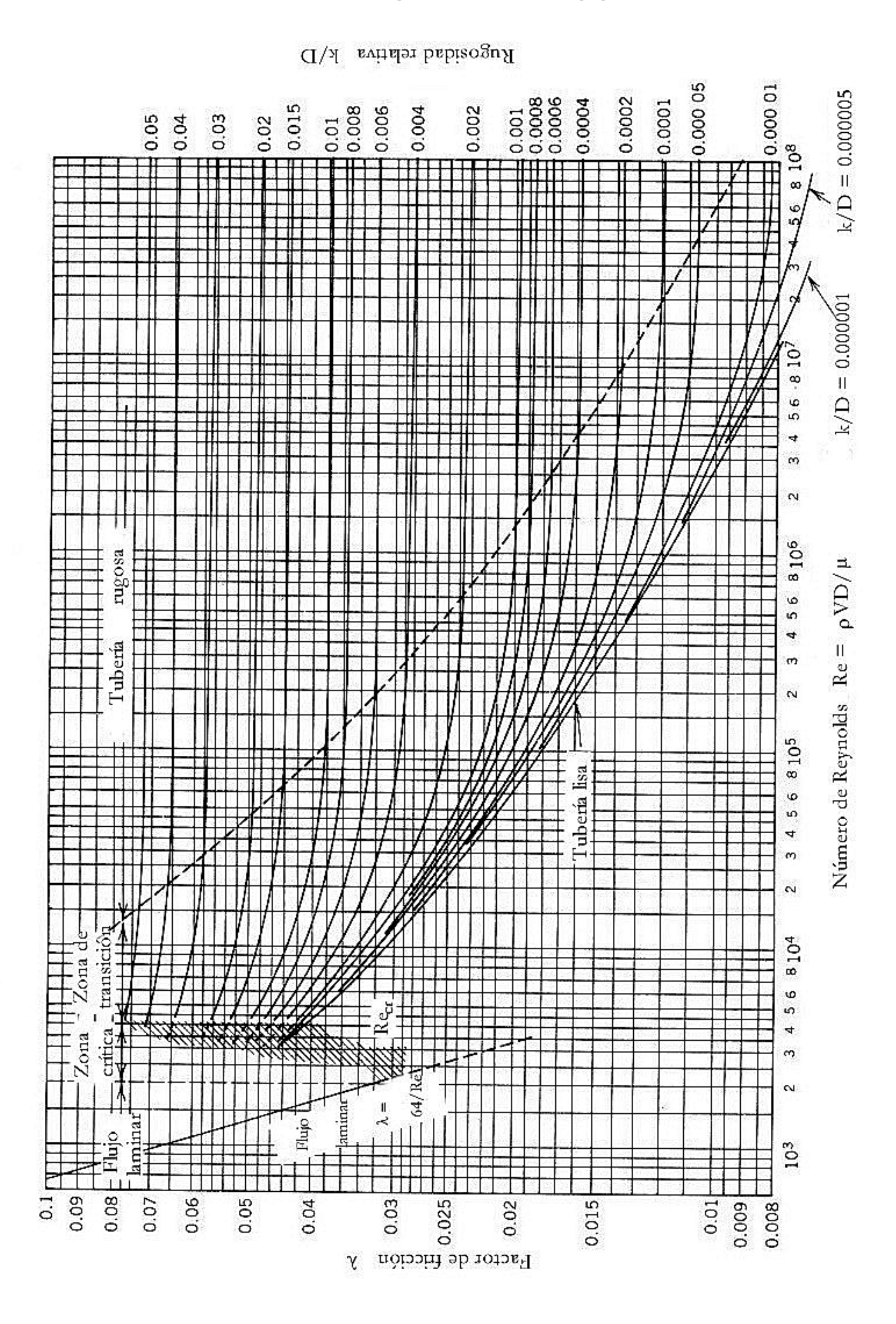
Material	Rugosidad (mm)
Vidrio	0,0003
Tubería estirada	0,0015
Acero, hierro forjado	0,046
Hierro fundido asfaltado	0,12
Hierro galvanizado	0,15
Hierro fundido	0,26
Madera cepillada	0,18-0,9
Hormigón	0,3-3,0
Acero remachado	0,9-9,0

Tabla A3.3: Rugosidades absolutas de algunos materiales.

Accesorio	Pérdida de carga (m)
De depósito a tubería Conexión a ras de la pared Conexión con tubería entrante Conexión suavizada	 $0{,}5(V_1^2/2g)$ $V_1^2/2g$ $0{,}05(V_1^2/2g)$
De tubería a depósito	$V_1^2/2g$
Ensanchamiento brusco	$(1-[D_1/D_2]^2)^2(V_1^2/2g)$
Estrechamiento brusco	$0{,}42(1-[D_1/D_2]^2)(V_1^2/2g)$
Codo a 180º (normal)	$50\lambda(V^2/2g)$
Codo a 90º Suave Normal	 $12\lambda(V^2/2g)$ $30\lambda(V^2/2g)$
Codo a 45º Suave Normal	 $7\lambda(V^2/2g)$ $16\lambda(V^2/2g)$
Conexión en T Flujo directo Flujo desviado a 90º	 $20\lambda(V^2/2g)$ $60\lambda(V^2/2g)$
Filtro	$(1{,}3[1-r]+([1/r]-1)^2)(V^2/2g)$ (r = área de paso libre/área total)
Válvulas De esfera abierta De compuerta abierta Antirretorno	 $6\div 14(V^2/2g)$ $\approx 0{,}25(V^2/2g)$ $\approx 2(V^2/2g)$

Tabla A3.4: Coeficientes de pérdida de carga en algunos elementos singulares (el subíndice 1 se corresponde con la sección de menor diámetro).

DIAGRAMA DE MOODY



ANEXO A4. Glosario de términos en inglés

Álabe	Blade, vane
Álabe orientable	Adjustable vane, wicket gate
Aliviadero	Spillway
Altura (columna de líquido)	Head
Altura bruta, salto hidráulico	Hydraulic jump
Altura manométrica (bomba)	Pump head
Altura neta (turbina)	Net head, turbine head
Altura resistente o de la instalación	System head
Altura útil, teórica o de Euler	Euler head, rotor head
Aspiración	Suction
Ataguía	Auxiliare valve, gate
Bomba	Pump
Bomba alternativa	Reciprocating pump
Bomba alternativa de pistones	Reciprocating piston pump
Bomba de diafragma	Diaphragm pump
Bomba de engranajes	Gear pump
Bomba de lóbulos	Lobe pump
Bomba de tornillo	Screw pump
Bomba volumétrica	Displacement pump
Bomba volumétrica rotativa	Rotary pump
Caja espiral (turbina)	Spiral casing, turbine volute
Canal abierto	Open channel
Canal entre álabes	Vane (blade) flow channel
Cascada de álabes	Blade cascade
Caudal	Volume flow rate, capacity
Cavitación	Cavitation
Chimenea de equilibrio	Surge tank
Chorro (turbina Pelton)	Jet
Coeficiente de resistencia	Draft coefficient
Coeficiente de sustentación	Lift coefficient
Compuerta	Gate
Cuchara (turnina Pelton)	Pelton vane, bucket
Cuenca vertiente	Basin
Curva característica	Characteristic or performance curve
Depósito de agua	Water reservoir
Descarga (turbinación)	Tail race, discharge
Diámetro de punta	Tip diameter
Diámetro de raíz	Hub diameter
Difusor	Diffuser, vaneless diffuser
Difusor con álabes guía	Vaned diffuser
Distribuidor con álabes guía	Guide vanes
Drenaje	Drain
Embalse	Reservoir
Estación de turbinado	Powerhouse
Estátor	Stator
Flujo mixto	Mixed-flow
Generador, alternador	Generator
Impulsión (bomba)	Discharge
Inyector (turbina Pelton)	Nozzle
Par	Torque

Pérdidas hidráulicas	Hydraulic losses
Pérdidas por choque	Secondary flow losses, incidence losses
Pérdidas por fricción (generales)	Friction losses
Perfil aerodinámico	Aerofoil
Perfil hidrodinámico	Hydrofoil
Potencia	Power
Presa	Dam
Recurso hidráulico	Hydraulic resource
Rendimiento hidráulico	Hydraulic efficiency
Riego (a plantaciones)	Irrigation
Rodete (general)	Rotor
Rodete de una bomba axial	Propeller
Rodete de una bomba radial	Impeller
Rodete de una turbina Francis	Runner, runner turbine
Rodete de una turbina Kaplan	Propeller, propeller turbine
Soplante	Blower
Tubería	Pipe
Tubería forzada	Penstock
Tubo difusor	Draft tube
Turbina	Turbine
Turbina Pelton	Pelton wheel
Turbomáquina	Turbomachine
Válvula	Valve
Velocidad específica	Non-dimensional specific speed
Velocidad de embalamiento	Runaway speed
Velocidad de sincronismo	Synchronous speed
Ventilador	Ventilator, fan
Vertedero	Weir
Voluta (bomba)	Volute, pump casing


Escuela Técnica Superior
de Ingeniería Industrial

Universidad
Politécnica
de Cartagena